

ĐỀ SỐ 4

Câu 1:

a) Cho x và y là 2 số thực thoả mãn $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$A = \frac{xy}{x + y + 2}.$$

b) Cho x, y, z là 3 số thực dương thoả mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Chứng minh:

$$\frac{2}{x^2 + y^2} + \frac{2}{y^2 + z^2} + \frac{2}{z^2 + x^2} \leq \frac{x^3 + y^3 + z^3}{2xyz} + 3.$$

Câu 2:

a) Giải phương trình: $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x + 10}$.

b) Tìm x, y thoả mãn:
$$\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 = -y^3 \end{cases}$$

Câu 3:

a) Chứng minh rằng nếu: $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}} = a$ thì $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$.

b) Chứng minh rằng nếu phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm thì $5(a^2 + b^2) \geq 4$.

Câu 4:

Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính $AB = 2R$ và bán kính OC vuông góc với AB . Tìm điểm M trên nửa đường tròn sao cho $2MA^2 = 15MK^2$, trong đó K là chân đường vuông góc hạ từ M xuống OC .

Câu 5:

Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BD và AC . Gọi G là giao điểm của đường thẳng đi qua F vuông góc với AD với đường thẳng đi qua E vuông góc với BC . So sánh GD và GC .