ĐỀ SỐ 1

Câu 1: Giải các phương trình:

a) $\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)-4\left(x-\frac{2}{x}\right)-9=0$

b) $\left(\sqrt{x+5}-\sqrt{x+2}\right)\left(1+\sqrt{x^2+7x+10}\right)=3$

Câu 2:

a) Cho 3 số a, b, c khác 0 thỏa mãn: abc = 1 và

$$\frac{a}{b^3}+\frac{b}{c^3}+\frac{c}{a^3}=\frac{b^3}{a}+\frac{c^3}{b}+\frac{a^3}{c}.$$

Chứng minh rằng trong 3 số a, b, c luôn tồn tại một số là lập phương của một trong hai số còn lại.

b) Cho $x=\sqrt[3]{1+\frac{\sqrt{84}}{9}}+\sqrt[3]{1-\frac{\sqrt{84}}{9}}$. Chứng minh x có giá trị là một số nguyên.

Câu 3: Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x+y+z\le 3$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A=\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1+y^2}+\sqrt{1+z^2}+2\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right).$$

Câu 4: Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho OA = $R\sqrt{2}$. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Lấy D thuộc AB; E thuộc AC sao cho chu vi của tam giác ADE bằng 2R.

a) Chứng minh tứ giác ABOC là hình vuông.

b) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔADE.

Câu 5: Trên mặt phẳng cho 99 điểm phân biệt sao cho từ 3 điểm bất kì trong số chúng đều tìm được 2 điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng 1 chứa không ít hơn 50 điểm.

hoc360.net