

Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

$$\begin{aligned} \text{a) } M &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) \\ &= \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] : \left[\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right] \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } M > 0 \Leftrightarrow x-1 > 0 \text{ (vì } x > 0 \text{ nên } \sqrt{x} > 0) \Leftrightarrow x > 1. \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 2:

$$\text{a) Ta thấy: } a = 1; b = -2m; c = -1, \text{ rõ ràng: } a \cdot c = 1 \cdot (-1) = -1 < 0$$

\Rightarrow phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Vì phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Theo hệ thức Vi-ét, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -1 \end{cases} \text{ do đó: } x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 - 3 \cdot (-1) = 7 \Leftrightarrow 4m^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 3:

Gọi x (chiếc) là số xe lúc đầu (x nguyên, dương)

Số xe lúc sau là: $x + 3$ (chiếc)

Lúc đầu mỗi xe chở: $\frac{480}{x}$ (tấn hàng), sau đó mỗi xe chở: $\frac{480}{x+3}$ (tấn hàng)

Ta có phương trình: $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+3} = 8 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$

Giải phương trình ta được $x_1 = -15$ (loại); $x_2 = 12$ (TMĐK)

Vậy đoàn xe lúc đầu có 12 chiếc.

Câu 4: a) $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) $\Rightarrow AM \perp MB$ (1)

$MN = BN$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau), $OM = OB$

$\Rightarrow ON$ là đường trung trực của đoạn thẳng MB

$\Rightarrow ON \perp MB$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AM \parallel ON \Rightarrow OAMN$ là hình thang.

b) ΔNHK có $HM \perp NK$; $KB \perp NH$.

suy ra O là trực tâm $\Delta NHK \Rightarrow ON \perp KH$ (3)

Từ (2) và (3) $\Rightarrow KH \parallel MB$

Câu 5: $5x - 2\sqrt{x}(2+y) + y^2 + 1 = 0$ (1). Điều kiện: $x \geq 0$

Đặt $\sqrt{x} = z, z \geq 0$, ta có phương trình:

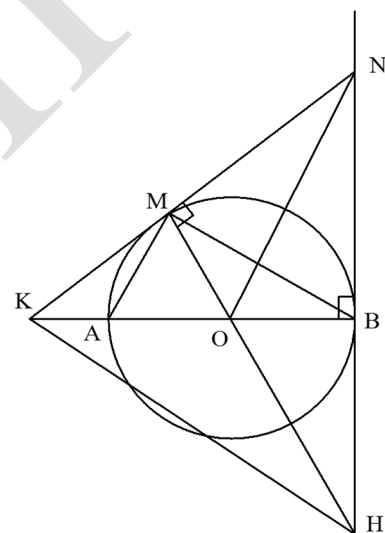
$$5z^2 - 2(2+y)z + y^2 + 1 = 0$$

Xem (2) là phương trình bậc hai ẩn z thì phương trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0$

$$\Delta' = (2+y)^2 - 5(y^2 + 1) = -(2y-1)^2 \leq 0 \text{ với } \forall y$$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta' = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$

Thế vào (1) ta tìm được $x = \frac{1}{4}$. Vậy $x = \frac{1}{4}$ và $y = \frac{1}{2}$ là các giá trị cần tìm.



Lời bình:

Câu V

1) Để giải một phương trình chứa hai ẩn, ta xem một trong hai ẩn là tham số.

Giải phương trình với ẩn còn lại.

2) Các bạn tham khảo thêm một lời giải khác :

$$\text{Ta có } 5x - 2\sqrt{x}(2+y) + y^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (4x - 4\sqrt{x} + 1) + y^2 + 2y\sqrt{x} + x = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{x} - 1)^2 + (y - \sqrt{x})^2 = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 = y - \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow (x = \frac{1}{4}; y = \frac{1}{2}).$$

Qua biến đổi ta thấy $5x - 2\sqrt{x}(2+y) + y^2 + 1 \geq 0$ với mọi y , với mọi $x > 0$.

Trình bày lời giải này chúng tôi muốn nghiệm lại Lời bình sau câu 5 đề 2 rằng: phần lớn các phương trình chứa hai biến trở lên trong chương trình THCS đều là "phương trình điểm rơi". Biến đổi về tổng các biểu thức cùng dấu là cách giải đặc trưng của "phương trình điểm rơi".