

Đáp án và hướng dẫn giải

Câu 1: Rút gọn biểu thức

$$1) A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} = \sqrt{5 \cdot 4} - \sqrt{9 \cdot 5} + 3\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2} \\ = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 15\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$2) B = \left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 + \frac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}\right) \text{ với } a \geq 0, a \neq 1 \\ = \left(1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right) = (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = 1 - a$$

Câu 2:

1) Đồ thị hàm số đi qua điểm M (-2; -12) nên ta có: $-12 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow 4a = -12$
 $\Leftrightarrow a = -3$. Khi đó hàm số là $y = -3x^2$.

2) a) Với $m = 5$ ta có phương trình: $x^2 + 12x + 25 = 0$.

$$\Delta' = 6^2 - 25 = 36 - 25 = 11$$

$$x_1 = -6 - \sqrt{11}; \quad x_2 = -6 + \sqrt{11}$$

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi:

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 - m^2 > 0 \Leftrightarrow 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2} \quad (*)$$

Phương trình có nghiệm $x = -2 \Leftrightarrow 4 - 4(m + 1) + m^2 = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))}$$

Vậy $m = 0$ hoặc $m = 4$ là các giá trị cần tìm.

Câu 3:

Gọi chiều dài của thửa ruộng là x , chiều rộng là y . ($x, y > 0$, x tính bằng m)

Diện tích thửa ruộng là $x.y$

Nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3 m thì diện tích thửa ruộng lúc này là: $(x + 2)(y + 3)$

Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng 2m thì diện tích thửa ruộng còn lại là $(x-2)(y-2)$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x + 2)(y + 3) = xy + 100 \\ (x - 2)(y - 2) = xy - 68 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + 3x + 2y + 6 = xy + 100 \\ xy - 2x - 2y + 4 = xy - 68 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 94 \\ 2x + 2y = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ x + y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 14 \end{cases}$$

Vậy diện tích thửa ruộng là: $S = 22 \cdot 14 = 308 \text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 4:

1) Ta có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ (gt)

$\widehat{MDC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

A, D nhìn BC dưới góc 90° , tứ giác ABCD nội tiếp

Vì tứ giác ABCD nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ (cùng chắn cung AB). (1)

Ta có tứ giác DMCS nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ACS}$ (cùng bù với \widehat{MDS}). (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{BCA} = \widehat{ACS}$.

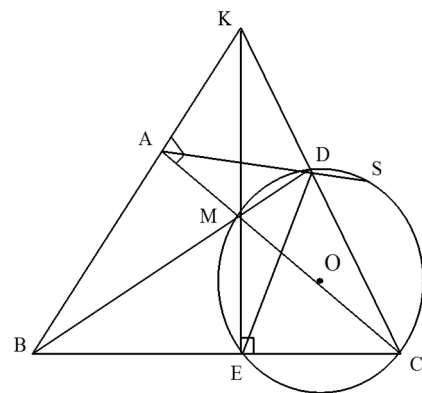
2) Giả sử BA cắt CD tại K. Ta có $BD \perp CK, CA \perp BK$.

$\Rightarrow M$ là trực tâm ΔKBC . Mặt khác $\widehat{MEC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow K, M, E$ thẳng hàng, hay BA, EM, CD đồng quy tại K.

3) Vì tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DBC}$ (cùng chắn \widehat{DC}). (3)

Mặt khác tứ giác BAME nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MBE}$ (cùng chắn \widehat{ME}). (4)



Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{DAM} = \widehat{MAE}$ hay AM là tia phân giác \widehat{DAE} .

Chứng minh tương tự: $\widehat{ADM} = \widehat{MDE}$ hay DM là tia phân giác \widehat{ADE} .

Vậy M là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ADE$.

Câu 5:

Ta có: $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$, $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$

Điều kiện: $x \geq 2$ (*)

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-2)} - \sqrt{(x-1)(x+3)} + \sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3}) - (\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3})(\sqrt{x-1} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = \sqrt{x+3} & (\text{VN}) \\ \sqrt{x-1} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn đk (*))}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

Lời bình:

Câu IVb

Để chứng minh ba đường thẳng đồng quy, một phương pháp thường dùng là chứng minh ba đường thẳng ấy hoặc là ba đường cao, hoặc là ba đường trung tuyến, hoặc là ba đường phân giác của một tam giác.