

Chủ đề 5:

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bước 1 : Lập hệ phương trình (phương trình)

- 1) Chọn ẩn và tìm điều kiện của ẩn (thông thường ẩn là đại lượng mà bài toán yêu cầu tìm).
- 2) Biểu thị các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- 3) Lập hệ phương trình, (phương trình) biểu thị mối quan hệ giữa các lượng.

Bước 2 : Giải hệ phương trình, (phương trình)

Bước 3 : Kết luận bài toán.

Dạng 1: Chuyển động

(trên đường bộ, trên đường sông có tính đến dòng nước chảy)

Bài 1:

Một ô tô đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu.

Bài 2:

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120 km với vận tốc dự định trước. Sau khi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB người đó tăng vận tốc thêm 10 km/h trên quãng đường còn lại. Tìm vận tốc dự định và thời gian xe lăn bánh trên đường, biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

Bài 3:

Một canô xuôi từ bến sông A đến bến sông B với vận tốc 30 km/h, sau đó lại ngược từ B trở về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian đi ngược 1 giờ 20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B. Biết rằng vận tốc dòng nước là 5 km/h và vận tốc riêng của canô lúc xuôi và lúc ngược bằng nhau.

Bài 4:

Một canô xuôi một khúc sông dài 90 km rồi ngược về 36 km. Biết thời gian xuôi dòng sông nhiều hơn thời gian ngược dòng là 2 giờ và vận tốc khi xuôi dòng hơn vận tốc khi ngược dòng là 6 km/h. Hỏi vận tốc canô lúc xuôi và lúc ngược dòng.

Dạng 2: Toán làm chung – làm riêng (toán vôi nước)

Bài tập 1:

Hai vòi nước cùng chảy đầy một bể không có nước trong 3h 45ph . Nếu chảy riêng rẽ , mỗi vòi phải chảy trong bao lâu mới đầy bể ? biết rằng vòi chảy sau lâu hơn vòi trước 4 h .

Giải

Gọi thời gian vòi đầu chảy chảy một mình đầy bể là x ($x > 0$, x tính bằng giờ)

Gọi thời gian vòi sau chảy chảy một mình đầy bể là y ($y > 4$, y tính bằng giờ)

1 giờ vòi đầu chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

1 giờ vòi sau chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

1 giờ hai vòi chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể) (1)

Hai vòi cùng chảy thì đầy bể trong 3h 45ph = $\frac{15}{4}$ h

Vậy 1 giờ cả hai vòi chảy được 1: $\frac{15}{4} = \frac{4}{15}$ (bể) (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15}$

Mặt khác ta biết nếu chảy một mình thì vòi sau chảy lâu hơn vòi trước 4 giờ tức là $y - x = 4$

Vậy ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{15} \\ y - x = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{4}{15} \\ y = x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 14x - 60 = 0 \\ y = x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 7x - 30 = 0 \\ y = x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2,5 \\ y = x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 10 \end{cases} (a) \\ \begin{cases} x = -2,5 \\ y = 1,5 \end{cases} (b)$$

Hệ (a) thoả mãn đk của ẩn

Hệ (b) bị loại vì $x < 0$

Vậy Vòi đầu chảy một mình đầy bể trong 6 h

Vòi sau chảy một mình đầy bể trong 10 h

Bài tập 2:

Hai người thợ cùng làm một công việc . Nếu làm riêng rẽ , mỗi người nửa việc thì tổng số giờ làm việc là 12h 30ph . Nếu hai người cùng làm thì hai người chỉ làm việc đó trong 6 giờ. Như vậy , làm việc riêng rẽ cả công việc mỗi người mất bao nhiêu thời gian ?

Giải

Gọi thời gian người thứ nhất làm riêng rẽ để xong nửa công việc là x ($x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai làm riêng rẽ để xong nửa công việc là y ($y > 0$)

Ta có pt : $x + y = 12\frac{1}{2}$ (1)

thời gian người thứ nhất làm riêng rẽ để xong công việc là $2x \Rightarrow$ 1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{2x}$ công việc

Gọi thời gian người thứ hai làm riêng rẽ để xong công việc là $2y \Rightarrow$ 1 giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{2y}$ công việc

1 giờ cả hai người làm được $\frac{1}{6}$ công việc nên ta có pt : $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{6}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ pt :
$$\begin{cases} x + y = 12\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{15}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{15}{2} \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy nếu làm việc riêng rẽ cả công việc một người làm trong 10 giờ còn người kia làm trong 5 giờ

Bài tập 3:

Hai tổ thanh niên tình nguyện cùng sửa một con đường vào bản trong 4 giờ thì xong . Nếu làm riêng thì tổ 1 làm nhanh hơn tổ 2 6 giờ . Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu sẽ xong việc ?

Giải

Gọi thời gian một mình tổ 1 sửa xong con đường là x (giờ) ($x \geq 4$)

Thời gian một mình tổ 2 sửa xong con đường là $x + 6$ (giờ)

Trong 1 giờ tổ 1 sửa được $\frac{1}{x}$ (con đường)

Trong 1 giờ tổ 2 sửa được $\frac{1}{x+6}$ (con đường)

Trong 1 giờ cả hai tổ sửa được $\frac{1}{4}$ (con đường)

Vậy ta có pt: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4(x+6) + 4x = x(x+6) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 6; x_2 = -4$

$x_2 = -4 < 4$, không thoả mãn điều kiện của ẩn

Vậy một mình tổ 1 sửa xong con đường hết 6 ngày

một mình tổ 2 sửa xong con đường hết 12 ngày

Bài tập 4:

Hai đội công nhân làm một đoạn đường . Đội 1 làm xong một nửa đoạn đường thì đội 2 đến làm tiếp nửa còn lại với thời gian dài hơn thời gian đội 1 đã làm là 30 ngày . Nếu hai đội cùng làm thì trong 72 ngày xong cả đoạn đường .Hỏi mỗi đội đã làm bao nhiêu ngày trên đoạn đường này ?

Giải

Gọi thời gian đội 1 làm là x ngày ($x > 0$) thì thời gian đội 2 làm việc là $x + 30$ (ngày)

Mỗi ngày đội 1 làm được $\frac{1}{2x}$ (đoạn đường)

Mỗi ngày đội 2 làm được $\frac{1}{2(x+30)}$ (đoạn đường)

Mỗi ngày cả hai đội làm được $\frac{1}{72}$ (đoạn đường)

Vậy ta có pt : $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2(x+30)} = \frac{1}{72}$

Hay $x^2 - 42x - 1080 = 0$

$\Delta = 21^2 + 1080 = 1521 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 39 \quad \Delta$

$x_1 = 21 + 39 = 60 ; x_2 = 21 - 39 = -18 < 0$ không thoả mãn đk của ẩn

Vậy đội 1 làm trong 60 ngày , đội 2 làm trong 90 ngày .

Bài 5:

Hai đội công nhân trồng rừng phải hoàn thành kế hoạch trong cùng một thời gian . Đội 1 phải trồng 40 ha , đội 2 phải trồng 90 ha . Đội 1 hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với kế hoạch .Đội 2 hoàn thành muộn hơn 2 ngày so với kế hoạch . Nếu đội 1 làm công việc trong một thời gian bằng thời gian đội 2 đã làm và đội 2 làm trong thời gian bằng đội 1 đã làm thì diện tích trồng được của hai đội bằng nhau . Tính thời gian mỗi đội phải làm theo kế hoạch ?

Giải

Gọi thời gian mỗi đội phải làm theo kế hoạch là x (ngày) , $x > 0$

Thời gian đội 1 đã làm là $x - 2$ (ngày)

Thời gian đội 2 đã làm là $x + 2$ (ngày)

Mỗi ngày đội 1 trồng được $\frac{40}{x-2}$ (ha)

Mỗi ngày đội 2 trồng được $\frac{90}{x+2}$ (ha)

Nếu đội 1 làm trong $x + 2$ ngày thì trồng được $\frac{40}{x-2}(x + 2)$ (ha)

Nếu đội 2 làm trong $x - 2$ ngày thì trồng được $\frac{90}{x+2}(x - 2)$ (ha)

Theo đầu bài diện tích rừng trồng được của hai đội trong trường này là bằng nhau nên ta có pt:

$$\frac{40}{x-2}(x + 2) = \frac{90}{x+2}(x - 2)$$

$$\text{Hay } 5x^2 - 52x + 20 = 0$$

$$\Delta' = 26^2 - 5.20 = 576, \sqrt{\Delta'} = 24$$

$$x_1 = \frac{26+24}{5} = 10; x_2 = \frac{26-24}{5} = \frac{2}{5}$$

$x_2 < 2$, không thỏa mãn đk của ẩn Vậy theo kế hoạch mỗi đội phải làm việc 10 ngày .

Bài 6:(197/24 – 500 BT chọn lọc)

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong . Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25% công việc . Hỏi mỗi người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong .

Giải:

Gọi x, y lần lượt là số giờ người thứ nhất người thứ hai một mình làm xong công việc đó ($x > 0, y > 0$)

$$\text{Ta có hệ pt } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 28 \end{cases}$$

Bài 7 : (198/24 – 500 BT chọn lọc)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 6 giờ đầy bể . Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ , vòi thứ 2 chảy trong 3 giờ thì được $\frac{2}{5}$ bể . Hỏi mỗi vòi chảy một mình trong bao lâu thì đầy bể ?

Giải :

Gọi x, y lần lượt là số giờ vòi thứ nhất , vòi thứ hai chảy đầy bể một mình ($x > 0, y > 0$)

$$\text{Ta có hệ pt } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

$x = 10, y = 15$ thoả mãn đk của ẩn . Vậy vòi thứ nhất chảy một mình mất 10 giờ , vòi thứ hai chảy một mình mất 15 giờ .

Bài tập 8 (199/24 - 500 BT chọn lọc)

Hai người dự định làm một công việc trong 12 giờ thì xong . Họ làm với nhau được 8 giờ thì người thứ nhất nghỉ , còn người thứ hai vẫn tiếp tục làm . Do cố gắng tăng năng suất gấp đôi , nên người thứ hai đã làm xong công việc còn lại trong 3 giờ 20 phút . Hỏi nếu mỗi người thợ làm một mình với năng suất dự định ban đầu thì mất bao lâu mới xong công việc nói trên ?

(Đề thi chuyên toán vòng 1 tỉnh Khánh hoà năm 2000 – 2001)

Giải:

Gọi x, y lần lượt là thời gian người thợ thứ nhất và người thợ thứ hai làm xong công việc với năng suất dự định ban đầu .

Một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Một giờ cả hai người làm được $\frac{1}{12}$ (công việc)

$$\text{Nên ta có pt : } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$$

trong 8 giờ hai người làm được $8 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ (công việc)

Công việc còn lại là $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (công việc)

Năng suất của người thứ hai khi làm một mình là $2 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{y}$ (Công việc)

Mà thời gian người thứ hai hoàn thành công việc còn lại là $\frac{10}{3}$ (giờ) nên ta có pt

$$\frac{1}{3} : \frac{2}{y} = \frac{10}{3} \text{ hay } \frac{y}{6} = \frac{10}{3} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ pt :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases}$$
$$\frac{y}{6} = \frac{10}{3}$$

Vậy theo dự định người thứ nhất làm xong công việc hết 30 giờ và người thứ hai hết 20 giờ .

Bài tập 9: (400 bài tập toán 9)

Hai người A và B làm xong công việc trong 72 giờ , còn người A và C làm xong công việc trong đó trong 63 giờ và người B và C làm xong công việc ấy trong 56 giờ . Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì trong bao lâu thì trong bao lâu sẽ làm xong công việc > Nếu ba người cùng làm sẽ hoàn thành công việc trong mấy giờ ?

Giải :

Gọi người A một mình làm xong công việc trong x (giờ) , $x > 0$ thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{x}$ (công

việc). Người B một mình làm xong công việc trong y (giờ) , $y > 0$ thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{y}$ (công

việc) Người C một mình làm xong công việc trong z (giờ) , $z > 0$ thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{z}$ (công việc)

$$\text{Ta có hpt : } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{72} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{63} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{56} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{504}{3} = 168 \\ y = \frac{504}{4} = 126 \\ z = \frac{504}{5} = 100\frac{5}{4} \end{cases}$$

Nếu cả ba người cùng làm thì mỗi giờ làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{12}{504}$ (công việc)

Vậy cả ba người cùng làm sẽ hoàn thành công việc trong $\frac{504}{12} = 42$ (giờ)

Bài tập 10: (258 /96 – nâng cao và chuyên đề)

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc . Thời gian để đội I làm một mình xong công việc ít hơn thời gian để đội II làm một mình xong công việc đó là 4 giờ . Tổng thời gian này gấp 4,5 lần thời gian hai đội cùng làm chung để xong công việc đó . Hỏi mỗi đội làm một mình thì phải bao lâu mới xong .

Giải :

Gọi thời gian đội I làm một mình xong công việc là x giờ ($x > 0$)

Suy ra thời gian đội II làm một mình xong công việc là $x + 4$ giờ

Trong 1 giờ hai đội làm chung được : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{2x+4}{x(x+4)}$ (công việc)

Thời gian để hai đội làm chung xong công việc là $\frac{x(x+4)}{2x+4}$ (giờ)

Vậy ta có pt : $2x + 4 = 4,5 \cdot \frac{x(x+4)}{2x+4}$ hay $x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -8$ (loại) $x_2 = 4$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy Đội I làm một mình xong công việc hết 4 giờ , đội hai hết 8 giờ .

Bài 1:

Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người chỉ làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi một người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong?

Bài 2:

Nếu vòi A chảy 2 giờ và vòi B chảy trong 3 giờ thì được $\frac{4}{5}$ hồ. Nếu vòi A chảy trong 3 giờ và vòi B chảy trong 1 giờ 30 phút thì được $\frac{1}{2}$ hồ. Hỏi nếu chảy một mình mỗi vòi chảy trong bao lâu mới đầy hồ.

Bài 3:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ đầy bể. Nếu mỗi vòi chảy một mình cho đầy bể thì vòi II cần nhiều thời gian hơn vòi I là 5 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể?

Dạng 3: Toán liên quan đến tỉ lệ phần trăm.

Bài 1:

Trong tháng giêng hai tổ sản xuất được 720 chi tiết máy. Trong tháng hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 12% nên sản xuất được 819 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?.

Bài 2:

Năm ngoái tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2%, còn tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân của cả hai tỉnh năm nay là 4 045 000 người. Tính số dân của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay?

Dạng 4: Toán có nội dung hình học.

Bài 1:

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 280 m. Người ta làm lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 2 m. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là 4256 m^2 .

Bài 2:

Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài lên 10 m, tăng chiều rộng lên 5 m thì diện tích tăng 500 m^2 . Nếu giảm chiều dài 15 m và giảm chiều rộng 9 m thì diện tích giảm 600 m^2 . Tính chiều dài, chiều rộng ban đầu.

Bài 3:

Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 2 cm và 3 cm thì diện tích tam giác tăng 50 cm^2 . Nếu giảm cả hai cạnh đi 2 cm thì diện tích sẽ giảm đi 32 cm^2 . Tính hai cạnh góc vuông.

Dạng 5: Toán về tìm số.

Bài 1:

Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Bài 2:

Tìm một số có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 7 lần chữ số hàng đơn vị của nó và nếu số cần tìm

chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 4 và số dư là 3.

Bài 3:

Nếu tử số của một phân số được tăng gấp đôi và mẫu số thêm 8 thì giá trị của phân số bằng $\frac{1}{4}$. Nếu tử

số thêm 7 và mẫu số tăng gấp 3 thì giá trị phân số bằng $\frac{5}{24}$. Tìm phân số đó.

Bài 4:

Nếu thêm 4 vào tử và mẫu của một phân số thì giá trị của phân số giảm 1. Nếu bớt 1 vào cả tử và mẫu, phân số tăng $\frac{3}{2}$. Tìm phân số đó.

hoc360.net