

Dạng V

Bài tập Hình tổng hợp

Bài 1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại

H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại M,N,P.

Xét tứ giác CEHD ta có: C/M:

1. Tứ giác CEHD, nội tiếp .
2. Bốn điểm B,C,E,F cùng nằm trên một đường tròn.
3. $AE.AC = AH.AD$; $AD.BC = BE.AC$.
4. H và M đối xứng nhau qua BC.
5. Xác định tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.

Bài 2. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), các đường cao AD, BE, cắt nhau tại H. Gọi O là tâm đường tròn

ngoại tiếp tam giác AHE.

1. Chứng minh tứ giác CEHD nội tiếp .
2. Bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đường tròn.
3. Chứng minh $ED = \frac{1}{2}BC$.
4. Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).
5. Tính độ dài DE biết $DH = 2$ Cm, $AH = 6$ Cm.

Bài 3 Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By.

Qua điểm M thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax , By lần lượt ở C và D. Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại N.

Truy cập Website : hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

1. Chứng minh $AC + BD = CD$.
2. Chứng minh $\angle COD = 90^\circ$.
3. Chứng minh $AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$.
4. Chứng minh $OC \parallel BM$
5. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD .
6. Chứng minh $MN \perp AB$.
7. Xác định vị trí của M để chu vi tứ giác $ACDB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4 Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp góc

A , O là trung điểm của IK .

1. Chứng minh B, C, I, K cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
3. Tính bán kính đường tròn (O) Biết $AB = AC = 20$ Cm, $BC = 24$ Cm.

Bài 5 Cho đường tròn $(O; R)$, từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O) . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A) kẻ cát tuyến MNP và gọi K là trung điểm của NP , kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm). Kẻ $AC \perp MB$, $BD \perp MA$, gọi H là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của OM và AB .

1. Chứng minh tứ giác $AMBO$ nội tiếp.
2. Chứng minh năm điểm O, K, A, M, B cùng nằm trên một đường tròn.
3. Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$; $OI \cdot IM = IA^2$.
4. Chứng minh $OAHB$ là hình thoi.
5. Chứng minh ba điểm O, H, M thẳng hàng.
6. Tìm quỹ tích của điểm H khi M di chuyển trên đường thẳng d

Bài 6 Cho tam giác ABC vuông ở A , đường cao AH . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AH . Gọi HD là đường kính của đường tròn $(A; AH)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại D cắt CA ở E .

1. Chứng minh tam giác BEC cân.

Group : <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

Truy cập Website : hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

2. Gọi I là hình chiếu của A trên BE, Chứng minh rằng $AI = AH$.
3. Chứng minh rằng BE là tiếp tuyến của đường tròn (A; AH).
4. Chứng minh $BE = BH + DE$.

Bài 7 Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax và lấy trên tiếp tuyến đó một điểm P sao

cho $AP > R$, từ P kẻ tiếp tuyến tiếp xúc với (O) tại M.

1. Chứng minh rằng tứ giác APMO nội tiếp được một đường tròn.
2. Chứng minh $BM \parallel OP$.
3. Đường thẳng vuông góc với AB ở O cắt tia BM tại N. Chứng minh tứ giác OBNP là hình bình hành.
4. Biết AN cắt OP tại K, PM cắt ON tại I; PN và OM kéo dài cắt nhau tại J. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Bài 8 Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kì trên nửa đường tròn (M khác A, B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax. Tia BM cắt Ax tại I; tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E; cắt tia BM tại F tia BE cắt Ax tại H, cắt AM tại K.

- 1) Chứng minh rằng: EFMK là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh rằng: $AI^2 = IM \cdot IB$.
- 3) Chứng minh BAF là tam giác cân.
- 4) Chứng minh rằng : Tứ giác AKFH là hình thoi.
- 5) Xác định vị trí M để tứ giác AKFI nội tiếp được một đường tròn.

Bài 9 Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Bx và lấy hai điểm C và D thuộc nửa đường tròn. Các tia AC và AD cắt Bx lần lượt ở E, F (F ở giữa B và E).

1. Chứng minh AC. AE không đổi.
2. Chứng minh $\angle ABD = \angle DFB$.
3. Chứng minh rằng CEFD là tứ giác nội tiếp.

Bài 10 Cho đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kì trên nửa đường tròn sao cho $AM < MB$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AB và S là giao điểm của hai tia BM, M'A. Gọi P là chân đường vuông góc từ S đến AB.

1. Chứng minh bốn điểm A, M, S, P cùng nằm trên một đường tròn
2. Gọi S' là giao điểm của MA và SP. Chứng minh rằng tam giác PS'M cân.
3. Chứng minh PM là tiếp tuyến của đường tròn .

Bài 11. Cho tam giác ABC ($AB = AC$). Cạnh AB, BC, CA tiếp xúc với đường tròn (O) tại các điểm D, E, F . BF cắt (O) tại I , DI cắt BC tại M. Chứng minh :

1. Tam giác DEF có ba góc nhọn.
2. $DF \parallel BC$.
3. Tứ giác BDFC nội tiếp.
4. $\frac{BD}{CB} = \frac{BM}{CF}$

Bài 12 Cho đường tròn (O) bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M (M khác O). CM cắt (O) tại N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn ở P. Chứng minh :

1. Tứ giác OMNP nội tiếp.
2. Tứ giác CMPO là hình bình hành.
3. CM. CN không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.
4. Khi M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì P chạy trên đoạn thẳng cố định nào.

Bài 13 Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$), đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A , Vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, Nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F.

1. Chứng minh AFHE là hình chữ nhật.
2. BEFC là tứ giác nội tiếp.
3. $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

Truy cập Website : hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

4. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn .

Bài 14 Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AC = 10$ Cm, $CB = 40$ Cm. Vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn có đường kính theo thứ tự là AB, AC, CB và có tâm theo thứ tự là O, I, K.

Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại E. Gọi M, N theo thứ tự là giao điểm của EA,

EB với các nửa đường tròn (I), (K).

1. Chứng minh $EC = MN$.
2. Chứng minh MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn (I), (K).
3. Tính MN.
4. Tính diện tích hình được giới hạn bởi ba nửa đường tròn

Bài 15 Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy điểm M, dựng đường tròn (O) có đường kính MC. đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại D. đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại S.

1. Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp .
2. Chứng minh CA là tia phân giác của góc SCB.
3. Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh rằng các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.
4. Chứng minh DM là tia phân giác của góc ADE.
5. Chứng minh điểm M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.

Bài 17. Cho tam giác đều ABC có đường cao là AH. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (M không trùng B, C, H) ; từ M kẻ MP, MQ vuông góc với các cạnh AB, AC.

1. Chứng minh APMQ là tứ giác nội tiếp và hãy xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
2. Chứng minh rằng $MP + MQ = AH$.

Group : <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

Bài 18. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên đoạn thẳng OB lấy điểm H bất kì (H không trùng O, B) ; trên đường thẳng vuông góc với OB tại H , lấy một điểm M ở ngoài đường tròn ; MA và MB thứ tự cắt đường tròn (O) tại C và D . Gọi I là giao điểm của AD và BC .

1. Chứng minh $MCID$ là tứ giác nội tiếp .
2. Chứng minh các đường thẳng AD, BC, MH đồng quy tại I .
3. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MCID$, Chứng minh $KCOH$ là tứ giác nội tiếp .

Bài 19. Cho đường tròn (O) đường kính AC . Trên bán kính OC lấy điểm B tùy ý (B khác O, C). Gọi M là trung điểm của đoạn AB . Qua M kẻ dây cung DE vuông góc với AB . Nội tiếp CD , Kẻ BI vuông góc với CD .

1. Chứng minh tứ giác $BMDI$ nội tiếp .
2. Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi.
3. Chứng minh $BI \parallel AD$.
4. Chứng minh I, B, E thẳng hàng.
5. Chứng minh MI là tiếp tuyến của (O') .

Bài 20. Cho đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ có $R > R'$ tiếp xúc ngoài nhau tại C . Gọi AC và BC là hai đường kính đi qua điểm C của (O) và (O') . DE là dây cung của (O) vuông góc với AB tại trung điểm M của AB . Gọi giao điểm thứ hai của DC với (O') là F , BD cắt (O') tại G . Chứng minh rằng:

1. Tứ giác $MDGC$ nội tiếp .
2. Bốn điểm M, D, B, F cùng nằm trên một đường tròn
3. Tứ giác $ADBE$ là hình thoi.
4. B, E, F thẳng hàng
5. DF, EG, AB đồng quy.
6. $MF = 1/2 DE$.
7. MF là tiếp tuyến của (O') .

Bài 21. Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi I là trung điểm của OA. Vẽ đường tròn tâm I đi qua A, trên (I) lấy P bất kì, AP cắt (O) tại Q.

1. Chứng minh rằng các đường tròn (I) và (O) tiếp xúc nhau tại A.
2. Chứng minh $IP \parallel OQ$.
3. Chứng minh rằng $AP = PQ$.
4. Xác định vị trí của P để tam giác AQB có diện tích lớn nhất.

Bài 22. Cho hình vuông ABCD, điểm E thuộc cạnh BC. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DE, đường thẳng này cắt các đường thẳng DE và DC theo thứ tự ở H và K.

1. Chứng minh BHCD là tứ giác nội tiếp.
2. Tính góc CHK.
3. Chứng minh $KC \cdot KD = KH \cdot KB$
4. Khi E di chuyển trên cạnh BC thì H di chuyển trên đường nào?

Bài 23. Cho tam giác ABC vuông ở A. Dựng ở miền ngoài tam giác ABC các hình vuông ABHK, ACDE.

1. Chứng minh ba điểm H, A, D thẳng hàng.
2. Đường thẳng HD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại F, chứng minh FBC là tam giác vuông cân.
3. Cho biết $\angle ABC > 45^\circ$; gọi M là giao điểm của BF và ED, Chứng minh 5 điểm b, k, e, m, c cùng nằm trên một đường tròn.
4. Chứng minh MC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 24. Cho tam giác nhọn ABC có $\angle B = 45^\circ$. Vẽ đường tròn đường kính AC có tâm O, đường tròn này cắt BA và BC tại D và E.

1. Chứng minh $AE = EB$.
2. Gọi H là giao điểm của CD và AE, Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn HE đi qua trung điểm I của BH.
3. Chứng minh OD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

Bài 25. Cho đường tròn (O) , BC là dây bất kì ($BC < 2R$). Kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C chúng cắt nhau tại A. Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M rồi kẻ các đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh tương ứng BC, AC, AB. Gọi giao điểm của BM, IK là P; giao điểm của CM, IH là Q.

1. Chứng minh tam giác ABC cân.
2. Các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp.
3. Chứng minh $MI^2 = MH \cdot MK$.
4. Chứng minh $PQ \perp MI$.

Bài 26. Cho đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$. Vẽ dây cung $CD \perp AB$ ở H. Gọi M là điểm chính giữa của cung CB, I là giao điểm của CB và OM. K là giao điểm của AM và CB. Chứng minh :

1. $\frac{KC}{KB} = \frac{AC}{AB}$
2. AM là tia phân giác của $\angle CMD$.
3. Tứ giác OHCI nội tiếp
4. Chứng minh đường vuông góc kẻ từ M đến AC cũng là tiếp tuyến của đường tròn tại M.

Bài 27 Cho đường tròn (O) và một điểm A ở ngoài đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn (O) tại B và C. Gọi M là điểm tùy ý trên đường tròn (M khác B, C), từ M kẻ $MH \perp BC$, $MK \perp CA$, $MI \perp AB$. Chứng minh :

1. Tứ giác ABOC nội tiếp.
2. $\angle BAO = \angle BCO$.
3. $\triangle MIH \sim \triangle MKC$.
4. $MI \cdot MK = MH^2$.

Bài 28 Cho tam giác ABC nội tiếp (O) . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC; E là điểm đối xứng của H qua BC; F là điểm đối xứng của H qua trung điểm I của BC.

1. Chứng minh tứ giác BHCF là hình bình hành.
2. E, F nằm trên đường tròn (O) .
3. Chứng minh tứ giác BCFE là hình thang cân.
4. Gọi G là giao điểm của AI và OH. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.

Bài 29 BC là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ ($BC \neq 2R$). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho O luôn nằm trong tam giác ABC. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

1. Chứng minh tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.
2. Gọi A' là trung điểm của BC, Chứng minh $AH = 2OA'$.

Truy cập Website : hoc360.net – Tải tài liệu học tập miễn phí

3. Gọi A_1 là trung điểm của EF , Chứng minh $R.AA_1 = AA'. OA'$.
4. Chứng minh $R(EF + FD + DE) = 2S_{ABC}$ suy ra vị trí của A để tổng $EF + FD + DE$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 30 Cho tam giác ABC nội tiếp $(O; R)$, tia phân giác của góc BAC cắt (O) tại M .
Vẽ đường cao AH và bán kính OA .

1. Chứng minh AM là phân giác của góc OAH .
2. Giả sử $\angle B > \angle C$. Chứng minh $\angle OAH = \angle B - \angle C$.
3. Cho $\angle BAC = 60^\circ$ và $\angle OAH = 20^\circ$. Tính: $\angle B$ và $\angle C$ của tam giác ABC .

***** Hết *****