Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

a) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)} = \frac{5+\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2-1} = \frac{5+\sqrt{5}}{4}$.

b) Thay x = - 2 và y = $\frac{1}{4}$ vào hàm số y = ax^2 ta được:

$\frac{1}{4} = a.(-2)^2 \Leftrightarrow 4a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{16}$.

Câu 2:

a) $\sqrt{2x+1} = 7 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x \geq 0 \\ 2x + 1 = (7 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \ (1) \\ x^2 - 16x + 48 = 0 \end{cases}$

Giải phương trình: $x^2 - 16x + 48 = 0$ ta được hai nghiệm là 4 và 12. Đối chiếu với điều kiện (1) thì chỉ có x = 4 là nghiệm của phương trình đã cho.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - y = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 4 \\ 6x - 6y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 5 \\ y = x - \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 3:

a) Với m = 3 ta có phương trình: $x^2 - 6x + 4 = 0$.

Giải ra ta được hai nghiệm: $x_1 = 3+\sqrt{5}$; $x_2 = 3-\sqrt{5}$.

b) Ta có: $\Delta' = m^2 - 4$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{array}\right.$ (*).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1x_2 = 4$. Suy ra: $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$

$\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 8 + 4m = 0$

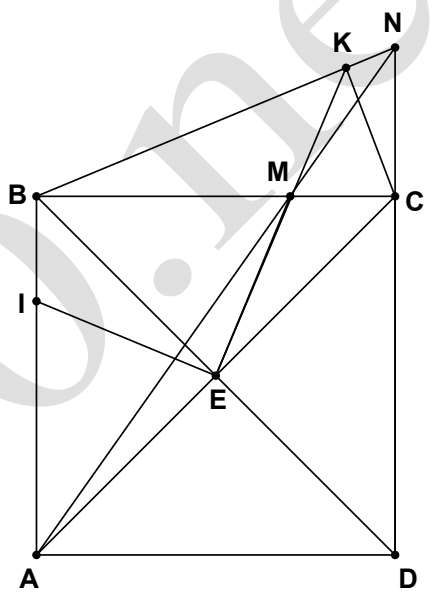
$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 1 \\ m_2 = -2 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (*) ta thấy chỉ có nghiệm $m_2 = -2$ thỏa mãn. Vậy m = - 2 là giá trị cần tìm.

Câu 4:

a) Tứ giác BIEM có: $\widehat{IBM} = \widehat{IEM} = 90^0$ (gt); suy ra tứ giác BIEM nội tiếp đường tròn đường kính IM.

b) Tứ giác BIEM nội tiếp suy ra: $\widehat{IME} = \widehat{IBE} = 45^0$ (do ABCD là hình vuông).



c) ΔEBI và ΔECM có: $\widehat{IBE} = \widehat{MCE} = 45^0$, BE = CE, $\widehat{BEI} = \widehat{CEM}$ (do $\widehat{IEM} = \widehat{BEC} = 90^0$)

$\Rightarrow$ ΔEBI = ΔECM (g-c-g) $\Rightarrow$ MC = IB; suy ra MB = IA

Vì CN // BA nên theo định lí Thalet, ta có:

$\frac{MA}{MN} = \frac{MB}{MC} = \frac{IA}{IB}$. Suy ra IM song song với BN (định lí Ta-let đảo)

$\Rightarrow \widehat{BKE} = \widehat{IME} = 45^0$ (2). Lại có $\widehat{BCE} = 45^0$ (do ABCD là hình vuông).

Suy ra $\widehat{BKE} = \widehat{BCE} \Rightarrow$ BKCE là tứ giác nội tiếp.

Suy ra: $\widehat{BKC} + \widehat{BEC} = 180^0$ mà $\widehat{BEC} = 90^0$; suy ra $\widehat{BKC} = 90^0$; hay $CK \perp BN$.

Câu 5:

Ta có: $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \ge 0 \Leftrightarrow 2(a^2+b^2+c^2) \ge 2(ab+bc+ca)$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2 \ge ab+bc+ca$ (1).

Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác nên ta có: $a^2 < a.(b+c) \Rightarrow a^2 < ab + ac$.

Tương tự: $b^2 < ab + bc$; $c^2 < ca + bc$. Suy ra: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

hoc360.net