Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1.

1) $A = \dfrac{2}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)} = \dfrac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{4} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$.

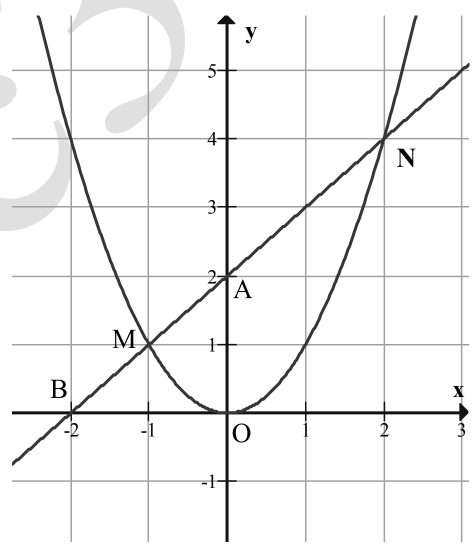
2) Ta có hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -3 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{2} \\ y = -\dfrac{11}{2} \end{cases}$.

Câu 2.

1) Vẽ đồ thị $y = x^2$ thông qua bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Vẽ đồ thị $y = x + 2$ qua các điểm A(0, 2) và B(-2,0).



2) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$x^2 = x + 2$ hay $x^2 - x - 2 = 0$.

Phương trình này có nghiệm: $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 1$ và $x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 4$.

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm M(-1, 1) và N(2, 4).

Câu 3.

1) Với $m = 2$, ta có phương trình: $2x^2 + 3x + 1 = 0$. Các hệ số của phương trình thoả mãn $a - b + c = 2 - 3 + 1 = 0$ nên phương trình có các nghiệm: $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$.

2) Phương trình có biệt thức $\Delta = (2m-1)^2 - 4.2.(m-1) = (2m-3)^2 \geq 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

Theo định lý Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \end{cases}$.

Điều kiện đề bài $4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$. Từ đó ta có: $(1-2m)^2 - 3(m-1) = 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 7m + 3 = 0$.

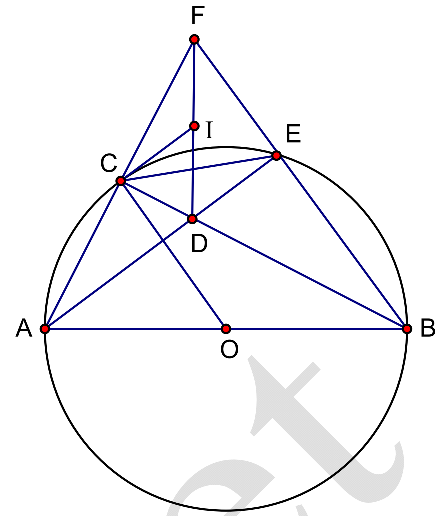
Phương trình này có tổng các hệ số $a + b + c = 4 + (-7) + 3 = 0$ nên phương trình này có các nghiệm $m_1 = 1, m_2 = \frac{3}{4}$. Vậy các giá trị cần tìm của m là $m = 1, m = \frac{3}{4}$.

Câu 4.

1) Tứ giác FCDE có 2 góc đối : $\widehat{FED} = \widehat{FCD} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Suy ra tứ giác FCDE nội tiếp.

2) Xét hai tam giác ACD và BED có: $\widehat{ACD} = \widehat{BED} = 90^0$, $\widehat{ADC} = \widehat{BDE}$ (đối đỉnh) nên ΔACD~ΔBED. Từ đó ta có tỷ số : $\frac{DC}{DA} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow DC.DB = DA.DE$.

3) I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE $\Rightarrow$ tam giác ICD cân $\Rightarrow \widehat{ICD} = \widehat{IDC} = \widehat{FEC}$ (chắn cung



$\overset{\frown}{FC}$). Mặt khác tam giác OBC cân nên $\widehat{OCB} = \widehat{OBC} = \widehat{DEC}$ (chắn cung $\overset{\frown}{AC}$ của (O)). Từ đó $\widehat{ICO} = \widehat{ICD} + \widehat{DCO} = \widehat{FEC} + \widehat{DEC} = \widehat{FED} = 90^0 \Rightarrow$ IC ⊥ CO hay IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu 5.

Đặt $\sqrt{\frac{4x+9}{28}} = y + \frac{1}{2}$, $y \geq -\frac{1}{2}$ ta có $\frac{4x+9}{28} = y^2 + y + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 7y^2 + 7y = x + \frac{1}{2}$.

Cùng với phương trình ban đầu ta có hệ: $\begin{cases} 7x^2 + 7x = y + \frac{1}{2} \\ 7y^2 + 7y = x + \frac{1}{2} \end{cases}$.

Trừ vế cho vế của hai phương trình ta thu được

$7(x^2 - y^2) + 7(x - y) = y - x \Leftrightarrow (x - y)(7x + 7y + 8) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0$ (vì $x > 0$ và $y \geq -\frac{1}{2}$ nên $7x + 7y + 8 > 0$) hay $x = y$.

Thay vào một phương trình trên ta được $7x^2 + 6x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-6-\sqrt{50}}{14} \\ x = \frac{-6+\sqrt{50}}{14} \end{array}\right.$. Đối chiếu với điều kiện của x, y ta được nghiệm là $x = \frac{-6+\sqrt{50}}{14}$.

Lời bình:

Câu V

Chắc chắn sẽ hỏi đằng sau phép đặt ẩn phụ $\sqrt{\frac{4x+9}{28}} = y + \frac{1}{2}$ ***có sự "mách bảo" nào không?***

Ta có $7x^2 + 7x = \sqrt{\dfrac{4x+9}{28}} \Leftrightarrow 7\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2 = \sqrt{\dfrac{4x+9}{28}} + \dfrac{1}{4}$

Dưới hình thức mới phương trình đã cho thuộc dạng

$(ax + b)^2 = p\sqrt{a'x+b'} + qx + r$, $(a \neq 0, a' \neq 0, p \neq 0)$

Một lần Lời bình sau câu 5 đề 13 đã chỉ dẫn cách đặt ẩn phụ như trên.