

Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

$$A = x_1 \cdot x_2 = \sqrt{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}} = \sqrt{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{9 - 5} = \sqrt{4} = 2$$

$$B = x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{3 + \sqrt{5}})^2 + (\sqrt{3 - \sqrt{5}})^2 = 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6$$

Câu 2:

a) $m = -2$, phương trình là: $x^2 + 3x - 6 = 0$; $\Delta = 33 > 0$, phương trình có hai nghiệm

phân biệt $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$

b) Ta có $\Delta = [-(2m+1)]^2 - 4(m^2 + 5m) = 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 20m = 1 - 16m$.

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 16m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{16}$

Khi đó hệ thức Vi-ét ta có tích các nghiệm là $m^2 + 5m$.

Mà tích các nghiệm bằng 6, do đó $m^2 + 5m = 6 \Leftrightarrow m^2 + 5m - 6 = 0$

Ta thấy $a + b + c = 1 + 5 + (-6) = 0$ nên $m_1 = 1$; $m_2 = -6$.

Đối chiếu với điều kiện $m \leq \frac{1}{16}$ thì $m = -6$ là giá trị cần tìm.

Câu 3:

a) Khi $m = -2$, ta có hai đường thẳng $y = -x - 2 + 2 = -x$ và $y = (4 - 2)x + 1 = 2x + 1$

Ta có tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng trên là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = -x \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow -x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}. \text{ Từ đó tính được : } y = \frac{1}{3}.$$

Vậy tọa độ giao điểm là $A(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$.

b) Hai đường thẳng $(d), (d')$ song song khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ thì hai đường thẳng đã cho song song với nhau..

Câu 4:

a) Trong tam giác vuông ATO có:

$R^2 = OT^2 = OA \cdot OH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

b) Ta có $\widehat{ATB} = \widehat{BCT} \Rightarrow$ (cùng chắn cung TB)

$\widehat{BCT} = \widehat{BTH}$ (góc nhọn có cạnh tương ứng vuông góc).

$\Rightarrow \widehat{ATB} = \widehat{BTH}$ hay TB là tia phân giác của góc ATH.

c) Ta có $ED \parallel TC$ mà $TC \perp TB$ nên $ED \perp TB$. ΔTED có TB vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên ΔTED cân tại T.

d) $BD \parallel TC$ nên $\frac{HB}{HC} = \frac{BD}{TC} = \frac{BE}{TC}$ (vì $BD = BE$) (1)

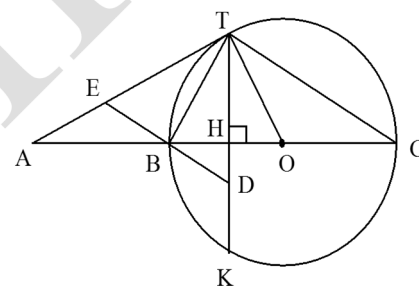
$BE \parallel TC$ nên $\frac{BE}{TC} = \frac{AB}{AC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

Câu 5:

Từ giả thiết: $(x + y)^2 + 7(x + y) + y^2 + 10 = 0$

$$\Rightarrow (x + y)^2 + 2 \cdot (x + y) \cdot \frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 10 = -y^2 \leq 0$$



$$\left(x + y + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \leq 0 \Rightarrow \left(x + y + \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}.$$

Giải ra được $-4 \leq x + y + 1 \leq -1$.

$A = -1$ khi $x = -2$ và $y = 0$, $A = -4$ khi $x = -5$ và $y = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là -4 và giá trị lớn nhất của A là -1 .

Lời bình:

Câu V

Bài toán đã cho có hai cách giải.

Cách 1. Biến đổi giả thiết về dạng $(mA + n)^2 = k^2 - [g(x, y)]^2$, từ đó mà suy ra

$$(mA + n)^2 \leq k^2 \Leftrightarrow -k - n \leq mA \leq k + n \Rightarrow \min A, \max A.$$

Cách 2. Từ $A = x + y + 1 \Rightarrow y = A - x - 1$, thế vào giả thiết có phương trình bậc hai đối với x . Từ $\Delta \geq 0$ ta tìm được $\min A, \max A$.