

ĐỀ SỐ 2

Câu 1: a) Tìm các số hữu tỉ x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$x(\sqrt{2011} + \sqrt{2010}) + y(\sqrt{2011} - \sqrt{2010}) = \sqrt{2011^3} + \sqrt{2010^3}$$

b) Tìm tất cả các số nguyên $x \geq y \geq z \geq 0$ thỏa mãn:

$$xyz + xy + yz + zx + x + y + z = 2011.$$

Câu 2: a) Giải phương trình: $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1}$.

b) Cho $a, b, c \in [0; 2]$ và $a + b + c = 3$. Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$.

Câu 3: Tìm tất cả các số hữu tỉ x sao cho giá trị của biểu thức $x^2 + x + 6$ là một số chính phương.

Câu 4: Cho đường tròn (O) ngoại tiếp ΔABC có H là trực tâm. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M .

Gọi N, I, K lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB . Chứng minh:

a) Ba điểm K, N, I thẳng hàng.

b)
$$\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MI} = \frac{BC}{MN}.$$

c) NK đi qua trung điểm của HM .

Câu 5: Tìm GTLN và GTNN của biểu thức: $P = 2x^2 - xy - y^2$ với x, y thỏa mãn điều kiện sau:

$$x^2 + 2xy + 3y^2 = 4.$$