PHẦN HÌNH HỌC

HỆ THỐNG LÝ THUYẾT – HỆ THỐNG BÀI TẬP

1.HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

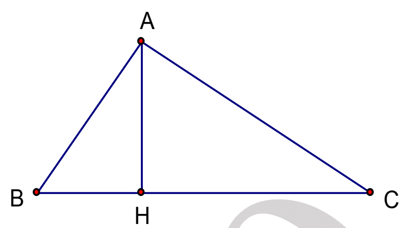
TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Định lý Pitago

ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

2.Hệ thức lượng trong tam giác vuông



1) $AB^2 = BH.BC;\ AC^2 = CH.BC$

2) $AB.AC = AH.BC$

3) $AH^2 = BH.HC$

4) $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$

Kết quả:

-Với tam giác đều cạnh là a, ta c: $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2};\quad S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

3.Tỉ số lượng giác của góc nhọn

Đặt $\angle ACB = \alpha; \angle ABC = \beta$ khi đó:

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC};\quad \cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC};\quad tg\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC};\quad \cot g\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH}$$

$b = a\sin B = a\cos C = ctgB = c\cot gC$

$c = a\cos B = a\sin C = bctgB = btgC$

Kết quả suy ra:

1) $\sin\alpha = \cos\beta;\quad \cos\alpha = \sin\beta;\quad tg\alpha = cotg\beta;\quad \cot g\alpha = tg\beta$

2) $0 < \sin\alpha < 1; \quad 0 < \cos\alpha < 1; \quad tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \quad \cot g\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

3) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \quad tg\alpha.\cot g\alpha = 1; \quad \dfrac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \cot g\alpha; \quad \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg\alpha$

4) Cho ΔABC nhọn, BC = a; AC = b; AB = c khi đó:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A; \quad S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}bc\sin A$

2.CHỨNG MINH

BẰNG NHAU – SONG SONG, VUÔNG GÓC - ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác bằng nhau

a) Khái niệm: $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ AB = A'B'; BC = B'C'; AC = A'C' \end{cases}$

b) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giỏc: c.c.c; c.g.c; g.c.g.

c) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giỏc vuụng: hai cạnh gúc vuụng; cạnh huyền và một cạnh gúc vuụng; cạnh huyền và một gúc nhọn.

d) Hệ quả: Hai tam giỏc bằng nhau thỡ cỏc đường cao; các đường phân giác; các đường trung tuyến tương ứng bằng nhau.

2.Chứng minh hai gúc bằng nhau

-Dựng hai tam giỏc bằng nhau hoặc hai tam giác đồng dạng, hai gúc của tam giỏc cân, đều; hai gúc của hỡnh thang cõn, hỡnh bỡnh hành, …

-Dựng quan hệ giữa cỏc gúc trung gian với cỏc gúc cần chứng minh.

-Dựng quan hệ cỏc gúc tạo bởi các đường thẳng song song, đối đỉnh.

-Dựng mối quan hệ của cỏc gúc với đường trũn.(Chứng minh 2 gúc nội tiếp cựng chắn một cung hoặc hai cung bằng nhau của một đường trũn, …)

3.Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

-Dùng đoạn thẳng trung gian.

-Dựng hai tam giỏc bằng nhau.

-Ứng dụng tớnh chất đặc biệt của tam giác cân, tam giác đều, trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giỏc vuụng, hỡnh thang cõn, hỡnh chữ nhật, …

-Sử dụng cỏc yếu tố của đường trũn: hai dõy cung của hai cung bằng nhau, hai đường kớnh của một đường trũn, …

-Dựng tớnh chất đường trung bỡnh của tam giỏc, hỡnh thang, …

4.Chứng minh hai đường thẳng, hai đoạn thẳng song song

-Dựng mối quan hệ giữa cỏc gúc: So le bằng nhau, đồng vị bằng nhau, trong cựng phớa bự nhau, …

-Dựng mối quan hệ cựng song song, vuụng gúc với đường thẳng thứ ba.

-Áp dụng định lý đảo của định lý Talet.

-Áp dụng tớnh chất của cỏc tứ giác đặc biệt, đường trung bỡnh của tam giỏc.

-Dựng tớnh chất hai dõy chắn giữa hai cung bằng nhau của một đường trũn.

5.Chứng minh hai đường thẳng vuụng gúc

-Chứng minh chỳng song song với hai đường vuụng gúc khỏc.

-Dựng tớnh chất: đường thẳng vuụng gúc với một trong hai đường thẳng song song thỡ vuụng gúc với đường thẳng cũn lại.

-Dựng tớnh chất của đường cao và cạnh đối diện trong một tam giỏc.

-Đường kính đi qua trung điểm của dõy.

-Phõn giỏc của hai gúc kề bự nhau.

6.Chứng minh ba điểm thẳng hàng

-Dùng tiên đề Ơclit: Nếu AB//d; BC//d thỡ A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tớnh chất các điểm đặc biệt trong tam giỏc: trọng tõm, trực tâm, tâm đường trũn ngoại tiếp, …

-Chứng minh 2 tia tạo bởi ba điểm tạo thành gúc bẹt: Nếu gúc ABC bằng 180^0 thỡ A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tớnh chất: Hai gúc bằng nhau cú hai cạnh nằm trờn một đường thẳng và hai cạnh kia nằm trờn hai nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng trờn.

-Chứng minh AC là đường kớnh của đường trũn tõm B.

7.Chứng minh các đường thẳng đồng quy

-Áp dụng tớnh chất các đường đồng quy trong tam giỏc.

-Chứng minh các đường thẳng cùng đi qua một điểm: Ta chỉ ra hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm và chứng minh đường thẳng cũn lại đi qua điểm đó.

-Dùng định lý đảo của định lý Talet.

3.CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
HỆ THỨC HÌNH HỌC

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác đồng dạng

-Khái niệm: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} \end{cases}$

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giỏc: c – c – c; c – g – c; g – g.

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giỏc vuông: góc nhọn; hai cạnh góc vuông; cạnh huyền - cạnh góc vuông…

*Tính chất: Hai tam giác đồng dạng thì tỉ số hai đường cao, hai đường phân giác, hai đường trung tuyến tương ứng, hai chu vi bằng tỉ số đồng dạng; tỉ số hai diện tich bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

2.Phương pháp chứng minh hệ thức hình học

-Dùng định lớ Talet, tớnh chất đường phân giác, tam giác đồng dạng, cỏc hệ thức lượng trong tam giỏc vuụng, …

Giả sử cần chứng minh MA.MB = MC.MD

-Chứng minh hai tam giác MAC và MDB đồng dạng hoặc hai tam giỏc MAD và MCB.

-Trong trường hợp 5 điểm đó cùng nằm trờn một đường thẳng thỡ cần chứng minh cỏc tớch trờn cựng bằng tớch thứ ba.

Nếu cần chứng minh MT^2 = MA.MB thỡ chứng minh hai tam giác MTA và MBT đồng dạng hoặc so sỏnh với tớch thứ ba.

Ngoài ra cần chú ý đến việc sử dụng cỏc hệ thức trong tam giác vuông; phương tích của một điểm với đường trũn.

4.CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

Phương pháp chứng minh

-Chứng minh bốn đỉnh của tứ giác cùng cách đều một điểm.

-Chứng minh tứ giỏc cú hai góc đối diện bự nhau.

-Chứng minh hai đỉnh cựng nhỡn đoạn thẳng tạo bởi hai điểm cũn lại hai gúc bằng nhau.

-Chứng minh tổng của gúc ngoài tại một đỉnh với góc trong đối diện bự nhau.

-Nếu MA.MB = MC.MD hoặc NA.ND = NC.NB thỡ tứ giỏc ABCD nột tiếp. (Trong đó $M = AB \cap CD;\ N = AD \cap BC$)

-Nếu PA.PC = PB.PD thỡ tứ giỏc ABCD nội tiếp. (Trong đó $P = AC \cap BD$)

-Chứng minh tứ giác đó là hỡnh thang cõn; hỡnh chữ nhật; hỡnh vuụng; …

Nếu cần chứng minh cho nhiều điểm cựng thuộc một đường tròn ta có thể chứng minh lần lượt 4 điểm một lúc. Song cần chú ý tính chất "Qua 3 điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một đường tròn"