

ĐỀ SỐ 24

Câu 1. Rút gọn:

$$1) A = (1 - \sqrt{5}) \cdot \frac{\sqrt{5} + 5}{2\sqrt{5}}.$$

$$2) B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right) \quad \text{với } 0 \leq x \neq 1.$$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 + (3 - m)x + 2(m - 5) = 0$ với m là tham số.

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có nghiệm $x = 2$.

2) Tìm giá trị của m để phương trình trên có nghiệm $x = 5 - 2\sqrt{2}$.

Câu 3. Một xe ô tô cần chạy quãng đường 80km trong thời gian đã dự định. Vì trời mưa nên một phần tư quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là 15km/h nên quãng đường còn lại xe phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h. Tính thời gian dự định của xe ô tô đó.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn và điểm D nằm trên đoạn OA. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn. Đường thẳng qua C, vuông góc với CD cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt tại M và N.

1) Chứng minh các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp được đường tròn.

2) Chứng minh rằng $\widehat{MDN} = 90^\circ$.

3) Gọi P là giao điểm của AC và DM, Q là giao điểm của BC và DN. Chứng minh rằng PQ song song với AB.

Câu 5. Cho các số dương a, b, c. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 4 \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right).$$