Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1:

1) Điều kiện: $a \geq 0,\ a \neq 1, a \neq 2$

Ta có: $P = \left[\dfrac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} - \dfrac{(\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}\right] : \dfrac{a+2}{a-2}$

$$= \frac{a+\sqrt{a}+1-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} : \frac{a+2}{a-2} = \frac{2(a-2)}{a+2}$$

2) Ta có: $P = \dfrac{2a-4}{a+2} = \dfrac{2a+4-8}{a+2} = 2 - \dfrac{8}{a+2}$

P nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi $8 \vdots (a+2)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a+2 = \pm 1 \\ a+2 = \pm 2 \\ a+2 = \pm 4 \\ a+2 = \pm 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1;\ a = -3 \\ a = 0\ ;\ a = -4 \\ a = 2\ ;\ a = -6 \\ a = 6\ ;\ a = -10 \end{array}\right.$$

Câu 2:

1) Đường thẳng đi qua điểm M (1; -1) khi a + (2a - 1) . (- 1) + 3 = 0

$\Leftrightarrow a - 2a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4$

Suy ra đường thẳng đó là $4x + 7y + 3 = 0 \Leftrightarrow 7y = -4x - 3 \Leftrightarrow y = \dfrac{-4}{7}x - \dfrac{3}{7}$

nên hệ số góc của đường thẳng là $\dfrac{-4}{7}$

2) a) Phương trình có nghiệm x = 0 nên: $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

b) Phương trình có 2 nghiệm khi:

$\Delta' = m^2 - (m-1)(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - m^2 + 1 \geq 0$, đúng $\forall$ m.

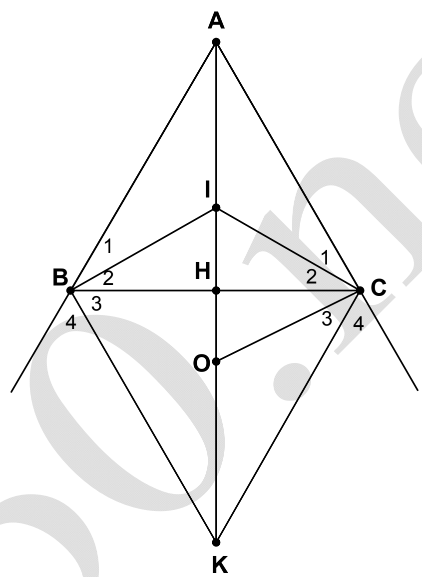
Ta có $x_1.x_2 = 5 \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{m-1} = 5 \Leftrightarrow m + 1 = 5m - 5 \Leftrightarrow 4m = 6 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.

Với $m = \dfrac{3}{2}$ ta có phương trình : $\dfrac{1}{2}x^2 - 3x + \dfrac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

Khi đó $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 6$

Câu 3: Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 7y = 18 \\ 21x - 7y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x = 25 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 4:



1) Theo giả thiết ta có:

$\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$, $\widehat{B_3} = \widehat{B_4}$

Mà $\widehat{B_1} + \widehat{B_2} + \widehat{B_3} + \widehat{B_4} = 180^0$

$\widehat{B_2} + \widehat{B_3} = 90^0$

Tương tự $\widehat{C_2} + \widehat{C_3} = 90^0$

Xét tứ giác BICK có $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$

$\Rightarrow$ 4 điểm B, I, C, K thuộc đường tròn tâm O đường kính IK.

2) Nối CK ta có OI = OC = OK (vì ΔICK vuông tại C)$\Rightarrow$ Δ IOC cân tại O

$\Rightarrow \widehat{OIC} = \widehat{ICO}$. (1)

Ta lại có $\widehat{C_1} = \widehat{C_2}$ (gt). Gọi H là giao điểm của AI với BC.

Ta có AH $\perp$ BC. (Vì Δ ABC cân tại A).

Trong Δ IHC có $\widehat{HIC} + \widehat{ICH} = 90^0 \Rightarrow \widehat{OCI} + \widehat{ICA} = 90^0$.

Hay $\widehat{ACO} = 90^0$ hay AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O).

3) Ta có BH = CH = 12 (cm).

Trong Δ vuông ACH có $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \Rightarrow AH = 16$

Trong tam giác ACH, CI là phân giác góc C ta có:

$$\frac{IA}{IH} = \frac{AC}{CH} \Rightarrow \frac{AH - IH}{IH} = \frac{AC}{CH} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \Rightarrow (16 - IH) . 3 = 5 . IH \Rightarrow IH = 6$$

Trong Δ vuông ICH có $IC^2 = IH^2 + HC^2 = 6^2 + 12^2 = 180$

Trong Δ vuông ICK có $IC^2 = IH . IK$

$$\Rightarrow IK = \frac{IC^2}{IH} = \frac{180}{6} = 30 \text{ , } OI = OK = OC = 15 \text{ (cm)}$$

Câu 5:

Ta có $x^2 + \sqrt{x + 2010} = 2010$ (1) Điều kiện: $x \geq - 2010$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} - x - 2010 + \sqrt{x + 2010} - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{x + 2010} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x + \frac{1}{2} = \sqrt{x + 2010} - \frac{1}{2}. & (2) \\ x + \frac{1}{2} = - \sqrt{x + 2010} + \frac{1}{2}. & (3) \end{array}\right.$$

Giải (2) : (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ (x + 1)^2 = x + 2010 \quad (4) \end{cases}$

(4) $\Leftrightarrow (x + 1)^2 = x + 2010 \Leftrightarrow x^2 + x - 2009 = 0$

$\Delta = 1 + 4 . 2009 = 8037$

$$x_1 = \frac{- 1 + \sqrt{8037}}{2} \; ; \; x_2 = \frac{-1 - \sqrt{8037}}{2} \text{ (loại)}$$

Giải (3): (3) $\Leftrightarrow x = -\sqrt{x + 2010} \Leftrightarrow \begin{cases} -2010 \leq x \leq 0 \\ x^2 = x + 2010 \quad (5) \end{cases}$

(5) $\Leftrightarrow x^2 - x - 2010 = 0 . \Delta = 1 + 4 . 2010 = 8041$,

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{8041}}{2} \; ; \; x_2 = \frac{1 - \sqrt{8041}}{2} \text{ (loại nghiệm } x_1)$$

Vậy phương tình có 2 nghiệm: $x = \dfrac{-1 + \sqrt{8037}}{2}; \; x = \dfrac{1 - \sqrt{8041}}{2}$.

Lời bình:

Câu V

• ***Bằng cách thêm bớt*** $(x+\frac{1}{4})$***, sự nhạy cảm ấy đã trình bày lời giải ngắn gọn.***

•***Không cần một sự khéo léo nào cả, bạn cũng có một lời giải trơn tru theo cách sau :***

Đặt $\sqrt{x+2010}=-y$***, y ≥ 0 bài toán được đưa về giải hệ*** $\begin{cases} x^2 = y+2010 \\ y^2 = x+2010 \end{cases}$.

Đây là hệ phương trình hệ đối xứng kiểu 2 quen thuộc đã biết cách giải.

Chú ý : Phương trình đã cho có dạng

$$(ax+b)^2 = p\sqrt{a'x+b'} + qx + r, \ (a \neq 0,\ a' \neq 0,\ p \neq 0)$$

$$\textbf{Đặt :} \left[\begin{array}{l} \sqrt{a'x+b'} = ay+b, \text{ khi } pa' > 0; \\ \sqrt{a'x+b'} = ay+b, \text{ khi } pa' < 0. \end{array} \right.$$

Thường phương trình trở thành hệ đối xứng kiểu 2.