

Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

$$1) \frac{1}{2-\sqrt{5}} - \frac{1}{2+\sqrt{5}} = \frac{(2+\sqrt{5}) - (2-\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{5}}{-1} = -2\sqrt{5}$$

$$2) \begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 18 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 9 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Câu 2:

$$1) P = \left(\frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} + 1} = \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{\sqrt{x}}$$
$$= \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{(1 - \sqrt{x})(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{1 - x}{x}$$

$$2) \text{ Với } x > 0 \text{ thì } \frac{1-x}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(1-x) > x \Leftrightarrow -3x > -2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy với } 0 < x < \frac{2}{3} \text{ thì } P > \frac{1}{2}$$

Câu 3:

$$1) \text{ Với } m = 1, \text{ ta có phương trình: } x^2 - x + 1 = 0$$

Vì $\Delta = -3 < 0$ nên phương trình trên vô nghiệm.

$$2) \text{ Ta có: } \Delta = 1 - 4m. \text{ Để phương trình có nghiệm thì } \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$$

(1).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1 \cdot x_2 = m$

Thay vào đẳng thức: $(x_1 x_2 - 1)^2 = 9(x_1 + x_2)$, ta được:

$$(m - 1)^2 = 9 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 4 \end{cases}$$

Đổi chiếu với điều kiện (1) suy ra chỉ có $m = -2$ thỏa mãn.

Câu 4:

1) Tứ giác ABEH có: $\widehat{B} = 90^\circ$ (góc nội tiếp trong nửa đường tròn); $\widehat{H} = 90^\circ$ (giả thiết) nên tứ giác ABEH nội tiếp được.

Tương tự, tứ giác DCEH có $\widehat{C} = \widehat{H} = 90^\circ$, nên nội tiếp được.

2) Trong tứ giác nội tiếp ABEH, ta

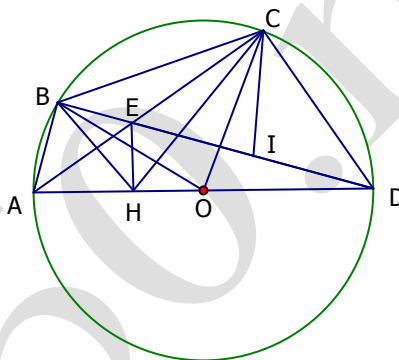
có: $\widehat{EBH} = \widehat{EAH}$ (cùng chắn cung \widehat{EH})

Trong (O) ta có: $\widehat{EAH} = \widehat{CAD} = \widehat{CBD}$ (cùng chắn cung \widehat{CD}).

Suy ra: $\widehat{EBH} = \widehat{EBC}$, nên BE là tia phân giác của góc \widehat{HBC} .

Tương tự, ta có: $\widehat{ECH} = \widehat{BDA} = \widehat{BCE}$, nên CE là tia phân giác của góc \widehat{BCH} .

Vậy E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.



3) Ta có I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ECD,

nên $\widehat{BIC} = 2\widehat{EDC}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung \widehat{EC}

). Mà $\widehat{EDC} = \widehat{EHC}$, suy ra $\widehat{BIC} = \widehat{BHC}$.

+ Trong (O), $\widehat{BOC} = 2\widehat{BDC} = \widehat{BHC}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung \widehat{BC}).

+ Suy ra: H, O, I ở trên cung chứa góc \widehat{BHC} dựng trên đoạn BC, hay 5 điểm B, C, H, O, I cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 5:

ĐK: $x \geq -3$ (1)

Đặt $\sqrt{x+8} = a$; $\sqrt{x+3} = b$ ($a \geq 0$; $b \geq 0$) (2)

Ta có: $a^2 - b^2 = 5$; $\sqrt{x^2 + 11x + 24} = \sqrt{(x+8)(x+3)} = ab$

Thay vào phương trình đã cho ta được:

$$(a - b)(ab + 1) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a - b)(1 - a)(1 - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ 1 - a = 0 \\ 1 - b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+8} = \sqrt{x+3} \text{ (vn)} \\ \sqrt{x+8} = 1 \\ \sqrt{x+3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = -2 \end{cases}$$

Đôi chiếu với (1) suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = -2$.