

## Đáp án và hướng dẫn giải

### Câu 1:

1) Ta có :  $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4}$

$$P = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} =$$

$$= \frac{x + 3\sqrt{x} + 2 + 2x - 4\sqrt{x} - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$= \frac{3x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$$

2)  $P = 2$  khi  $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$

### Câu 2:

1) d song song với trục Ox khi và chỉ khi  $\begin{cases} m - 1 = 0 \\ n \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n \neq 0 \end{cases}$ .

2) Từ giả thiết, ta có:  $\begin{cases} m - 1 = -3 \\ -1 = m - 1 + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}$ .

Vậy đường thẳng d có phương trình:  $y = -3x + 2$

### Câu 3:

1) Với  $m = -3$  ta có phương trình:  $x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(x + 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8 \end{cases}$

2) Phương trình (1) có 2 nghiệm khi:

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 + (m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m - \frac{1}{2})^2 + \frac{15}{4} > 0 \text{ đúng } \forall m$$

Chúng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\forall m$

Theo hệ thức Vi ét ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m - 1) & (1) \\ x_1 - x_2 = -m - 3 & (2) \end{cases}$$

Ta có  $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10 \Leftrightarrow 4(m - 1)^2 + 2(m + 3) = 10$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 10 = 10 \Leftrightarrow 2m(2m - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

3) Từ (2) ta có  $m = -x_1x_2 - 3$  thế vào (1) ta có:

$$x_1 + x_2 = 2(-x_1x_2 - 3 - 1) = -2x_1x_2 - 8$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2x_1x_2 + 8 = 0$$

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m.

**Câu 4:**

1) Từ giả thiết suy ra

$\widehat{CFH} = 90^\circ, \widehat{HEB} = 90^\circ$ . (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Trong tứ giác AFHE có:  $\widehat{A} = \widehat{F} = \widehat{E} = 90^\circ \Rightarrow AFHE$

là hình chữ nhật.

2) Vì AEHF là hình chữ nhật  $\Rightarrow AEHF$  nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{AHE}$  (góc nội tiếp chắn  $\widehat{AE}$ ) (1)

Ta lại có  $\widehat{AHE} = \widehat{ABH}$  (góc có cạnh tương ứng  $\perp$ ) (2)

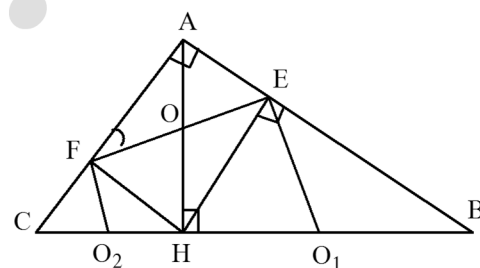
Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ABH} \text{ mà } \widehat{CFE} + \widehat{AFE} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CFE} + \widehat{ABH} = 180^\circ. \text{ Vậy tứ giác BEFC nội tiếp.}$$

3) Gọi  $O_1, O_2$  lần lượt là tâm đường tròn đường kính HB và đường kính HC.

Gọi O là giao điểm AH và EF. Vì AFHE là hình chữ nhật.  $\Rightarrow OF = OH \Rightarrow \Delta FOH$



cân tại O  $\Rightarrow \widehat{OFH} = \widehat{OHF}$ . Vì  $\Delta CFH$  vuông tại F  $\Rightarrow O_2C = O_2F = O_2H \Rightarrow \Delta HO_2F$  cân tại  $O_2 \Rightarrow \widehat{O_2FH} = \widehat{O_2HF}$  mà  $\widehat{O_2HF} + \widehat{FHA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{O_2FH} + \widehat{HFO} = 90^\circ$ . Vậy EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm  $O_2$ .

Chứng minh tương tự EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm  $O_1$ .

Vậy EF là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn.

**Câu 5:** Tìm GTLN, GTNN của x thoả mãn.

$$\begin{cases} x + a + b + c = 7 & (1) \\ x^2 + a^2 + b^2 + c^2 = 13 & (2) \end{cases}$$

Từ (1)  $\Rightarrow a + b + c = 7 - x$ . Từ (2)  $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 13 - x^2$ .

Ta chứng minh:  $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$ .

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2ac - 2bc \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0 \text{ (đpcm)}$$

$$\text{Suy ra } 3(13 - x^2) \geq (7 - x)^2 \Leftrightarrow 3(13 - x^2) \geq 49 - 14x + x^2.$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 14x + 10 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{5}{2}.$$

$$x = \frac{5}{2} \text{ khi } a = b = c = \frac{3}{2}, x = 1 \text{ khi } a = b = c = 2.$$

$$\text{Vậy } \max x = \frac{5}{2}, \min x = 1.$$