

## Dạng II:

### **ĐỒ THỊ $y = ax + b (a \neq 0)$ & $y = a'x^2 (a' \neq 0)$ VÀ TƯƠNG QUAN GIỮA CHÚNG**

#### **I/.Điểm thuộc đường – đường đi qua điểm.**

Điểm  $A(x_A; y_A)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x) \Leftrightarrow y_A = f(x_A)$ .

**Ví dụ 1:** Tìm hệ số  $a$  của hàm số:  $y = ax^2$  biết đồ thị hàm số của nó đi qua điểm  $A(2;4)$

#### **Giải:**

Do đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(2;4)$  nên:  $4 = a.2^2 \Leftrightarrow a = 1$

**Ví dụ 2:** Trong mặt phẳng tọa độ cho  $A(-2;2)$  và đường thẳng  $(d)$  có Phương trình:  $y = -2(x + 1)$ . Đường thẳng  $(d)$  có đi qua  $A$  không?

#### **Giải:**

Ta thấy  $-2.(-2 + 1) = 2$  nên điểm  $A$  thuộc vào đường thẳng  $(d)$

#### **II.Cách tìm giao điểm của hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ .**

**Bước 1:** Hoành độ giao điểm là nghiệm của Phương trình  $f(x) = g(x)$  (\*)

**Bước 2:** Lấy nghiệm đó thay vào 1 trong hai công thức  $y = f(x)$  hoặc  $y = g(x)$  để Tìm tung độ giao điểm.

**Chú ý:** Số nghiệm của Phương trình (\*) là số giao điểm của hai đường trên.

#### **III.Quan hệ giữa hai đường thẳng.**

Xét hai đường thẳng :  $(d_1) : y = a_1x + b_1$  và  $(d_2) : y = a_2x + b_2$ .

a)  $(d_1)$  cắt  $(d_2) \Leftrightarrow a_1 \neq a_2$ .

b)  $(d_1) // (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$

c)  $(d_1) \equiv (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$

d)  $(d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow a_1.a_2 = -1$

#### **IV.Tìm điều kiện để 3 đường thẳng đồng qui.**

**Bước 1:** Giải hệ Phương trình gồm hai đường thẳng không chứa tham số để Tìm  $(x;y)$ .

**Bước 2:** Thay  $(x;y)$  vừa Tìm được vào Phương trình còn lại để Tìm ra tham số .

#### **V.Quan hệ giữa $(d): y = ax + b$ và $(P): y = ax^2 (a' \neq 0)$ .**

##### **1.Tìm tọa độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$ .**

**Bước 1:** Tìm hoành độ giao điểm là nghiệm của Phương trình:

$$ax^2 = ax + b \quad (\#) \Leftrightarrow ax^2 - ax - b = 0$$

**Bước 2:** Lấy nghiệm đó thay vào 1 trong hai cụng thức  $y = ax + b$  hoặc  $y = ax^2$  để Tìm tung độ giao điểm.

**Chú ý:** Số nghiệm của Phương trình (#) là số giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ .

##### **2.Tìm điều kiện để $(d)$ và $(P)$ cắt;tiếp xúc; không cắt nhau:**

Từ Phương trình (#) ta có:  $ax^2 - ax - b = 0 \Rightarrow \Delta = (-a)^2 + 4a'.b$

a)  $(d)$  và  $(P)$  cắt nhau  $\Leftrightarrow$  Phương trình (#) cú hai nghiệm phõn biệt  $\Leftrightarrow \Delta > 0$

Truy cập Website : [hoc360.net](http://hoc360.net) – Tải tài liệu học tập miễn phí

b) (d) và (P) tiếp xúc với nhau  $\Leftrightarrow$  Phương trình (#) có nghiệm kép  $\Leftrightarrow \Delta = 0$

c) (d) và (P) không giao nhau  $\Leftrightarrow$  Phương trình (#) vô nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta < 0$

## VI. Viết Phương trình đường thẳng $y = ax + b$ :

**1. Biết quan hệ về hệ số góc (//hay vuông góc) và đi qua điểm  $A(x_0; y_0)$**

Bước 1: Dựa vào quan hệ song song hay vuông góc để Tìm hệ số a.

Bước 2: Thay a vừa Tìm được và  $x_0; y_0$  vào cùng thức  $y = ax + b$  để Tìm b.

**2. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$ .**

Do đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  nên ta có hệ Phương trình:

$$\begin{cases} ax_1 + b = y_1 \\ ax_2 + b = y_2 \end{cases}$$

Giải hệ Phương trình Tìm a, b.

**3. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(x_0; y_0)$  và tiếp xúc với (P):  $y = ax^2$**

+) Do đường thẳng đi qua điểm  $A(x_0; y_0)$  nên có Phương trình :

$$y_0 = ax_0 + b$$

+) Do đồ thị hàm số  $y = ax + b$  tiếp xúc với (P):  $y = ax^2$  nên:

$$\text{Pt: } ax^2 = ax + b \text{ có nghiệm kép } \Leftrightarrow \Delta = 0$$

+) Giải hệ  $\begin{cases} y_0 = ax_0 + b \\ \Delta = 0 \end{cases}$  để Tìm a, b.

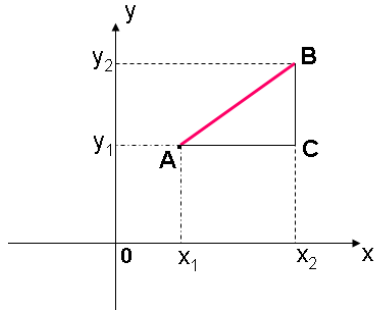
## VII. Chứng minh đường thẳng luôn đi qua 1 điểm cố định ( giả sử tham số là m).

+) Giả sử  $A(x_0; y_0)$  là điểm cố định mà đường thẳng luôn đi qua với mọi m, thay  $x_0; y_0$  vào Phương trình đường thẳng chuyển về Phương trình ẩn m hệ số  $x_0; y_0$  nghiệm đúng với mọi m.

+) Đồng nhất hệ số của Phương trình trên với 0 giải hệ Tìm ra  $x_0; y_0$ .

## VIII. Tìm khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ A; B

Gọi  $x_1; x_2$  lần lượt là hoành độ của A và B;  $y_1; y_2$  lần lượt là tung độ của A và B



Khi đó khoảng cách AB được tính bởi định lý Pi Ta Go trong tam giác vuông ABC:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

## IX. Một số ứng dụng của đồ thị hàm số:

1. Ứng dụng vào Phương trình.

2. Ứng dụng vào bài toán cực trị.

### Bài tập về hàm số.

**Bài 1.** cho parabol (p):  $y = 2x^2$ .

1. tìm giá trị của a,b sao cho đường thẳng  $y = ax+b$  tiếp xúc với (p) và đi qua A(0;-2).
2. tìm Phương trình đường thẳng tiếp xúc với (p) tại B(1;2).
3. Tìm giao điểm của (p) với đường thẳng  $y = 2m + 1$ .

**Bài 2:** Cho (P)  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = ax + b$ .

1. Xác định a và b để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1;0) và tiếp xúc với (P).
2. Tìm toạ độ tiếp điểm.

**Bài 3:** Cho (P)  $y = x^2$  và đường thẳng (d)  $y = 2x + m$

1. Vẽ (P)
2. Tìm m để (P) tiếp xúc (d)
3. Tìm toạ độ tiếp điểm.

**Bài 4:** Cho (P)  $y = -\frac{x^2}{4}$  và (d):  $y = x + m$

1. Vẽ (P)
2. Xác định m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B
3. Xác định Phương trình đường thẳng (d') song song với đường thẳng (d) và cắt (P) tại điểm có tung độ bằng -4
4. Xác định Phương trình đường thẳng (d'') vuông góc với (d') và đi qua giao điểm của (d') và (P)

**Bài 5:** Cho hàm số (P):  $y = x^2$  và hàm số(d):  $y = x + m$

1. Tìm m sao cho (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B
2. Xác định Phương trình đường thẳng (d') vuông góc với (d) và tiếp xúc với (P)
3. Tìm m sao cho khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng  $3\sqrt{2}$

**Bài 6:** Cho điểm A(-2;2) và đường thẳng ( $d_1$ )  $y = -2(x+1)$

1. Điểm A có thuộc ( $d_1$ ) không ? Vì sao ?
2. Tìm a để hàm số (P):  $y = ax^2$  đi qua A
3. Xác định Phương trình đường thẳng ( $d_2$ ) đi qua A và vuông góc với ( $d_1$ )
4. Gọi A và B là giao điểm của (P) và ( $d_2$ ) ; C là giao điểm của ( $d_1$ ) với trục tung . Tìm toạ độ của B và C . Tính chu vi tam giác ABC?

**Bài 7:** Cho (P)  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d) đi qua hai điểm A và B trên (P) có hoành độ lần lượt là

-2 và 4

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số trên
2. Viết Phương trình đường thẳng (d)
3. Tìm điểm M trên cung AB của (P) tương ứng hoành độ  $x \in [-2;4]$  sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

(Gợi ý: cung AB của (P) tương ứng hoành độ  $x \in [-2;4]$  có nghĩa là  $A(-2; y_A)$  và  $B(4; y_B) \Rightarrow$  tính  $y_A; y_B; S_{MAB}$  có diện tích lớn nhất  $\Leftrightarrow M$  là tiếp điểm của đường thẳng  $(d_1)$  với (P) và  $(d_1) \parallel (d)$ .

**Bài 8:** Cho (P):  $y = -\frac{x^2}{4}$  và điểm M (1;-2)

1. Viết Phương trình đường thẳng (d) đi qua M và có hệ số góc là m  
HD: Phương trình có dạng:  $y = ax + b$  mà  $a = m$ . thay  $x = 1; y = -2$  tính  $b = -m - 2$ . vậy  
PT:  $y = mx - m - 2$ .
2. Chứng minh: (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B khi m thay đổi
3. Gọi  $x_A; x_B$  lần lượt là hoành độ của A và B. Xác định m để  $x_A^2 x_B + x_A x_B^2$  đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị đó?

**Bài 9:** Cho hàm số (P):  $y = x^2$

1. Vẽ (P)
2. Gọi A, B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Viết ph. trình đường thẳng AB
3. Viết Phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc với (P)

**Bài 10:** Trong hệ tọa độ xOy cho Parabol (P)  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d):

$$y = mx - 2m - 1$$

1. Vẽ (P)
2. Tìm m sao cho (P) và (d) tiếp xúc nhau. Tìm tọa độ tiếp điểm
3. Chứng tỏ rằng (d) luôn đi qua một điểm cố định

**Bài 11:** Cho (P):  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và điểm I(0;-2). Gọi (d) là đường thẳng qua I và có hệ số góc m.

1. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với  $\forall m \in \mathbb{R}$
2. Tìm giá trị của m để đoạn AB ngắn nhất

**Bài 12:** Cho (P):  $y = \frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d) đi qua điểm  $I(\frac{3}{2}; 1)$  có hệ số góc là m

1. Vẽ (P) và viết Phương trình (d)
2. Tìm m sao cho (d) tiếp xúc (P)
3. Tìm m sao cho (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt

**Bài 13:** Cho (P):  $y = \frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d):  $y = -\frac{x}{2} + 2$

1. Vẽ (P) và (d)
2. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)
3. Tìm tọa độ của điểm thuộc (P) sao cho tại đó đường tiếp tuyến của (P) song song với (d)

**Bài 14:** Cho (P):  $y = x^2$

1. Gọi A và B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2 . Viết ph. trình đường thẳng AB
2. Viết Phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc với (P)

**Bài 14:** Cho (P):  $y = 2x^2$

1. Vẽ (P)
2. Trên (P) lấy điểm A có hoành độ  $x = 1$  và điểm B có hoành độ  $x = 2$  . Xác định các giá trị của m và n để đường thẳng (d):  $y = mx + n$  tiếp xúc với (P) và song song với AB

**Bài 15:** Xác định giá trị của m để hai đường thẳng có Phương trình  
nhau tại một điểm trên (P)  $y = -2x^2$  .

$$\begin{aligned}(d_1) : x + y &= m \\(d_2) : mx + y &= 1\end{aligned} \quad \text{cắt}$$