

Chủ đề 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A - Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn:

Dạng 1: Giải hệ phương trình cơ bản và đưa được về dạng cơ bản

Bài 1: Giải các hệ phương trình

$$1) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ 6x - 3y = 5 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 10 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases}; \quad 5) \begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}; \quad 6) \begin{cases} 4x - 6y = 9 \\ 10x - 15y = 18 \end{cases}$$

Bài 2: Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} (3x + 2)(2y - 3) = 6xy \\ (4x + 5)(y - 5) = 4xy \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} (2x - 3)(2y + 4) = 4x(y - 3) + 54 \\ (x + 1)(3y - 3) = 3y(x + 1) - 12 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} \frac{2y - 5x}{3} + 5 = \frac{y + 27}{4} - 2x \\ \frac{x + 1}{3} + y = \frac{6y - 5x}{7} \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} \frac{7x + 5y - 2}{x + 3y} = -8 \\ \frac{6x - 3y + 10}{5x + 6y} = 5 \end{cases}$$

Dạng 2: Giải hệ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Giải các hệ phương trình sau

$$1) \begin{cases} \frac{2}{x + 2y} + \frac{1}{y + 2x} = 3 \\ \frac{4}{x + 2y} - \frac{3}{y + 2x} = 1 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} \frac{3x}{x + 1} - \frac{2}{y + 4} = 4 \\ \frac{2x}{x + 1} - \frac{5}{y + 4} = 9 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} \frac{x + 1}{x - 1} + \frac{3y}{y + 2} = 7 \\ \frac{2}{x - 1} - \frac{5}{y + 2} = 4 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2(x^2 - 2x) + \sqrt{y + 1} = 0 \\ 3(x^2 - 2x) - 2\sqrt{y + 1} + 7 = 0 \end{cases}; \quad 5) \begin{cases} 5|x - 1| - 3|y + 2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + 5\sqrt{y^2 + 4y + 4} = 13. \end{cases}$$

Dạng 3: Xác định giá trị của tham số để hệ có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Bài 1:

a) Định m và n để hệ phương trình sau có nghiệm là (2 ; - 1).

$$\begin{cases} 2mx - (n + 1)y = m - n \\ (m + 2)x + 3ny = 2m - 3 \end{cases}$$

b) Định a và b biết phương trình: $ax^2 - 2bx + 3 = 0$ có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = -2$.

Bài 2: Định m để 3 đường thẳng sau đồng quy:

a) $2x - y = m$; $x = y = 2m$; $mx - (m - 1)y = 2m - 1$

b) $mx + y = m^2 + 1$; $(m + 2)x - (3m + 5)y = m - 5$; $(2 - m)x - 2y = -m^2 + 2m - 2$.

Bài 3: Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m \\ x + my = 4 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Giải và biện luận hệ theo m.

c) Xác định các giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ sao cho $x > 0, y > 0$.

d) Với giá trị nguyên nào của m thì hệ có nghiệm $(x ; y)$ với x, y là các số nguyên dương.

e) Định m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ sao cho $S = x^2 - y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. (câu hỏi tương tự với $S = xy$).

f) Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ thì điểm $M(x ; y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi m nhận các giá trị khác nhau.

Bài 4: Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (m - 1)x - my = 3m - 1 \\ 2x - y = m + 5 \end{cases}$$

a) Giải và biện luận hệ theo m.

b) Với các giá trị nguyên nào của m thì hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ sao cho $x > 0, y < 0$.

c) Định m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ mà $P = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Xác định m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ thỏa mãn $x^2 + 2y = 0$. (Hoặc: sao cho $M(x ; y)$ nằm trên parabol $y = -0,5x^2$).

e) Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ thì điểm $D(x ; y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi m nhận các giá trị khác nhau.

Bài 5: Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình trên khi $m = 2$.

b) Tìm các số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ mà $x > 0$ và $y < 0$.

c) Tìm các số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ mà x, y là các số nguyên.

d) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ mà $S = x - y$ đạt giá trị lớn nhất.

B - Một số hệ bậc hai đơn giản:

Dạng 1: Hệ đối xứng loại I

Ví dụ: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x + y) = 28 \end{cases}$$

Bài tập tương tự:

Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} xy + x + y = 19 \\ x^2y + xy^2 = 84 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x+1)(y+1) = 8 \\ x(x+1) + y(y+1) + xy = 17 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x + xy + y = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} (x-y)^2 - (x-y) = 6 \\ 5(x^2 + y^2) = 5xy \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + xy + y = 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x^2 + 1)(y^2 + 1) = 10 \\ (x + y)(xy - 1) = 3 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19(x - y)^2 \\ x^2 - xy + y^2 = 7(x - y) \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35 \end{cases}$$

Dạng 2: Hệ đối xứng loại II

Ví dụ: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$$

Bài tập tương tự:

Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x^2 + 1 = 3y \\ y^2 + 1 = 3x \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 2x + y \\ y^2 - 2x^2 = 2y + x \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x^2 - 3x = y \\ y^2 - 3y = x \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 y + 2 = y^2 \\ xy^2 + 2 = x^2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + xy + y = 1 \\ x + xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - 3y = 4 \frac{y}{x} \\ y - 3x = 4 \frac{x}{y} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x^3 = 3x + 8y \\ y^3 = 3y + 8x \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x^3 = 7x + 3y \\ y^3 = 7y + 3x \end{cases}$$

Dạng 3: Hệ bậc hai giải bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số

Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x^2 + xy + 3 = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2xy - x^2 + 4x = -4 \\ x^2 - 2xy + y - 5x = 4 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2(x + y)^2 - 3(x + y) - 5 = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ 2y - x^2 = 0 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 1 \\ 2x^2 + 2y^2 - 2xy - y = 0 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 3x + 2y = 36 \\ (x - 2)(y - 3) = 18 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} xy + x - y = 1 \\ xy - 3x + y = 5 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x(x - 8) + 3y(y + 1) = -6 \\ 2x(x - 8) + 5y(y + 1) = -14 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 12 \\ xy - x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 2y + 2xy - 11 = 0 \\ xy + y - x = 4 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5(x - y)^2 + 3(x - y) = 8 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x^2 - y = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} xy + 2x - y - 2 = 0 \\ xy - 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x + 4y - 8 = 0 \end{cases}$$