

$$\text{Số cây} = (25 : 5) + 1$$

-Trồng 1 Đầu (Hoặc 1 cây loại khác) Khoảng cách chia cho khoảng cách giữa các cây.

$$\text{Số cây} = (25 : 5)$$

-Không trồng 2 đầu (Hoặc 2 cây loại khác) (Khoảng cách chia cho khoảng cách giữa các cây trừ 1).

$$\text{Số cây} = (25 : 5) - 1$$

-Trồng trên đường khép kín) Khoảng cách chia cho khoảng cách giữa các cây.

$$\text{Số cây} = (25 : 5)$$

17. MỘT SỐ BÀI TOÁN GIẢI NGƯỢC TỪ CUỐI

PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGƯỢC TỪ CUỐI

Có một số bài toán cho biết kết quả sau khi thực hiện liên tiếp một số phép tính đối với số phải tìm. Khi giải các bài toán dạng này, ta thường dùng phương pháp tính ngược từ cuối (đôi khi còn gọi là phương pháp suy ngược từ cuối)

Khi giải toán bằng phương pháp tính ngược từ cuối, ta thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong đề bài. Kết quả tìm được trong bước trước chính là thành phần đã biết của phép tính liền sau đó. Sau khi thực hiện hết dãy các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong đề bài, ta nhận được kết quả cần tìm.

Ví dụ 1: Tìm một số, biết rằng tăng số đó gấp đôi, sau đó cộng với 16 rồi bớt đi 4 và cuối cùng chia cho 3 ta được kết quả bằng 12.

Phân tích: Trong bài này ta đã thực hiện liên tiếp đối với dãy số cần tìm dãy các phép tính dưới đây:
 $\times 2, + 16, - 4, : 3$ cho kết quả cuối cùng bằng 12.

- Ta có thể xác định được số trước khi chia cho 3 được kết quả là 12 (Tìm số bị chia khi biết số chia và thương số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 1, ta tìm được số trước khi bớt đi 4 (Tìm số bị trừ khi biết số trừ và hiệu số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 2, ta tìm được số trước khi cộng với 16 (Tìm số hạng chưa biết khi biết số hạng kia và tổng số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 3, ta tìm được số trước khi nhân với 2, chính là số cần tìm (Tìm thừa số chưa biết khi biết tích và thừa số kia).

Từ phân tích trên ta đi đến lời giải như sau:

Số trước khi chia cho 3 là:

$$12 \times 3 = 36$$

Số trước khi bớt đi 4 là:

$$36 + 4 = 40$$

Số trước khi cộng với 16 là:

$$40 - 16 = 24$$

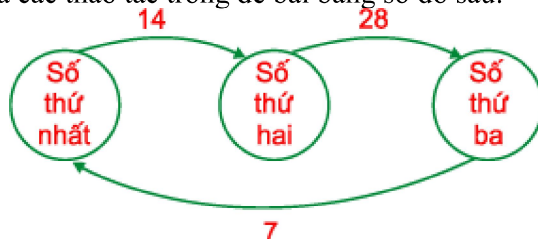
Số cần tìm là:

$$24 : 2 = 12$$

Trả lời: Số cần tìm là 12.

Ví dụ 2: Tìm ba số, biết rằng sau khi chuyển 14 đơn vị từ số thứ nhất sang số thứ hai, chuyển 28 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ ba rồi chuyển 7 đơn vị từ số thứ ba sang số thứ nhất ta được ba số đều bằng 45.

Phân tích: Ta có thể minh họa các thao tác trong đề bài bằng sơ đồ sau:



Ta có:

Số thứ nhất: $- 14; + 7$ cho kết quả là 45

Số thứ hai: $+ 14; - 28$ cho kết quả là 45

Số thứ ba: $+ 28; - 7$ cho kết quả là 45
 Từ phân tích trên ta đi đến lời giải của bài toán như sau:
 Số thứ nhất là: $45 - 7 + 14 = 52$.
 Số thứ hai là: $45 + 28 - 14 = 49$.
 Số thứ ba là: $45 + 7 - 28 = 24$.
 Trả lời: Ba số cần tìm là: 52; 49 và 24.
 Lời giải bài toán trên có thể thể hiện trong bảng sau:

Trả lời: Ba số cần tìm là: 52; 49 và 24.

II. Một số dạng cơ bản

1- Dạng thứ nhất: Dạng biến đổi bằng các phép tính đơn giản, quá trình tìm tòi cách giải có thể dùng lược đồ hoặc đưa về bài toán tìm x quen thuộc.

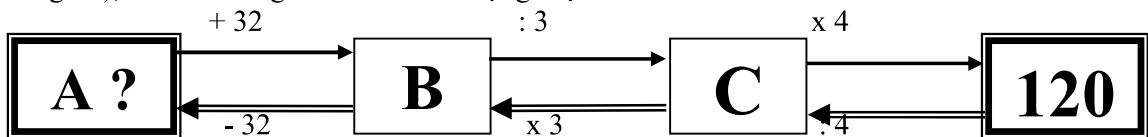
Ví dụ 1.1: Tìm một số biết rằng nếu đem số đó cộng với 32, được bao nhiêu đem chia cho 3, rồi nhân với 4 thì bằng 120.

Hướng dẫn giải:

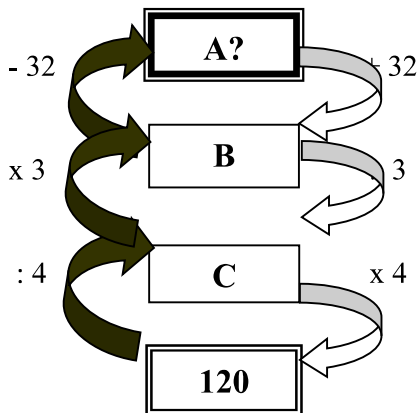
Với bài toán dạng này, ta có thể sử dụng các cách:

- + Dùng lược đồ
- + Dùng sơ đồ đoạn thẳng
- + Đưa về bài toán " tìm x " (Lập phương trình)

Để phù hợp với nhận thức của học sinh tiểu học (đặc biệt là các em còn ở mức trung bình vươn lên khá giỏi), ta nên hướng dẫn các em sử dụng lược đồ như sau:



Nếu ta quay lược đồ này một góc 90^0 ta có cách nói suy luận từ dưới lên



Bằng các dấu mũi tên ngược với quá trình biến đổi của đề ra ta dễ dàng giúp các em tìm ra kết quả bài toán.

- $C \times 4 = 120$. Vậy, muốn tìm C ta làm thế nào và bằng bao nhiêu ?
 ($120 : 4 = 30$. Vậy $C = 30$)
- $B : 3 = 30$. Vậy, muốn tìm B ta làm thế nào và bằng bao nhiêu ? ($30 \times 3 = 90$.
 Vậy $B = 90$)

- $A + 32 = 90$. Vậy, muốn tìm A ta làm thế nào và bằng bao nhiêu ?
 ($90 - 32 = 58$. Vậy $A = 58$ - Đây chính là số phải tìm của bài toán).

Lưu ý: Lược đồ chỉ nên sử dụng ở phần nháp để tìm tòi cách giải. Nếu vẽ vào bài làm thì rườm rà và mất thời gian.

Bài giải cụ thể:

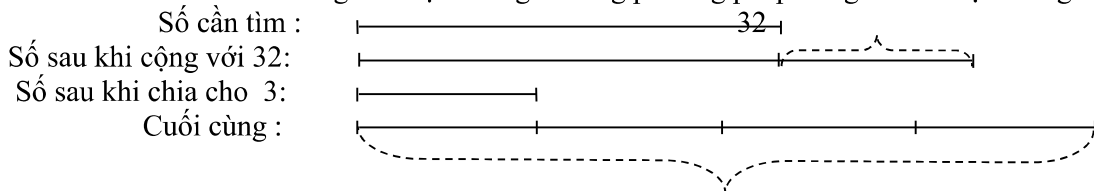
Số trước khi nhân với 4 là: $120 : 4 = 30$

Số trước khi chia cho 3 là: $30 \times 3 = 90$

Số phải tìm (hay trước khi cộng 32) là: $90 - 32 = 58$

Đáp số: 58

Bài toán trên ta có thể hướng dẫn học sinh giải bằng phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng như sau:



Lưu ý: Số sau khi cộng với 32 hay trước khi chia cho 3 là một

* Giải bằng cách đưa về bài toán tìm X (tìm thành phần chưa biết trong phép tính - lập phương trình)

Gọi số cần tìm là X ta có : $(X + 32) : 3 \times 4 = 120$. Giải:

$$(X + 32) : 3 = 120 : 4$$

$$(X + 32) : 3 = 30$$

$$X + 32 = 30 \times 3$$

$$X + 32 = 90$$

$$X = 90 - 32$$

$$X = 58$$

Lưu ý: 6 bài toán tìm X ở dạng cơ bản:

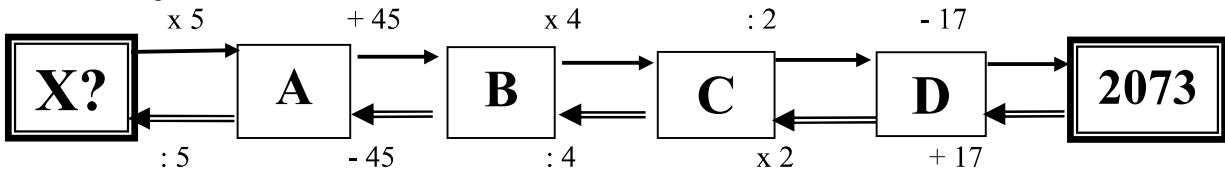
$$X + a = b ; \quad X \times a = b ; \quad X - a = b ; \quad a - X = b , \quad X : a = b ; \quad a : X = b$$

Trong đó a, b là các số đã biết X là số cần tìm. Hầu hết các bài toán tìm X ở tiểu học (giải phương trình bậc nhất có một ẩn số) không ở dạng cơ bản, qua một số biến đổi tương đương đều được đưa về một trong 6 dạng cơ bản trên.

Ví dụ 1.2: Tìm một số biết rằng số đó nhân với 5 rồi cộng với 45, được bao nhiêu nhân với 4 rồi chia cho 2 và cuối cùng trừ đi 17 thì được kết quả là 2073.

Hướng dẫn giải:

- Dùng lược đồ:



Bài giải: (Nên hướng dẫn học sinh trình bày theo kiểu dưới đây)

$$\text{Số trước khi trừ đi 17 là : } 2073 + 17 = 2090$$

$$\text{Số trước khi chia cho 2 là : } 2090 \times 2 = 4180$$

$$\text{Số trước khi nhân với 4 là : } 4180 : 4 = 1045$$

$$\text{Số trước khi cộng với 45 là : } 1045 - 45 = 1000$$

$$\text{Số phải tìm là : } 1000 : 5 = 200$$

Đáp số: 200

- Dùng SĐĐT

Dạng bài này tìm tòi cách giải bằng phương pháp sử dụng SĐĐT được nhưng phải vẽ hơi phiền phức. Cách vẽ và cách trình bày tương tự ví dụ 1.1, nên không trình bày ở đây.

- Sử dụng cách đưa về bài toán tìm X.

Việc sử dụng cách đưa về bài toán tìm X cũng khá đơn giản, tương tự ví dụ 1.1, việc đưa về giải phương trình như thế này chưa thật phù hợp với học sinh tiểu học. Bên cạnh đó cần lưu ý học sinh khi sử dụng dấu ngoặc đơn một cách hợp lý.

Cụ thể: Gọi số phải tìm là X ta có:

$$(X \times 5 + 45) \times 4 : 2 - 17 = 2073.$$

Giải bài toán này ta tìm được $X = 200$. Cách giải tương tự ví dụ 1.1 đã trình bày.

2- Dạng thứ 2: Các phép biến đổi liên quan đến phân số (các phép chia phức tạp) quá trình tìm tòi cách giải và giải nên sử dụng SĐĐT (Sơ đồ đoạn thẳng) , một phương pháp đặc biệt phù hợp với học sinh tiểu học.

Ví dụ 2.1: Một người đem bán một số cam. Lần đầu bán $\frac{1}{3}$ số cam, lần thứ hai bán $\frac{1}{3}$ số cam còn lại, lần thứ ba bán 20 quả thì còn 56 quả. Hỏi lúc đầu người đó có tất cả bao nhiêu quả cam ?

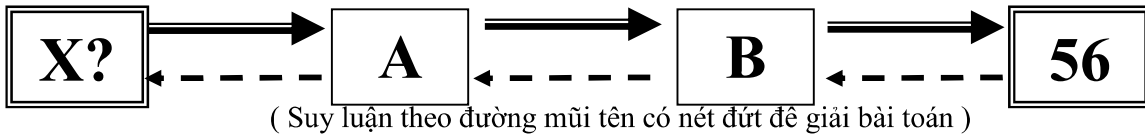
Hướng dẫn giải:

- Dùng lược đồ: Dạng này nếu dùng lược đồ thì sẽ khó khăn trong việc biểu diễn phần còn lại sau mỗi lần bớt. Cụ thể:

Bớt $\frac{1}{3}$ của X

Bớt $\frac{1}{3}$ của A

- 20



+ Bán đi 20 quả, còn 56 quả. Vậy, muốn tìm số cam trước khi bán 20 quả ta có thể làm như thế nào? (lấy 56 cộng với 20, ta có $56 + 20 = 76$. Như vậy $B = 76$ quả)

+ Bớt đi $\frac{1}{3}$ của A thì bằng B, tức bằng 76. Vậy, muốn tìm A ta có thể làm như thế nào ?. Hướng dẫn cách nghĩ: A bớt đi $\frac{1}{3}$ của nó thì còn $\frac{2}{3}A$, mà $\frac{2}{3}A$ bằng 76, vậy $A = 76 : \frac{2}{3} = 114$ (có thể trình bày $A = 76 : 2 \times 3 = 114$). Vậy $A = 114$

+ Bớt đi $\frac{1}{3}$ của X thì bằng A, tức bằng 114. Vậy, muốn tìm X ta có thể làm như thế nào ? Tương tự như cách tìm A ta có: $X = 114 : \frac{2}{3} = 171$. Vậy, X (số cần tìm) là 171.

Cách giải cụ thể:

Trước khi bán 20 quả, người đó còn số cam: $56 + 20 = 76$ (quả)

Số cam còn lại trước khi bán lần thứ hai là: $76 : \frac{2}{3} = 114$ (quả)

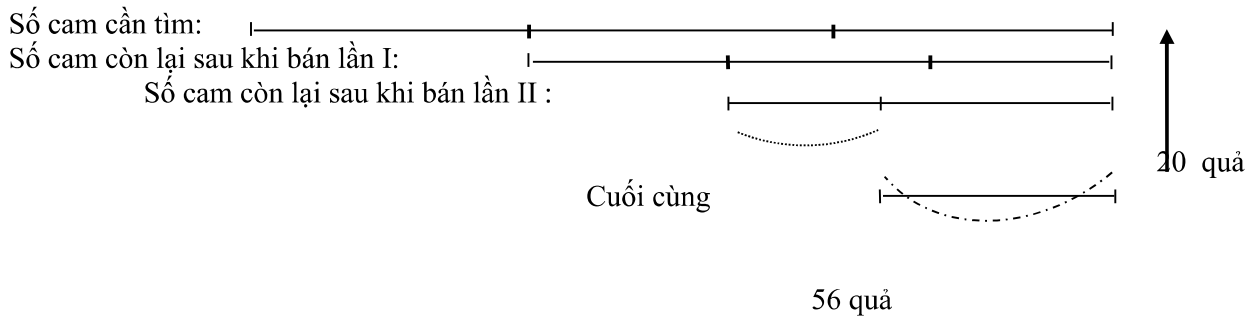
Số cam người đó đem bán là: $114 : \frac{2}{3} = 171$ (quả)

Đáp số 171 quả

- Dùng SĐĐT (*Phương pháp chủ công của loại này*)

Để phù hợp với HS tiểu học (đặc biệt đối với những học sinh chưa học các phép tính về phân số). Nên hướng dẫn HS sử dụng phương pháp dùng SĐĐT.

Ta có SĐĐT như sau:



Hướng dẫn giải:

Tìm số cam còn lại sau khi bán lần thứ hai (hay trước khi bán lần thứ ba). Số cam còn lại sau khi bán lần thứ hai được biểu diễn bằng hai đoạn thẳng: đoạn cuối cùng 56 quả và đoạn biểu diễn 20 quả. Như vậy, muốn tìm số cam còn lại sau lần bán thứ hai ta làm như thế nào? ($56 + 20 = 76$).

Tìm tiếp số cam còn lại sau khi bán lần thứ nhất. Số cam này được biểu diễn bằng đoạn thẳng có 3 phần bằng nhau, mà 2 phần trong đó chính là 76 quả. Vậy, muốn tìm số cam còn lại sau lần bán thứ nhất ta có thể làm như thế nào?

(lấy 76 chia 2 để tìm 1 phần, rồi nhân với 3 để có 3 phần cụ thể $76 : 2 \times 3 = 114$).

Tìm số cam người đó đem bán. Toàn bộ số cam này được biểu diễn bằng đoạn thẳng chứa 3 phần bằng nhau, mà trong đó có 2 phần bằng 114 quả. Vậy, muốn tìm số cam người đó đem bán ta có thể làm như thế nào? (lấy 114 chia 2 để tìm 1 phần, rồi nhân với 3 để tìm 3 phần - Cụ thể: $114 : 2 \times 3 = 171$).

Bài giải cụ thể:

Số cam còn lại sau khi bán lần thứ hai là: $56 + 20 = 76$ (quả)

Số cam còn lại sau khi bán lần đầu là: $76 : 2 \times 3 = 114$ (quả)

Số cam lúc đầu là: $114 : 2 \times 3 = 171$ (quả)

Đáp số: 171 quả cam

- Sử dụng cách đưa về bài toán tìm X:

Với dạng này, nếu ta hướng dẫn học sinh giải bằng cách đưa về bài toán tìm X thì sẽ gặp một số khó khăn đối với học sinh tiểu học nhất là những học sinh chưa học các phép tính phân số. Ta có thể đưa về bài toán tìm X không thuộc dạng cơ bản như sau:

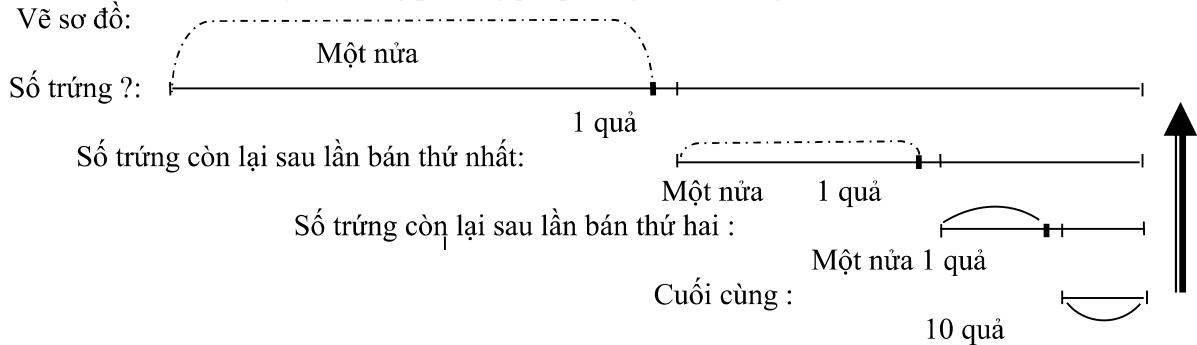
Gọi số cam cần tìm là X (X là số tự nhiên lớn hơn 0 - đơn vị : quả)

$$X - \frac{1}{3} \times X - \frac{1}{3} \times (X - \frac{1}{3} \times X) - 20 = 56$$

Ví dụ 2.2: Một người đem bán một số trứng như sau: Lần đầu bán cho khách 1/2 số trứng và biếu khách 1 quả. Lần thứ hai bán 1/2 số trứng còn lại và lại biếu khách 1 quả. Lần thứ ba bán 1/2 số trứng còn lại sau hai lần trước và lại biếu khách 1 quả. Cuối cùng người đó còn 10 quả trứng. Hỏi lúc đầu người đó có bao nhiêu quả trứng đem bán ?

Hướng dẫn giải:

- Dùng sơ đồ đoạn thẳng
Như loại bài này, sử dụng phương pháp dùng SĐĐT để giải là tối ưu.



Theo sơ đồ ta có (nhìn ngược từ dưới lên):

- + Một nửa số trứng còn lại sau khi bán lần thứ hai gồm một đoạn thẳng biểu diễn 10 quả trứng và 1 quả. Muốn tính một nửa số trứng còn lại sau khi bán lần thứ hai ta có thể làm thế nào ? ($10 + 1 = 11$). Muốn tính số trứng còn lại sau khi bán lần thứ hai ta làm thế nào ? ($11 \times 2 = 22$).
- + Một nửa số trứng còn lại sau khi bán lần thứ nhất gồm 22 quả và 1 quả. Từ đó dễ thấy cách tính số trứng còn lại sau khi bán lần thứ nhất là: $(22 + 1) \times 2 = 46$ quả.
- + Một nửa số trứng lúc đầu gồm 46 quả và 1 quả. Từ đó dễ thấy cách tính số trứng người đó đem bán là: $(46 + 1) \times 2 = 94$ (quả)

Bài giải cụ thể:

Số trứng còn lại sau khi bán lần thứ hai là: $(10 + 1) \times 2 = 22$ (quả)

Số trứng còn lại sau khi bán lần thứ nhất là: $(22 + 1) \times 2 = 46$ (quả)

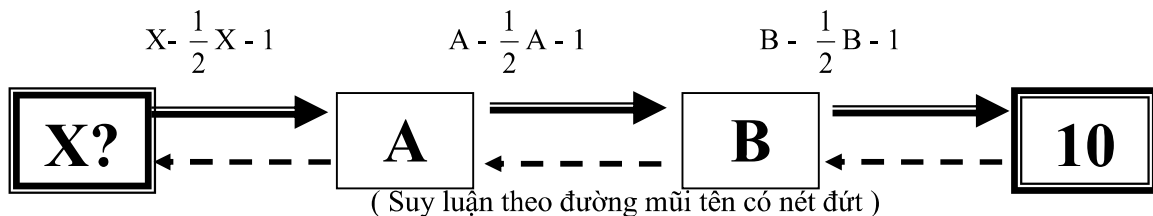
Số trứng người đó đem bán là: $(46 + 1) \times 2 = 94$ (quả)

Đáp số: 94 quả trứng

Lưu ý: Có thể hướng dẫn học sinh thử lại, tạo thêm niềm tin cho các em:

$$94 : 2 - 1 = 46 \quad , \quad 46 : 2 - 1 = 22 \quad ; \quad 22 : 2 - 1 = 10$$

- Dùng lược đồ:



+ Tìm B: $B - \frac{1}{2}B - 1 = 10$ $\frac{1}{2}B - 1 = 10$ $\frac{1}{2}B \rightarrow 11$ $B = 11 \rightarrow 2 = 22$

+ Tìm A: $A - \frac{1}{2}A - 1 = 22$ $\frac{1}{2}A - 1 = 22$ $\frac{1}{2}A \rightarrow 23$ $A = 23 \rightarrow 2 = 46$

+ Tìm X: $X - \frac{1}{2}X - 1 = 46$ $\frac{1}{2}X - 1 = 46$ $\frac{1}{2}X \rightarrow 47$ $X = 47 \rightarrow 2 = 94$

Nhận xét: Với cách này rõ ràng học sinh đã phải dùng đến phép tính phân số, bên cạnh đó lại phải kết hợp với việc đặt ẩn số không thật phù hợp với tư duy của học sinh tiểu học.

- Đưa về bài toán "tìm X":

Trong trường hợp bài này, nếu đưa về bài toán " tìm X " thì quá phức tạp đối với học sinh tiểu học. Để cho học sinh có thể nắm được nên chuyển thành các bước nhỏ như sau:

Gọi số trứng người đó đem bán là X (X là số tự nhiên lớn hơn 0), ta có:

Số trứng còn lại sau lần bán thứ nhất là:

$$X - \frac{1}{2}X - 1 = \frac{1}{2}X - 1$$

Số trứng còn lại sau lần bán thứ hai là:

$$\frac{1}{2}X - 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}X - 1\right) - 1 = \frac{1}{4}X - \frac{3}{2}$$

Số trứng còn lại sau lần bán thứ ba là:

$$\frac{1}{4}X - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}X - \frac{3}{2}\right) - 1 = \frac{1}{8}X - \frac{7}{4}$$

Theo bài toán ta có: $\frac{1}{8}X - \frac{7}{4} = 10 \quad X = 94$ (tự giải)

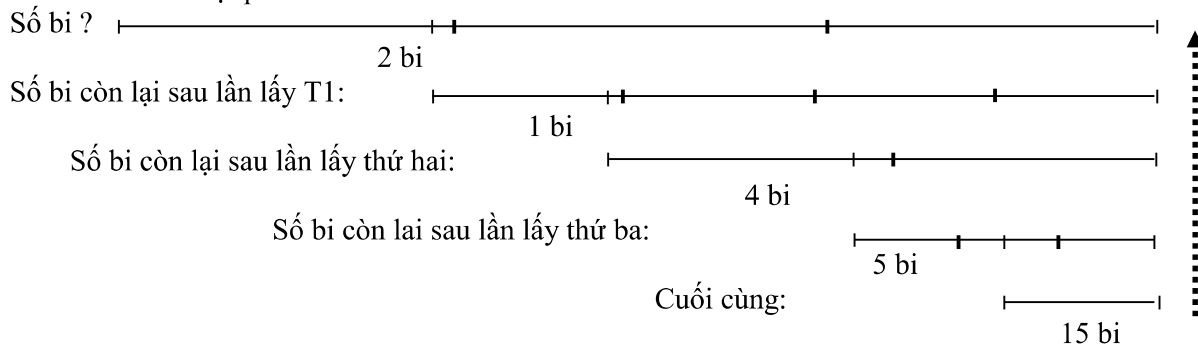
Qua các cách giải trên ta thấy với dạng này, sử dụng SĐĐT là hợp lý nhất

Ví dụ 2.3: An có một số bi đựng trong hộp.

Lần đầu An lấy ra $\frac{1}{3}$ số bi trong hộp rồi bỏ trở lại 2 bi. Lần thứ hai An lấy ra $\frac{1}{4}$ số bi còn lại rồi lại bỏ lại 1 bi. Lần thứ ba An lấy ra $\frac{1}{2}$ số bi còn lại trong hộp và bỏ lại 4 bi. Lần thứ tư An lấy ra $\frac{2}{3}$ số bi còn lại của các lần lấy trên và bỏ lại 5 bi thì trong hộp có 15 bi. Hỏi lúc đầu trong hộp có bao nhiêu bi ?

Hướng dẫn giải:

- Dùng SĐĐT (Phương pháp chủ công đối với loại này) một phần ba



Theo SĐĐT ta thấy:

+ Số bi còn lại sau lần lấy thứ ba có mấy phần bằng nhau ? (3 phần). Ta có thể tìm được 1 phần như vậy không ? Muốn tìm phần đó ta có thể làm như thế nào ? ($15 - 5 = 10$). Vậy số bi còn lại sau lần lấy thứ ba là ? ($10 \times 3 = 30$ bi).

+ Số bi còn lại sau lần lấy thứ hai chứa mấy phần bằng nhau ? (2 phần). Muốn tìm giá trị 1 phần đó ta có thể làm như thế nào ? ($30 - 4 = 26$). Vậy số bi còn lại sau lần lấy thứ hai là ? ($26 \times 2 = 52$).

+ Số bi còn lại sau lần lấy thứ nhất chứa mấy phần bằng nhau ? (4 phần). Muốn tìm giá trị 1 phần ta có thể làm như thế nào ?

- Trước hết phải tìm được giá trị 3 phần . Muốn tìm giá trị của 3 phần ta có thể làm như thế nào ? và bằng bao nhiêu ? ($52 - 1 = 51$).

- Để tìm giá trị 1 phần ta có thể làm như thế nào ? ($51 : 3 = 17$).

Vậy, muốn tìm số bi còn lại sau lần lấy thứ nhất ta có thể làm như thế nào ? ($17 \times 4 = 68$).

+ Số bi lúc đầu trong hộp có mấy phần bằng nhau ? (3 phần). Ta có thể tính được giá trị mấy phần trước ? (2 phần). Muốn tính giá trị 2 phần bằng nhau này ta có thể làm như thế nào ? ($68 - 2 = 66$). Ta dễ dàng tính được 1 phần. Vậy, muốn tính số bi trong hộp lúc đầu của An ta có thể làm như thế nào ? ($66 : 2 \times 3 = 99$).

Bài giải cụ thể (Lưu ý có một số bước cần làm gộp để bài giải không quá dài dòng).

Số bi còn lại sau lần lấy thứ ba là : ($15 - 5$) $\times 3 = 30$ (bi)

Số bi còn lại sau lần lấy thứ hai là : ($30 - 4$) $\times 2 = 52$ (bi)

Số bi còn lại sau lần lấy thứ nhất là : ($52 - 1$) : $3 \times 4 = 68$ (bi)

Số bi lúc đầu trong hộp của An là : ($68 - 2$) : $2 \times 3 = 99$ (bi)

Đáp số : 99 bi

Dạng bài này cũng có thể vận dụng lược đồ hoặc đưa về bài toán "tìm X" để giải nhưng có nhiều khó khăn đối với học sinh tiểu học. Tuy vậy, những học sinh khá giỏi thật sự vẫn nên khuyến khích các em giải theo nhiều cách khác nhau. Nhưng rõ ràng cách giải bằng SĐĐT là hợp lý hơn.

3- Dạng thứ 3: Quá trình biến đổi là việc thêm bớt từ phần này qua phần kia một số đơn vị hoặc một số lần hoặc một số phần của địa chỉ cần đến. Phương pháp suy luận để tìm tòi cách giải chuẩn xác và gần gũi, phù hợp với nhận thức của các em là bằng cách lập *bảng biến đổi*.

Ví dụ 3.1: Có ba hộp bi A, B, C. Lần đầu chuyển từ hộp A sang hộp B 20 bi và từ hộp C sang hộp B 15 bi. Lần thứ hai chuyển từ hộp B sang hộp C 40 bi và từ hộp C sang hộp A 15 bi. Lần thứ ba chuyển từ hộp B sang hộp A 18 bi và từ hộp C sang hộp B 4 bi. Cuối cùng hộp A có 140 bi, hộp B có 160 bi và hộp C có 180 bi. Hỏi lúc đầu mỗi hộp có bao nhiêu bi ?

Hướng dẫn giải

Để tìm tòi cách giải dạng này có nhiều cách, nhưng cách phù hợp với học sinh tiểu học là lập bảng. Việc lập bảng không yêu cầu trình bày vào bài giải mà chỉ cần thực hiện ở vở nháp để rồi có cách trình bày chính xác. Ta có thể lập bảng như sau:

Nội dung chuyển	Số bi ở các hộp			Hàng
Lần 1: - Từ A \xrightarrow{B} 20 bi - Từ C \xrightarrow{B} 15 bi	A 20	B 15	C	1
Lần 2: - Từ B \xrightarrow{C} 40 bi - Từ C \xrightarrow{A} 5 bi	*	* 40	*	2
Lần 3: - Từ B \xrightarrow{A} 18 bi - Từ C \xrightarrow{B} 4 bi	*	*	*	3
Cuối cùng	140 bi	160 bi	180 bi	4

Lưu ý:

- + Các dấu * ở các ô 2A, 2B, 2C là số bi còn lại sau khi chuyển lần thứ nhất.
- + Các dấu * ở các ô 3A, 3B, 3C là số bi còn lại sau khi chuyển lần thứ hai.
- + Khi nháp chỉ cần cột số bi ở các hộp là được.

Dựa vào bảng trên, bằng phương pháp suy luận từ dưới lên ta tìm được các * ở hàng 3 rồi hàng 2 và cuối cùng là hàng 1 - đó chính là số bi ở các hộp phải tìm.

- Tìm giá trị các ô ở hàng 3 (số bi ở mỗi hộp trước khi chuyển lần thứ ba hay sau khi chuyển lần thứ hai)

- Số bi ở hộp C (ô 3C).

Bớt đi 4 bi còn 180 bi. Vậy, muốn tính số bi ở hộp C trước khi chuyển lần thứ ba ta có thể làm như thế nào ? và bằng bao nhiêu ? ($180 + 4 = 184$)

- Số bi ở hộp B (ô 3B)

Bớt đi 18 bi và thêm vào 4 bi thì còn 160 bi. Vậy, muốn tính số bi ở hộp B trước khi chuyển lần thứ ba ta có thể làm như thế nào ? và bằng bao nhiêu ?

($160 + 18 - 4 = 174$).

- Số bi ở hộp A (ô 3A)

Thêm vào 18 bi thì được 140 bi. Vậy, muốn tính số bi ở hộp A trước khi chuyển lần thứ ba ta có thể làm như thế nào ? và bằng bao nhiêu ? ($140 - 18 = 122$).

Ta có thể tính số bi ở hộp A bằng cách khác: Việc luân chuyển chỉ luân chuyển trong ba hộp đó nên tổng số bi trong ba hộp là không đổi. Đã tính được ở hai hộp thì dễ dàng tính được hộp còn lại. Cụ thể: Tổng số bi ở cả ba hộp luôn là: $140 + 160 + 180 = 480$ (bi). Số bi ở hộp A trước khi chuyển lần thứ ba là: $480 - 174 - 184 = 122$ (bi)

- Tìm giá trị các ô ở hàng 2 (số bi ở mỗi hộp trước khi chuyển lần 2 hay sau khi chuyển lần thứ nhất).

Bằng phương pháp suy luận như trên ta có thể tính số bi các hộp ở hàng 2 một cách đơn giản như sau:

- Số bi ở ô 2C là: $184 - 40 + 5 = 149$ (bi)

- Số bi ở ô 2B là: $174 + 40 = 214$ (bi)

- Số bi ở ô 2A là: $122 - 5 = 117$ (bi)

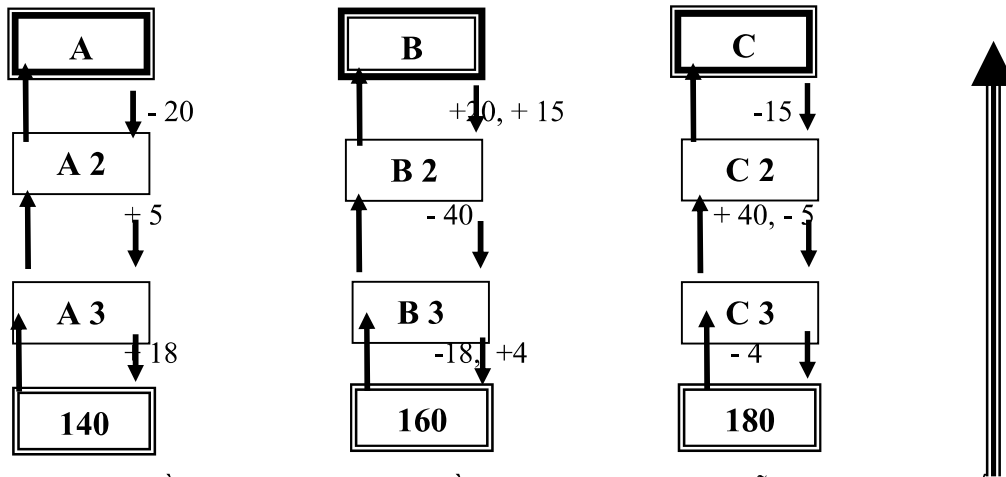
- Tìm số bi lúc đầu ở mỗi hộp (số bi các ô hàng 1)

Bằng phương pháp suy luận và tìm như ở hàng 3, hàng 2 ta dễ dàng tính được số bi lúc đầu ở mỗi hộp.

- Số bi lúc đầu ở hộp C là: $149 + 15 = 164$ (bi)
- Số bi lúc đầu ở hộp B là: $214 - 20 - 15 = 179$ (bi)
- Số bi lúc đầu ở hộp A là: $117 + 20 = 137$ (bi)

Như vậy, với một bài toán khá phức tạp (với HS tiểu học) bằng phương pháp dẫn dắt hợp lý, ta đã đưa về giải quyết nhiều bài toán " con " mà mỗi bài toán " con " chỉ là việc tìm thành phần chưa biết trong phép tính, học sinh có thể giải được không khó khăn lắm.

Bên cạnh suy luận tìm tòi theo kiểu " hàng ngang", ta có thể hướng dẫn giúp học sinh suy luận theo kiểu " cột dọc ". Cách này khá hữu hiệu. Đây thực chất là ta lại sử dụng lược đồ nhưng được sắp xếp theo kiểu cột. Cụ thể như sau:



Nhìn vào lược đồ cột, thực hiện theo chiều các mũi tên "dài", ta dễ dàng tính được số bi ở mỗi hộp lúc đầu. Chú ý khi xét " thêm ", " bớt " ở mỗi cột không cần biết ở đâu chuyển đến hay chuyển đi đâu. Các bước giải của bài toán có thể làm gộp rất ngắn gọn như sau:

- Số bi ở hộp A lúc đầu là: $140 - 18 - 5 + 20 = 137$ (bi)
- Số bi ở hộp B lúc đầu là: $160 - 4 + 18 + 40 - 15 - 20 = 179$ (bi)
- Số bi ở hộp C lúc đầu là: $180 + 4 + 5 - 40 + 15 = 164$ (bi)

Đáp số: Hộp A: 137 bi; Hộp B: 179 bi; Hộp C: 164 bi

Ví dụ 3.2: Có hai thùng đựng dầu A và B. Lần đầu chuyển 26 l từ thùng A sang thùng B. Lần thứ hai chuyển từ thùng B sang thùng A một số lít dầu gấp 2 lần số lít dầu hiện có ở thùng A. Lần thứ ba chuyển từ thùng A sang thùng B một số lít dầu đúng bằng số lít dầu hiện có ở thùng B thì cuối cùng thùng A có 48 l, thùng B có 60 l. Hỏi lúc đầu mỗi thùng có bao nhiêu lít dầu ?

Đây là một bài toán thuộc dạng thứ ba. Trong đó cần lưu ý, khi chuyển từ địa chỉ này sang địa chỉ khác có 2 cách:

- Chuyển một số đơn vị cụ thể (tương tự ví dụ 3.1)
- Chuyển một số lần hiện có ở địa chỉ được chuyển đến.

Hướng dẫn giải:

- Lập bảng

Nội dung chuyển	Số bi ở các hộp	Hàng
Lần 1: Chuyển 26 bi từ A → B	A: 26 B: →	1
Lần 2: Chuyển từ B → A số lít dầu gấp 2 lần số dầu hiện có ở A	2A: ← 2B: →	2
Lần 3: Chuyển từ A → B số lít dầu đúng bằng số dầu hiện có ở B	3A: → 3B: →	3
Cuối cùng	48 lít 60 lít	4

- + Tính số lít dầu ở mỗi thùng trước khi chuyển lần thứ ba (các ô 3A, 3B)
- Số lít dầu ở thùng B (ô 3B)

Sau khi chuyển lần thứ ba (cuối cùng), thùng B có 60 l. Đã chuyển từ thùng A sang thùng B số dầu bằng số dầu thùng B hiện có để được 60 l. Vậy trước khi chuyển lần thứ ba ở thùng B có bao nhiêu lít dầu ? Muốn tính ta phải làm thế nào ? ($60 : 2 = 30$ - có thể minh họa bằng SĐĐT để các em dễ hiểu)

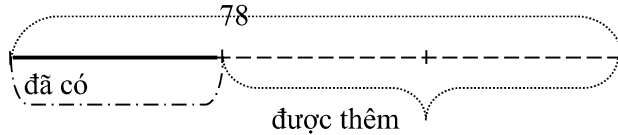
- Số lít dầu ở thùng A (ô 3A)

Bớt đi 30 còn 48. Vậy, muốn tìm số lít dầu ở thùng A trước khi chuyển lần thứ ba ta có thể làm như thế nào ? ($30 + 48 = 78$ - hoặc $48 + 60 - 30 = 78$)

+ Tính số lít dầu ở mỗi thùng trước khi chuyển lần thứ hai.

- Số lít dầu ở thùng A (ô 2A)

Được thêm 2 lần chính nó thì bằng 78. Vậy, muốn tìm "chính nó" hay số lít dầu ở thùng A trước khi chuyển lần thứ hai ta có thể làm như thế nào và bằng bao nhiêu ? ($78 : 3 = 26$). Nên minh họa bằng SĐĐT để học sinh dễ hiểu hơn.



- Số lít dầu ở thùng B (ô 2B)

Muốn tính số lít dầu ở ô 2B ta có thể làm như thế nào ? ($48 + 60 - 26 = 82$)

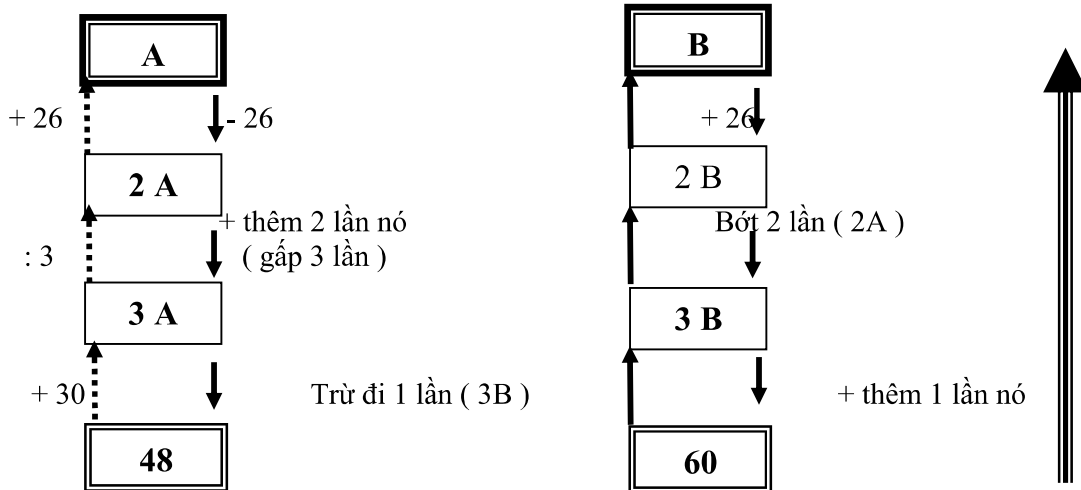
+ Tính số lít dầu ở mỗi thùng lúc đầu (ô 1A, 1B), hay trước khi chuyển lần thứ nhất.

- Số lít dầu ở thùng B lúc đầu:

Được thêm 26 thì bằng 82. Vậy, muốn tìm số dầu lúc đầu ở thùng B ta có thể làm như thế nào ? ($82 - 26 = 56$).

- Từ đó tìm được số lít dầu ở thùng A lúc đầu là: $108 - 56 = 52$ (1)

• Sử dụng lược đồ cột



Bài giải cụ thể:

Tổng số lít dầu ở hai thùng luôn là: $60 + 48 = 108$ (1)

Số lít dầu ở thùng B trước khi chuyển lần thứ ba là: $60 : 2 = 30$ (1)

Số lít dầu ở thùng A trước khi chuyển lần thứ ba là: $108 - 30 = 78$ (1)

Số lít dầu ở thùng A trước khi chuyển lần thứ hai là: $78 : 3 = 26$ (1)

Số lít dầu ở thùng B trước khi chuyển lần thứ hai là: $108 - 26 = 82$ (1)

Số lít dầu ở thùng B lúc đầu là: $82 - 26 = 56$ (1)

Số lít dầu ở thùng A lúc đầu là: $108 - 56 = 52$ (1)

Đáp số: Thùng A: 52 l; Thùng B: 56 l

Chú ý: Nếu sắp xếp theo lược đồ cột thì không thể tính liên tục ở một thùng như ví dụ 3.1

4- Dạng thứ 4: Quá trình biến đổi liên tiếp phức tạp cuối cùng các phần được chia ra bằng nhau. Để tìm tòi cách giải cần biết phân tích từ thành phần " trước cuối" hay " áp chót" và mối quan hệ giữa giá trị " áp chót" và giá trị cuối cùng để suy ra kết quả của bài toán.

Đây là dạng tương đối phức tạp trong các bài toán giải bằng phương pháp suy luận từ cuối. Những cái khó đó là:

- Kết quả cuối cùng thường không phải là số cụ thể
- Quá trình thay đổi phức tạp, có tính quy luật

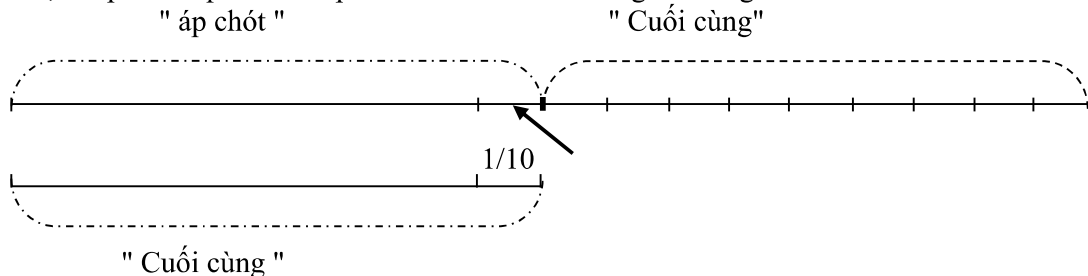
Muốn giải được dạng này, cần giúp học sinh sử dụng SĐĐT để phân tích và tìm ra giá trị " áp chót" (trước cuối). Từ đó sẽ tính được đáp số của bài toán.

Ví dụ 4.1: Một tổ công nhân sau khi hoàn thành xuất sắc nhiệm vụ được thưởng một số tiền. Người tổ trưởng đem chia số tiền đó như sau:

- Tổ trưởng được 100000 đồng và 1/10 số tiền còn lại.
- Tổ phó được 200000 đồng và 1/10 số tiền còn lại.
- Công nhân thứ nhất được 300000 đồng và 1/10 số tiền còn lại.
- Công nhân thứ hai được 400000 đồng và 1/10 số tiền còn lại.

Cứ tiếp tục chia như vậy cho đến người cuối cùng thì số tiền thưởng được chia đều cho tất cả mọi người. Hỏi số tiền thưởng cho cả tổ là bao nhiêu và mỗi người được thưởng bao nhiêu tiền ?

Ví dụ này là bài toán thuộc dạng suy luận từ cuối. Cái cuối cùng ở đây không biết cụ thể, mà chỉ biết được là bằng cách biến đổi như vậy thì cuối cùng số tiền chia cho mỗi người là như nhau. Bằng các cách giải như với các ví dụ trước với loại này không thể thực hiện được. Để giúp HS giải được loại này ta cần phân tích, xét phần " áp chót" và phần "chót" để tìm cách giải. Bằng SĐĐT ta có:



- Trước hết phải thấy người cuối cùng nhận số tiền là một số nguyên trăm nghìn đồng thì vừa hết (tức là 1/10 của phần còn lại là 0). Nếu không thế thì người này vẫn chưa phải là người cuối cùng.
- Theo sơ đồ ta thấy: Người " áp chót " được nhận một số nguyên trăm nghìn đồng và 1/10 số tiền còn lại. Như vậy, 9/10 số tiền còn lại là của người cuối cùng.
- Người cuối cùng nhận một số nguyên trăm nghìn và hơn người "áp chót" 100000 đ. Vậy, 100000 đ đó chính là 1/9 số tiền người cuối cùng nhận. Từ đó ta có:
 - + Số tiền người cuối cùng nhận là: $100000 : 1/9 = 900000$ (đồng)
 - + Số người của tổ đó là: 9 người
 - + Số tiền của toàn tổ là: $900000 \times 9 = 8100000$ (đồng)

Cũng lập luận như trên ta có thể có cách trình bày thứ hai như sau:

- Gọi số nguyên trăm nghìn đồng của người " áp chót" nhận là A, phần còn lại là B đồng.
- Từ đó ta có:

Số tiền của người "áp chót" nhận được biểu diễn theo A và B như thế nào ? $(A + \frac{1}{10} B)$

Số tiền người cuối cùng nhận được biểu diễn như thế nào ? $(\frac{9}{10} B)$

Theo bài toán, số tiền được chia đều cho mỗi người, có nghĩa là số tiền của người " áp chót" nhận bằng số tiền của người cuối cùng nhận, nên ta có thể biểu diễn quan hệ số tiền của hai người này như thế nào ?

$$(A + \frac{1}{10} B = \frac{9}{10} B$$



$$A = \frac{8}{10} B)$$

Mặt khác, người cuối cùng nhận $\frac{9}{10} B$ là vừa hết, nên số tiền người cuối cùng nhận bằng số nguyên trăm nghìn người " áp chót" nhận và thêm 100000 đ. Tức là:

$$\frac{9}{10}B = A + 100000 \quad \xrightarrow{9} \quad B = \frac{8}{10}B + 100000 \quad \xrightarrow{1} \quad B = 100000$$

→ B = 100000 : 1/10 = 1000000. Vậy, số tiền mỗi người nhận là: 1000000 x 9/10 = 900000 (đ). Từ đó tính được số tiền của cả tổ:

+ Cách 1: Theo quy luật cộng thêm ở số nguyên trăm nghìn, dễ thấy tổ có 9 người. Vậy : Tổng số tiền được thưởng là: 900000 x 9 = 8100000 (đ).

+ Cách 2: Từ chỗ mỗi người được thưởng 900000 đ, nên ta có: 100000 đ + 1/10 số tiền còn lại = 900000 đ. 1/10 số tiền còn lại là 800000 đ. Vậy, tổng số tiền được thưởng là : 800000 + 100000 = 8100000 (đ)

Lưu ý: Về cách tính số người của tổ có thể thực hiện theo cách sau:

Số người của tổ đó là: (900000 - 100000) : (200000 - 100000) + 1 = 9 (người)

Ví dụ 4.2: Một người đem bán một số cam như sau:

Người thứ nhất mua 9 quả và 1/6 số cam còn lại.

Người thứ hai mua 18 quả và 1/6 số cam còn lại.

Người thứ ba mua 27 quả và 1/6 số cam còn lại.

.....

Cuối cùng số cam vừa hết và số cam mỗi người mua bằng nhau. Hỏi người đó đã bán bao nhiêu quả cam ?

Hướng dẫn giải:

Tương tự như ví dụ 4.1, trước hết ta cần khẳng định một số điều sau:

+ Người thứ nhất mua 9 quả, người thứ hai mua 18 quả, người thứ ba mua 27 quả, ...

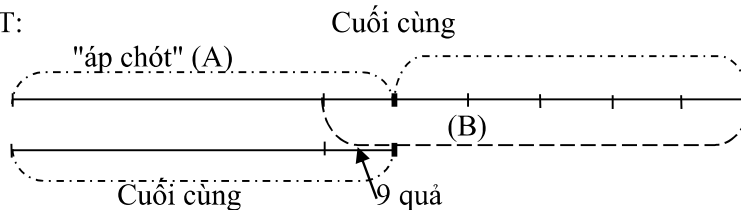
Vậy, quy luật ở đây là người mua sau hơn người mua liền trước 9 quả.

+ Người cuối cùng mua một số nguyên quả cam thì vừa hết, có nghĩa phần dư còn lại là 0.

+ Người " áp chót" mua một số nguyên quả cam và 1/6 số cam còn lại thì 5/6 số cam còn lại khi này là số cam người cuối cùng mua.

+ Số cam mỗi người mua là như nhau.

Ta sử dụng SĐĐT:



Đặc biệt lưu ý: Phần nguyên số cam người cuối cùng mua bằng phần nguyên số cam người " áp chót" mua và thêm 9 quả. Vậy, 1/6 số cam còn lại sau khi người " áp chót" mua một số nguyên quả cam là 9 quả.

Vậy, số cam người cuối cùng mua là: 9 x 5 = 45 (quả)

Số người mua cam là: (45 - 9) : (18 - 9) + 1 = 5 (người)

Số cam người đó đem bán là: 45 x 5 = 225 (quả)

Ta có thể hướng dẫn các em giải theo cách khác:

Gọi phần nguyên số cam người "áp chót" mua là A, phần còn lại là B (xem hình vẽ).

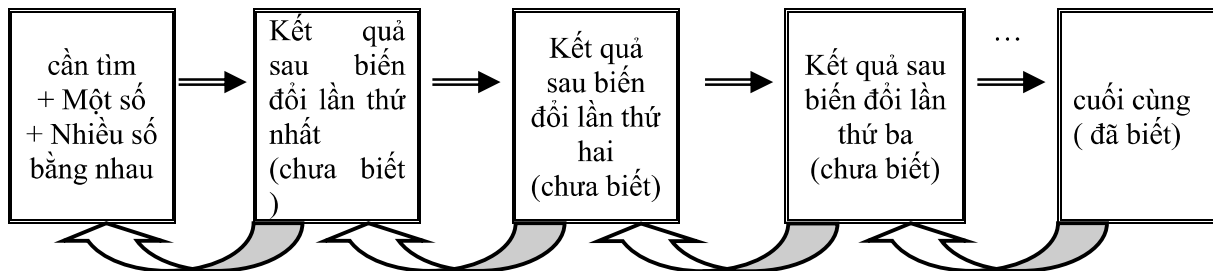
Số cam người " áp chót" mua được biểu diễn theo A và B : $A + \frac{1}{6}B$.

Số cam người " cuối cùng " mua được biểu diễn theo B là: $\frac{5}{6} B$. Theo bài toán ta có: $A + \frac{1}{6} B = \frac{5}{6} B$ $A = \frac{4}{6} B$. Từ đó: $\frac{5}{6} B - \frac{4}{6} B = \frac{1}{6} B = 9$
 $\rightarrow B = 54$.

Mỗi người mua số cam : $54 : 6 \times 5 = 45$ quả, số cam người đó đem bán là: $45 \times 5 = 225$ (quả).

5. Khái quát vấn đề

Mô hình chung của loại toán giải bằng phương pháp suy luận từ cuối là:



Các bước thực hiện ngược để giải bài

Quy trình giải chủ yếu thực hiện các bước theo chiều mũi tên ngược với chiều mũi tên biến đổi ban đầu. Việc thực hiện các phép tính hoàn toàn phụ thuộc vào quá trình biến đổi. Có những bài việc biến đổi đơn giản, có những bài biến đổi phức tạp.

Có một số bài toán kết quả cuối cùng có thể không phải là những số cụ thể mà có thể lại là một bài toán, giải các bài toán đó ta sẽ tìm được các kết quả cuối cùng (thông thường là các bài toán Tổng - Tỉ, Hiệu - Tỉ ...)

Khi giải toán bằng phương pháp tính ngược từ cuối, ta thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong đề bài. Kết quả tìm được trong bước trước chính là thành phần đã biết của phép tính liền sau đó. Sau khi thực hiện hết dãy các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong đề bài, ta nhận được kết quả cần tìm.

Những bài toán giải được bằng phương pháp tính ngược từ cuối thường cũng giải được bằng phương pháp đại số hoặc phương pháp ứng dụng đồ thị (xem các số tiếp theo).

Ví dụ 1:

Tìm một số, biết rằng tăng số đó gấp đôi, sau đó cộng với 16 rồi bớt đi 4 và cuối cùng chia cho 3 ta được kết quả bằng 12.

Phân tích:

Trong bài này ta đã thực hiện liên tiếp đối với dãy số cần tìm dãy các phép tính dưới đây:

$\times 2, + 16, - 4, : 3$ cho kết quả cuối cùng bằng 12.

- Ta có thể xác định được số trước khi chia cho 3 được kết quả là 12 (Tìm số bị chia khi biết số chia và thương số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 1, ta tìm được số trước khi bớt đi 4 (Tìm số bị trừ khi biết số trừ và hiệu số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 2, ta tìm được số trước khi cộng với 16 (Tìm số hạng chưa biết khi biết số hạng kia và tổng số).

- Dựa vào kết quả tìm được ở bước 3, ta tìm được số trước khi nhân với 2, chính là số cần tìm (Tìm thừa số chưa biết khi biết tích và thừa số kia).

Từ phân tích trên ta đi đến lời giải như sau:

Số trước khi chia cho 3 là:

$$12 \times 3 = 36$$

Số trước khi bớt đi 4 là:

$$36 + 4 = 40$$

Số trước khi cộng với 16 là:

$$40 - 16 = 24$$

Số cần tìm là:

$$24 : 2 = 12$$

Trả lời: Số cần tìm là 12.

Ví dụ 2:

Tim ba số, biết rằng sau khi chuyển 14 đơn vị từ số thứ nhất sang số thứ hai, chuyển 28 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ ba rồi chuyển 7 đơn vị từ số thứ ba sang số thứ nhất ta được ba số đều bằng 45.

Phân tích:

Ta có thể minh họa các thao tác trong đề bài bằng sơ đồ sau:

Ta có:

Số thứ nhất: - 14; + 7 cho kết quả là 45

Số thứ hai: + 14; - 28 cho kết quả là 45

Số thứ ba: + 28; - 7 cho kết quả là 45

Từ phân tích trên ta đi đến lời giải của bài toán như sau:

Số thứ nhất là: $45 - 7 + 14 = 52$.

Số thứ hai là: $45 + 28 - 14 = 49$.

Số thứ ba là: $45 + 7 - 28 = 24$.

Trả lời: Ba số cần tìm là: 52; 49 và 24.

Lời giải bài toán trên có thể thể hiện trong bảng sau:

Trả lời: Ba số cần tìm là: 52; 49 và 24.

Các bạn thử giải các bài toán sau bằng phương pháp tính ngược từ cuối:

18. DẠNG TOÁN CÔNG VIỆC

Trong thực tế ta gặp nhiều bài toán về công việc chung. Khi giải các bài toán dạng này ta có thể hiểu một công việc như là một đơn vị và biểu thị thành nhiều phần bằng nhau sao cho phù hợp với các điều kiện của bài toán, để thuận tiện cho việc tính toán và giải bài toán đó. Ta xét một vài ví dụ sau :

Ví dụ 1 : Ba người cùng làm một công việc. Người thứ nhất có thể hoàn thành công việc trong 3 ngày.

Người thứ hai có thể hoàn thành một công việc nhiều gấp 3 lần công việc đó trong 8 ngày. Người thứ ba

có thể hoàn thành một công việc nhiều gấp 5 lần công việc đó trong 12 ngày. Hỏi cả ba người cùng làm

công việc ban đầu thì sẽ hoàn thành trong bao nhiêu giờ, nếu mỗi ngày làm 9 giờ ?

Phân tích : Muốn tính xem cả ba người cùng làm công việc ban đầu trong bao lâu ta phải biết được số phần công việc cả ba người làm trong một ngày. Muốn tìm được số phần công việc cả ba người làm trong một ngày thì phải tìm được số phần công việc mỗi người làm trong một ngày. Số phần công việc làm trong một ngày của mỗi người chính bằng số phần công việc chung chia cho số ngày. Do đó số phần công việc chung phải chia hết cho số ngày. Số nhỏ nhất chia hết cho 3, 8 và 12 là 24. Vậy ta coi một công việc chung được giao là 24 phần bằng nhau để tìm số phần công việc của mỗi người trong một ngày.

Bài giải : Coi một công việc chung được giao là 24 phần bằng nhau thì số phần công việc của người thứ nhất làm trong một ngày là : $24 : 3 = 8$ (phần).

Số phần công việc người thứ hai làm trong một ngày là : $24 : 8 \cdot 3 = 9$ (phần).

Số phần công việc người thứ ba làm trong một ngày là : $24 : 12 \cdot 5 = 10$ (phần).

Số phần công việc cả ba người làm trong một ngày là : $8 + 9 + 10 = 27$ (phần).

Thời gian cần để cả ba người cùng làm xong công việc ban đầu là :

$$24 : 27 = \frac{8}{9} \text{ (ngày).}$$

Số giờ cần để cả ba người hoàn thành công việc ban đầu là :

$$9 \times \frac{8}{9} = 8 \text{ (giờ).}$$

Ví dụ 2 : Để cày xong một cánh đồng, máy cày thứ nhất cần 9 giờ, máy cày thứ hai cần 15 giờ. Người ta cho máy cày thứ nhất làm việc trong 6 giờ rồi nghỉ để máy cày thứ hai làm tiếp cho đến khi cày xong diện tích cánh đồng này. Hỏi máy cày thứ hai đã làm trong bao lâu ?

Phân tích : Ở bài này “công việc chung” chính là diện tích cánh đồng.

Theo cách phân tích ở bài toán 1, diện tích cánh đồng biểu thị số phần là số nhỏ nhất chia hết cho 9 và 15. Nếu coi diện tích cánh đồng là 45 phần bằng nhau thì sẽ tìm được số phần diện tích của mỗi máy cày trong một giờ. Từ đó ta tìm được thời gian máy cày thứ hai làm.

Bài giải : Coi diện tích cánh đồng là 45 phần bằng nhau thì mỗi giờ ngày thứ nhất cày được số phần diện tích là : $45 : 9 = 5$ (phần).

Trong 6 giờ máy cày thứ nhất cày được số phần diện tích là : $5 \times 6 = 30$ (phần).

Số phần diện tích còn lại là : $45 - 30 = 15$ (phần).

Mỗi giờ máy thứ hai cày được số phần diện tích là : $45 : 15 = 3$ (phần).

Thời gian để máy thứ hai cày nốt số phần diện tích còn lại là : $15 : 3 = 5$ (giờ).

Ví dụ 3 : Ba vòi cùng chảy vào bể nước thì sau 1 giờ 20 phút sẽ đầy bể. Nếu riêng vòi thứ nhất thì sau 6 giờ sẽ đầy bể, riêng vòi thứ hai chảy thì sau 4 giờ sẽ đầy bể. Hỏi riêng vòi thứ ba chảy thì sau mấy giờ đầy bể ?

Phân tích : 1 giờ 20 phút = 80 phút ; 6 giờ = 360 phút ; 4 giờ = 240 phút. Muốn tính riêng vòi thứ ba chảy đầy bể trong bao lâu thì phải biết mỗi phút vòi thứ ba chảy được mấy phần của bể. Để tính được số phần bể vòi thứ ba chảy trong một phút ta phải tính số phần bể vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy trong một phút. Như vậy số phần của công việc chung phải chia hết cho thời gian của từng vòi, tức là chia hết cho 80 ; 360 ; 240. Số nhỏ nhất chia hết cho 80 ; 240 và 360 là 720. ở bài toán này “công việc chung” là lượng nước đầy bể, nên biểu thị lượng nước đầy bể là 720 phần, ta giải ví dụ này như sau :

Bài giải : Coi lượng nước đầy bể là 720 phần bằng nhau thì mỗi phút cả ba vòi cùng chảy được số phần bể là : $720 : 80 = 9$ (phần).

Mỗi phút vòi thứ nhất chảy một mình được số phần của bể là : $720 : 360 = 2$ (phần).

Mỗi phút vòi thứ hai chảy một mình được số phần của bể là : $720 : 240 = 3$ (phần).

Do đó mỗi phút vòi thứ ba chảy một mình được số phần của bể là : $9 - (2 + 3) = 4$ (phần).

Thời gian để vòi thứ ba chảy một mình đầy bể là : $720 : 4 = 180$ (phút).

Đổi 180 phút = 3 giờ.

Vậy sau 3 giờ vòi thứ ba chảy một mình sẽ đầy bể.

19. BÀI TOÁN CHIA GIA TÀI

“Một người nông dân nuôi được 17 con trâu. Trước khi qua đời, ông di chúc lại cho ba người con:

- Con cả được 1/2 đàn trâu.
- Con thứ được chia 1/3 đàn trâu.
- Con út được chia 1/9 đàn trâu.

Ba người con loay hoay không biết làm thế nào để chia gia tài mà không phải xẻ thịt các con trâu. Em hãy tìm cách giúp họ”.

Có thể giải bài toán như sau:

Em đem một con trâu (nếu không có trâu thật thì dùng trâu bằng gỗ chẳng hạn) đến nhập thêm vào 17 con trâu thành một đàn 18 con trâu. Sau đó:

- Chia cho người con cả 1/2 đàn, tức là: $18 : 2 = 9$ (con trâu)
- Chia cho người con thứ 1/3 đàn, tức là: $18 : 3 = 6$ (con trâu)
- Chia cho người con út 1/9 đàn, tức là: $18 : 9 = 2$ (con trâu)

Vậy ba người con được vừa đúng:

$$9 + 6 + 2 = 17 \text{ (con trâu)}$$

Còn em lại mang con trâu của mình về.

Cách giải trên tuy hơi lạ nhưng cũng dễ hiểu: Vì 17 không chia hết cho 2, cho 3 và cho 9; nhưng khi có thêm 1 con trâu nữa thì 18 liền chia hết cho 2, 3 và 9. Nhờ thế mà chia được.

Song cái độc đáo của cách giải này lại ở chỗ khác cơ.

Nếu ta để ý thì thấy ngay

$$9 \text{ con trâu} > 17/2 \text{ con trâu (vì } 18/2 > 17/2 \text{)}$$

$$6 \text{ con trâu} > 17/3 \text{ con trâu (vì } 18/3 > 17/3 \text{)}$$

$$2 \text{ con trâu} > 17/9 \text{ con trâu (vì } 18/9 > 17/9 \text{)}$$

Do đó trong cách chia trên người con nào cũng được hưởng lợi. Ấy thế mà em lại không mất thêm một con trâu nào (con trâu đem đến lại đất về). Sao kì vậy? Chỗ bí hiểm ở đây là do tổng ba phân số biểu thị các phần được

chia theo di chúc chưa bằng 1 (tức là chưa bằng cả đàn trâu), vì:

$$(1/2) + (1/3) + (1/9) = (9+6+2):18 = 17/18 \text{ (đàn trâu)}$$

Như vậy, thật ra người cha đã chỉ di chúc chia cho các con có 17/18 đàn trâu mà thôi, còn thiếu 1/18 nữa thì mới đủ 18/18, tức là cả đàn trâu.

Thế nhưng nhờ em đem thêm 1 con trâu nữa tới nên đã chia được cho ba người con cả đàn trâu (hay đàn trâu, gồm 17 con). Do đó cả ba người con đều được chia nhiều hơn phần nêu ở di chúc nhưng em lại không tốn thêm một con trâu nào!

***Đề :** Một ông nhà giàu khi vợ đang mang thai thì mắc bệnh hiểm nghèo, trước lúc lâm chung ông ta để lại “Di chúc” : Sau khi qua đời nếu vợ sinh con trai thì gia tài cho con trai 2/3 và vợ 1/3; Nếu sinh con gái thì con gái 1/3 và vợ 2/3. Nhưng thực tế sau khi ông ta chết, vợ sinh đôi : 1 con trai và 1 con gái. Hội Tòa án dân sự phải xử chia gia tài cho họ như thế nào ? Mỗi người được hưởng bao nhiêu phần ?

***Giải:**

Gia tài phải chia cho 3 người: Con trai (T), con gái (G) và bà mẹ (M).

- Nếu lấy Bà mẹ làm trung gian so sánh thì:
 - Người con trai được phần gấp đôi mẹ ; $T/M = 2/3 : 1/3 = 2/1$
 - Người con gái được 1 phần 2 mẹ ; $G/M = 1/3 : 2/3 = 1/2$
- Tổng số phần gia tài phải chia theo di chúc là:
- $$1/1 + 2/1 + 1/2 = 2/2 + 4/2 + 1/2 = 7/2;$$
- Vậy phải chia thành 7 phần, trong đó : M = 2; T = 4; G = 1 (phần)
- Nếu lấy Con gái làm mốc so sánh thì
 - Mẹ gấp đôi con gái $G = 1$ (phần) => M = 2 (phần)
 - Con trai gấp đôi mẹ => T = 4 (phần)
- Vậy phải chia thành 7 phần, trong đó : M = 2; T = 4; G = 1 (phần)
- **Đáp số :** Chia 7 phần, trong đó : M = 2; T = 4; G = 1 (phần).

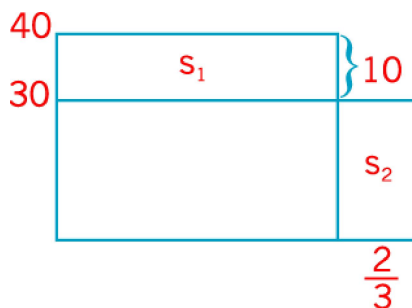
20. DÙNG SƠ ĐỒ DIỆN TÍCH ĐỂ GIẢI TOÁN BA ĐẠI LƯỢNG

Sơ đồ diện tích được dùng để giải các bài toán có nội dung đề cập đến ba đại lượng. Giá trị của một trong ba đại lượng bằng tích các giá trị của hai đại lượng kia. Dùng sơ đồ diện tích chúng ta sẽ giải nhanh các bài toán đó vì đã đưa về bài toán trực quan là bài toán diện tích hình chữ nhật. Sau đây là một số thí dụ:

Ví dụ 1:

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 30km/giờ, sau đó đi từ B quay về A với vận tốc 40km/giờ. Thời gian đi từ B về A ít hơn thời gian đi từ A đến B là 40 phút. Tính độ dài quãng đường AB.

Phân tích: Vì quãng đường AB ($s = v \times t$) không đổi, nên ta có thể xem vận tốc (v) là chiều dài của một hình chữ nhật và thời gian (t) là chiều rộng của hình chữ nhật đó. Vẽ sơ đồ:



Giải: Ta có 40 phút = 2/3 giờ

Nếu ô tô đi từ B về A với vận tốc 30 km/giờ thì sau khoảng thời gian dự định đi từ B về A, ô tô còn cách A một quãng đường là: $30 \times \frac{2}{3} = 20$ (km)

Sở dĩ có khoảng cách này là vì vận tốc xe giảm đi: $40 - 30 = 10$ (km/h)

Thời gian ô tô dự định đi từ B về A là:

$$20 : 10 = 2 \text{ (giờ)}$$

Quãng đường AB dài là:

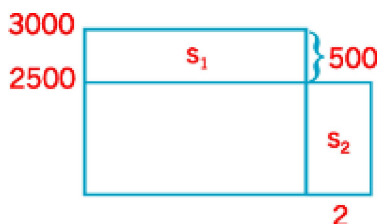
$$40 \times 2 = 80 \text{ (km)}$$

Đáp số: 80 km

Chú ý là $s_1 = s_2$

Ví dụ 2: Bạn Toán đưa tiền dự định mua một số quyển vở loại 2500 đồng/ quyển. Nhưng đến cửa hàng chỉ còn vở loại 3000 đồng/quyển. Toán cứ băn khoăn có nên mua loại vở này không? Vì nếu mua thì số vở dự định bị hụt mất hai quyển. Tính số tiền bạn Toán mang đi?

Phân tích: Vì số tiền bạn Toán mang đi không đổi, nên ta có thể xem giá tiền của mỗi loại vở là chiều dài của một hình chữ nhật và số quyển vở là chiều rộng của hình chữ nhật đó. Vẽ sơ đồ:



Giải: Nếu bạn Toán mua số vở loại 2500 đồng/quyển bằng số vở định mua loại 3000 đồng/quyển thì số tiền còn thừa là: $2 \times 2500 = 5000$ (đồng)

Sở dĩ có số tiền thừa này là vì giá vở đã giảm:

$$3000 - 2500 = 500 \text{ (đồng/quyển)}$$

Vậy số vở bạn Toán định mua loại 3000 đồng/quyển là:

$$5000 : 500 = 10 \text{ (quyển vở)}$$

Số tiền bạn Toán mang đi là:

$$3000 \times 10 = 30000 \text{ (đồng)}$$

Đáp số: 30000 đồng

ph©n sè 21/ph©n sè

A) KiÖn thøc cÇn ghi nhé

1. TÝnh chÊt cÇn ghi nhé của ph©n sè: Khi ta cöng nh©n hoÆc cöng chia c¶ tö vµ mÉu sè của mét ph©n sè vói cùng mét sè tù nhiªn lín h-1, ta ®-íc ph©n sè míi b»ng ph©n sè ban ®Çu.

2. VËn dông tÝnh chÊt của ph©n sè:

*Rút g¸n ph©n sè

Rút g¸n mét ph¸n sè ð¸ cho là tìm mét ph¸n sè bằng nó mà tử số và mẫu số này nhỏ hơn tử số và mẫu số của ph¸n sè ð¸ cho. Thông thường, khi rút g¸n ph¸n sè là phải ðược mét ph¸n sè tối g¸n. Cách rút g¸n ph¸n sè: Cùng chia tử số và mẫu số cho một số tự nhiªn lớn hơn 1. Điều quan trọng nhất là phải tìm ðược số tự nhiªn ðó ðể thực hiện việc rút g¸n ph¸n sè. Việc này có thể thực hiện một lần hoặc vài lần mới tìm ðược ph¸n sè tối g¸n. dưới đây là một số ví dụ minh họa về cách tìm "số ðể rút g¸n ðược".

1. Dựa và dấu hiệu chia hết

Ví dụ. Rút g¸n mỗi ph¸n sè : $\frac{6}{8}$ (cùng chia 2); $\frac{27}{36}$ (cùng chia 9); $\frac{15}{40}$ (cùng chia 5).

2. Chia dần từng bước hoặc g¸p các bước (theo quy tắc chia một số cho một tích).

Ví dụ. Rút g¸n ph¸n sè $\frac{132}{204}$

$$\frac{132}{204} = \frac{132:2}{204:2} = \frac{66}{102};$$

$$\frac{66:2}{102:2} = \frac{33}{51}; \frac{33:3}{51:3} = \frac{11}{17}$$

vậy $\frac{132}{204} = \frac{11}{17}$.

Vì $2 \times 2 \times 3 = 12$ nên

$$\frac{132:12}{204:12} = \frac{11}{17}.$$

3. Dùng cách thử chọn theo các bước.

Ví dụ. Rút gọn phân số $26/65$.

Bước 1: $26:2 = 13$

Bước 2: $65:13 = 5$

Bước 3: Cùng chia 13.

$26:13 / 65:13 = 2/5$.

4. Phân số có dạng đặc biệt.

Ví dụ. Rút gọn phân số $1133 / 1442$.

Bước 1: $1133 : 11 = 103$

Bước 2: $1442 : 14 = 103$

Bước 3: Cùng chia 103.

$1133 / 1442 = 1133:103 / 1442:103 = 11/14$.

Vận dụng những hiểu biết của mình, các em hãy tự giải các bài tập sau:

Rút gọn phân số: $35 / 91$; $37 / 111$; $119 / 153$; $322 / 345$; $1111 / 1313$.

22/So sánh phân số

1.1. So sánh phân số bằng cách quy đồng mẫu số và quy đồng tử số.

1.2. So sánh phân số bằng cách so sánh phần bù với đơn vị của phân số.

- Phần bù với đơn vị của phân số là hiệu giữa 1 và phân số đó.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần bù lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn và ngược lại.

1.3. So sánh phân số bằng cách so sánh phần hơn với đơn vị của phân số.

- Phần hơn với đơn vị của phân số là hiệu của phân số và 1.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần hơn lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

1.4. So sánh phân số bằng cách so sánh cả hai phân số với phân số trung gian.

1.5. Đưa hai phân số về dạng hỗn số để so sánh.

1.6. Thực hiện phép chia hai phân số để so sánh.

1. So sánh phân số bằng cách so sánh phần bù với đơn vị của phân số

- Phần bù với đơn vị của phân số là hiệu giữa 1 và phân số đó.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần bù lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn và ngược lại.

Ví dụ: So sánh các phân số sau bằng cách thuận tiện nhất.

$$\frac{2000}{2001} \text{ và } \frac{2001}{2002}$$

Bước 1: (Tìm phần bù)

$$\text{Ta có : } 1 - \frac{2000}{2001} = \frac{1}{2001} \qquad 1 - \frac{2001}{2002} = \frac{1}{2002}$$

Bước 2: (So sánh phần bù với nhau, kết luận hai phân số cần so sánh)

$$\text{Vì } \frac{1}{2001} > \frac{1}{2002} \text{ nên } \frac{2000}{2001} < \frac{2001}{2002}$$

* Chú ý: Đặt A = Mẫu 1 - tử 1

B = mẫu 2 - tử 2

Bước 2: Vì $\frac{19}{60} < \frac{1}{3} < \frac{31}{90}$ nên $\frac{19}{60} < \frac{31}{90}$

Ví dụ 3: So sánh $\frac{101}{100}$ và $\frac{100}{101}$

Vì $\frac{101}{100} > 1 > \frac{100}{101}$ nên $\frac{101}{100} > \frac{100}{101}$

Ví dụ 4: So sánh hai phân số bằng cách nhanh nhất.

$$\frac{40}{57} \text{ và } \frac{41}{55}$$

Bài giải

+) Ta chọn phân số trung gian là : $\frac{40}{55}$

+) Ta có: $\frac{40}{57} < \frac{40}{55} < \frac{41}{55}$

+) Vậy $\frac{40}{57} < \frac{41}{55}$

* Cách chọn phân số trung gian :

- Trong một số trường hợp đơn giản, có thể chọn phân số trung gian là những phân số dễ tìm được như: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ (ví dụ 1, 2, 3) bằng cách tìm thương của mẫu số và tử số của từng phân số rồi chọn số tự nhiên nằm giữa hai thương vừa tìm được. Số tự nhiên đó chính là mẫu số của phân số trung gian còn tử số của phân số trung gian chính bằng 1.

- Trong trường hợp tổng quát: So sánh hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ (a, b, c, d khác 0)

- Nếu $a > c$ còn $b < d$ (hoặc $a < c$ còn $b > d$) thì ta có thể chọn phân số trung gian là $\frac{a}{d}$ (hoặc $\frac{c}{b}$)

- Trong trường hợp hiệu của tử số của phân số thứ nhất với tử số của phân số thứ hai và hiệu của mẫu số phân số thứ nhất với mẫu số của phân số thứ hai có mối quan hệ với nhau về tỉ số (ví dụ: gấp 2 hoặc 3 lần, ... hay bằng $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \dots$) thì ta nhân cả tử số và mẫu số của cả hai phân số lên một số lần sao cho hiệu giữa hai tử số và hiệu giữa hai mẫu số của hai phân số là nhỏ nhất. Sau đó ta tiến hành chọn phân số trung gian như trên.

Ví dụ: So sánh hai phân số $\frac{15}{23}$ và $\frac{70}{117}$

Bước 1: Ta có: $\frac{15}{23} = \frac{15 \times 5}{23 \times 5} = \frac{75}{115}$

Ta so sánh $\frac{70}{117}$ với $\frac{75}{115}$

Bước 2: Chọn phân số trung gian là: $\frac{70}{115}$

Bước 3: Vì $\frac{70}{117} < \frac{70}{115} < \frac{75}{115}$ nên $\frac{70}{117} < \frac{75}{115}$ hay $\frac{70}{117} < \frac{15}{23}$

4. Đưa hai phân số về dạng hỗn số để so sánh

- Khi thực hiện phép chia tử số cho mẫu số của hai phân số ta được cùng thương thì ta đưa hai phân số cần so sánh về dạng hỗn số, rồi so sánh hai phần phân số của hai hỗn số đó.

Ví dụ: So sánh hai phân số sau: $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$.

Ta có: $\frac{47}{15} = 3\frac{2}{15}$ $\frac{65}{21} = 3\frac{2}{21}$

Vì $\frac{2}{15} > \frac{2}{21}$ nên $3\frac{2}{15} > 3\frac{2}{21}$ hay $\frac{47}{15} > \frac{65}{21}$

- Khi thực hiện phép chia tử số cho mẫu số, ta được hai thương khác nhau, ta cũng đưa hai phân số về hỗn số để so sánh.

Ví dụ: So sánh $\frac{41}{11}$ và $\frac{23}{10}$

Ta có:

$$\frac{41}{11} = 3\frac{8}{11}$$

$$\frac{23}{10} = 2\frac{3}{10}$$

Vì $3 > 2$ nên $3\frac{8}{11} > 2\frac{3}{10}$ hay $\frac{41}{11} > \frac{23}{10}$

* Chú ý: Khi mẫu số của hai phân số cùng chia hết cho một số tự nhiên ta có thể nhân cả hai phân số đó với số tự nhiên đó rồi đưa kết quả vừa tìm được về hỗn số rồi so sánh hai hỗn số đó với nhau

Ví dụ: So sánh $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$.

+) Ta có: $\frac{47}{15} \times 3 = \frac{47}{5} = 9\frac{2}{5}$

$$\frac{65}{21} \times 3 = \frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}$$

+) Vì $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$ nên $9\frac{2}{5} > 9\frac{2}{7}$ hay $\frac{47}{15} > \frac{65}{21}$

5. Thực hiện phép chia hai phân số để so sánh

- Khi chia phân số thứ nhất cho phân số thứ hai, nếu thương tìm được bằng 1 thì hai phân số đó bằng nhau; nếu thương tìm được lớn hơn 1 thì phân số thứ nhất lớn hơn phân số thứ hai; nếu thương tìm được nhỏ hơn 1 thì phân số thứ nhất nhỏ hơn phân số thứ hai.

Ví dụ: So sánh $\frac{5}{9}$ và $\frac{7}{10}$

Ta có: $\frac{5}{9} : \frac{7}{10} = \frac{50}{63} < 1$ Vậy $\frac{5}{9} < \frac{7}{10}$.

23/ TÌM PHÂN SỐ CỦA MỘT SỐ

Khi học về phân số các em được làm quen với nhiều bài toán có lời văn mà khi giải phải chuyển chúng về dạng toán điển hình. Trong bài viết này tôi xin trao đổi về một dạng toán như thế thông qua một số ví dụ sau :

Ví dụ 1 : Tìm một phân số biết rằng nếu nhân tử số của phân số đó với 2, giữ nguyên mẫu số thì ta được một phân số mới hơn phân số ban đầu là $\frac{7}{36}$.

Phân tích : Ta đã biết nhân một phân số với số tự nhiên ta chỉ việc nhân tử của phân số với số tự nhiên đó và giữ nguyên mẫu số. Vậy nhân tử số của phân số với 2, giữ nguyên mẫu số tức là ta gấp phân số đó lên 2 lần. Bài toán được chuyển về bài toán tìm hai số biết hiệu và tỉ.

Bài giải : Nếu nhân tử số của phân số đó với 2, giữ nguyên mẫu số ta được phân số mới. Vậy phân số mới gấp 2 lần phân số ban đầu, ta có sơ đồ :



Phân số mới :
Phân số ban đầu là :

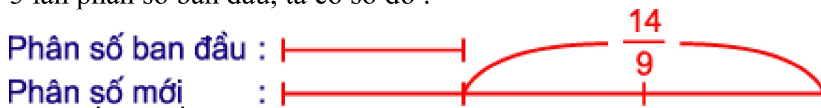
$$\frac{7}{36} : (2 - 1) = \frac{7}{36}$$

$$\text{Thử lại : } \frac{7 \times 2}{36} - \frac{7}{36} = \frac{7}{36} \text{ (đúng).}$$

Ví dụ 2 : Tìm một phân số biết rằng nếu ta chia mẫu số của phân số đó cho 3, giữ nguyên tử số thì giá trị của phân số tăng lên $14/9$.

Phân tích : Phân số là một phép chia mà tử số là số bị chia, mẫu số là số chia. Khi chia mẫu số cho 3, giữ nguyên tử số tức là ta giảm số chia đi 3 lần nên thương gấp lên 3 lần hay giá trị của phân số đó gấp lên 3 lần. Do đó phân số mới gấp 3 lần phân số ban đầu. Bài toán chuyển về dạng tìm hai số biết hiệu và tỉ.

Bài giải : Khi chia mẫu của phân số cho 3, giữ nguyên tử số thì ta được phân số mới nên phân số mới gấp 3 lần phân số ban đầu, ta có sơ đồ :



Phân số mới :
Phân số ban đầu là :

$$\frac{14}{9} : (3 - 1) = \frac{7}{9}$$

$$\text{Thử lại : } \frac{7}{9 \cdot 3} - \frac{7}{9} = \frac{7}{3} - \frac{7}{9} = \frac{14}{9} \text{ (đúng).}$$

Ví dụ 3 : An nghĩ ra một phân số. An nhân tử số của phân số đó với 2, đồng thời chia mẫu số của phân số đó cho 3 thì An được một phân số mới. Biết tổng của phân số mới và phân số ban đầu là $35/9$. Tìm phân số An nghĩ.

Phân tích : Khi nhân tử số của phân số với 2, giữ nguyên mẫu số thì phân số đó gấp lên 2 lần. Khi chia mẫu số của phân số cho 3, giữ nguyên tử số thì phân số đó gấp lên 3 lần. Vậy khi nhân tử số của phân số với 2 đồng thời chia mẫu số của phân số cho 3 thì phân số đó gấp lên $2 \times 3 = 6$ (lần). Bài toán được chuyển về dạng toán điền hình tìm 2 số biết tổng và tỉ.

Bài giải : Khi nhân tử số của phân số An nghĩ với 2 đồng thời chia mẫu số của phân số đó cho 3 thì được phân số mới. Vậy phân số mới gấp phân số ban đầu số lần là : $2 \times 3 = 6$ (lần), ta có sơ đồ :



Phân số mới :
Phân số ban đầu là :

$$\frac{35}{9} : (6 + 1) = \frac{5}{9}$$

$$\text{Thử lại : } \frac{5 \times 2}{9 \cdot 3} + \frac{5}{9} = \frac{35}{9} \text{ (đúng).}$$

Từ 3 ví dụ trên ta rút ra một nhận xét như sau :

Một phân số :

- Nếu ta tăng (hoặc giảm) tử số bao nhiêu lần và giữ nguyên mẫu số thì phân số đó tăng (hoặc giảm) bấy nhiêu lần.
- Nếu ta giảm (hoặc tăng) mẫu số bao nhiêu lần và giữ nguyên tử số thì phân số đó tăng (hoặc giảm) bấy nhiêu lần.

Các bạn hãy thử sức của mình bằng một số bài toán sau đây :

Bài 1 : Tìm một phân số biết rằng nếu tăng tử số lên 6 lần, đồng thời tăng mẫu số lên 2 lần thì giá trị phân số tăng $12/11$.

Bài 2 : Toán nghĩ ra một phân số sau đó Toán chia tử số của phân số cho 2 và nhân mẫu số của phân số với 4 thì Toán thấy giá trị của phân số giảm đi $15/8$. Tìm phân số mà Toán nghĩ.

Bài 3 : Từ một phân số ban đầu, Học đã nhân tử số với 3 được phân số mới thứ nhất, chia mẫu số cho 2 được phân số mới thứ hai, chia tử số cho 3 đồng thời nhân mẫu số với 2 được phân số mới thứ ba. Học thấy tổng ba phân số mới là $25/8$. Đó bạn tìm được phân số ban đầu của Học.

27. tìm một số khi biết “Hai tỉ số”

Cách giải:

Bước 1: Đọc đề bài xác định đại lượng không bị thay đổi và đại lượng bị thay đổi.

Bước 2: So sánh đại lượng bị thay đổi với đại lượng không bị thay đổi (một đại lượng ở hai thời điểm khác nhau).

Bước 3: Tìm phân số ứng với số đơn vị bị thay đổi.

Bước 4: Tìm đại lượng không bị thay đổi và đại lượng bị thay đổi.

Ví dụ: Một đàn vịt có một số con ở trên bờ và số con lại đang bơi dưới ao. Biết số vịt trên bờ bằng $\frac{1}{3}$ số vịt đang bơi dưới ao. Khi có 2 con vịt từ dưới ao lên trên bờ thì số vịt trên bờ bằng $\frac{1}{2}$ số vịt dưới ao. Hỏi đàn vịt có bao nhiêu con và ban đầu trên bờ có bao nhiêu con?

Bài giải

Bước 1: (xác định đại lượng không thay đổi: Tổng số đàn vịt)

Xác định đại lượng thay đổi: Số vịt trên bờ và số vịt dưới ao)

Bước 2: So sánh đại lượng bị thay đổi với đại lượng không thay đổi (một đại lượng ở hai thời điểm khác nhau)

Số vịt trên bờ lúc đầu bằng:

$$1 : (1 + 3) = \frac{1}{4} \text{ (tổng số đàn vịt)}$$

Số vịt trên bờ lúc sau bằng:

$$1 : (1 + 2) = \frac{1}{3} \text{ (tổng số đàn vịt)}$$

Bước 3: (Tìm phân số ứng với số đơn vị bị thay đổi)

Phân số ứng với 2 con vịt là:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \text{ (tổng số đàn vịt)}$$

Bước 4: (tìm đại lượng bị thay đổi và đại lượng không bị thay đổi)

Tổng số đàn vịt có:

$$2 : \frac{1}{12} = 24 \text{ (con)}$$

Số vịt trên bờ ban đầu là:

$$\frac{1}{4} \times 24 = 6 \text{ (con)}$$

Đáp số: 24 con vịt, 6 con vịt trên bờ.

29. CÁC BÀI TOÁN VỀ CẤU TẠO SỐ

Một số kiến thức cần lưu ý:

1. Để kí hiệu một phân số có tử số bằng a, mẫu số bằng b (với a và b là STN # 0) ta viết: $\frac{a}{b}$

- Một số b chỉ số phần bằng nhau được chia ra từ 1 đơn vị, tử số a chỉ số phần được lấy đi.

- Phân số $\frac{a}{b}$ còn hiểu là thương của phép chia a:b

2. Mỗi số TN a có thể coi là một phân số có mẫu số bằng 1: $\frac{a}{1}$

3. Phân số có tử số nhỏ hơn mẫu số thì nhỏ hơn 1; phân số có tử số lớn hơn mẫu số thì phân số đó lớn hơn 1.

4. Nếu nhân cả tử số và mẫu số của một phân số với một số TN khác 0 thì được một phân số mới bằng phân số đã cho:

$$\frac{a \times n}{b \times n} = \frac{a}{b} \quad (n \neq 0)$$

5. Nếu ta chia cả.....bằng phân số đã cho.

6. Phân số có mẫu số bằng 10, 100, 1000,.....gọi là phân số thập phân.

7. Nếu ta cộng cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số hoặc trừ cả tử số và mẫu số đi cùng một số thì hiệu giữa tử số và mẫu số không thay đổi.

Bài 1: Cho phân số $\frac{3}{7}$. Cộng thêm vào tử số và mẫu số của phân số đó với cùng một số tự nhiên ta được

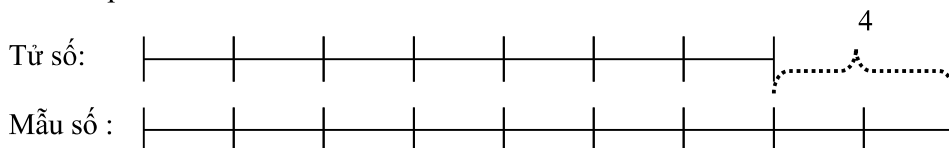
phân số mới bằng phân số $\frac{7}{9}$. Tìm số tự nhiên được cộng thêm?

Lời giải:

Hiệu của mẫu số và tử số của phân số đã cho là : $7 - 3 = 4$ (đơn vị).

Khi ta cộng vào cả tử số và mẫu số với cùng một số tự nhiên thì hiệu giữa mẫu số và tử số của phân số mới vẫn bằng 4.

Đối với phân số mới ta có sơ đồ sau :



Số phần bằng nhau của mẫu số mới nhiều hơn tử số là:

$$9 - 7 = 2 \text{ (phần)}$$

$$\text{Tử số của phân số mới là : } 4 : 2 \times 7 = 14$$

$$\text{Số tự nhiên cộng thêm là : } 14 - 3 = 11$$

Đáp số : 11.

30. CÁC DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN PHÂN SỐ THÊM BỐT TỬ SỐ MẪU SỐ, CẢ TỬ SỐ VÀ MẪU SỐ

* TÌM PHÂN SỐ BIẾT TỔNG VÀ HIỆU CỦA TỬ SỐ VÀ MẪU SỐ.

VD1: Cho phân số có tổng của tử số và mẫu số là 68. Tìm phân số đó biết nếu chuyển 6 đơn vị từ mẫu số lên tử số thì phân số có giá trị bằng 1.

* **Tìm số tự nhiên a** sao cho khi **bớt cả tử số và mẫu số đi a đơn vị** thì ta được phân số mới. (Hiệu sẽ không thay đổi dựa vào hiệu để giải)

VD2: Cho phân số $\frac{35}{45}$. Tìm số tự nhiên a sao cho khi ta **bớt cả tử số và mẫu số đi a đơn vị** thì ta được phân số $\frac{2}{3}$.

* Tìm số tự nhiên a sao cho khi **thêm cả tử số và mẫu số a đơn vị** thì ta được phân số mới. (Hiệu sẽ không thay đổi dựa vào hiệu để giải)

VD3: Cho phân số $\frac{17}{25}$. Tìm số tự nhiên a sao cho khi ta **bớt cả tử số và mẫu số đi a đơn vị** thì ta được phân số $\frac{2}{3}$.

- Tìm số tự nhiên a sao cho khi **thêm (hoặc bớt) tử số đi a đơn vị** ta được phân số mới. (Mẫu số không đổi cần dựa vào mẫu số để giải)

VD 4: Cho phân số $\frac{34}{90}$. Hỏi phải **bớt tử số bao nhiêu đơn vị** để được phân số có giá trị bằng $\frac{1}{5}$

* Tìm số tự nhiên a sao cho khi **thêm hoặc bớt mẫu số a đơn vị** ta được phân số mới. (Tử số không đổi cần dựa vào tử số để giải)

BÀI TẬP

1. Cho phân số $\frac{35}{54}$ Hỏi phải **bớt tử số đi bao nhiêu đơn vị** để được phân số $\frac{5}{9}$.

2. Cho phân số $\frac{15}{54}$ Hỏi phải **bớt mẫu số đi bao nhiêu đơn vị** để được phân số $\frac{3}{10}$.

* Chuyển từ tử số xuống mẫu số a đơn vị (hoặc mẫu số lên tử số a đơn vị thì phân số có giá trị...) Tổng của tử số và mẫu số không thay đổi dựa vào tổng để giải.

Ví dụ : Cho phân số $\frac{13}{47}$ Hỏi phải chuyển bao nhiêu đơn vị từ tử số xuống mẫu số để được phân số $\frac{1}{5}$.

CHÚ Ý: Dạng bài này cần xác định hiệu của tử số và mẫu số (Lưu ý khi có cụm từ phân số bằng 1 nghĩa là tử số bằng mẫu số)

31. CÁC PHÂN SỐ NẪM GIỮA HAI SỐ

Một dạng toán khá thú vị là yêu cầu tìm các phân số nằm giữa hai số cho trước. Một lưu ý với các bạn là : giữa hai số cho trước bất kì bao giờ cũng có rất nhiều phân số. Nếu không có yêu cầu gì thêm về các phân số này thì chúng ta sẽ không bao giờ viết hết các phân số nằm giữa hai số cho trước.

Thí dụ 1 : Hãy thử tìm 3 phân số nằm giữa $3/7$ và $5/7$.

Nhiều bạn cho là “Làm gì có phân số nào ở giữa hai phân số này?”. Ta thử nhân cả tử và mẫu của hai phân số với 2 thì được $8/14$ và $10/14$. Đến đây thì các bạn “kiếm” ngay được $9/14$. Nếu nhân tiếp tử và mẫu của hai phân số trên với 2 thì được $16/28$ và $20/28$. Thế là các bạn kể ra ngay được 3 phân số thỏa mãn bài toán là $17/28$, $18/28$, $19/28$. Cứ tiếp tục như vậy các bạn có thể viết ra bao nhiêu phân số nữa cũng được.

Thí dụ 2 : Hãy viết tất cả các phân số nằm giữa $1/3$ và $16/27$ mà mẫu số là 9.

Giải : Ta có $1/3 = 9/27$. Các phân số lớn hơn $9/27$ và nhỏ hơn $16/27$ là : $10/27$, $11/27$, $12/27$, $13/27$, $14/27$, $15/27$. Trong các tử số chỉ có 12 và 15 chia hết cho 3 nên chỉ có hai phân số thỏa mãn bài toán là : $12/27 = (12 : 3)/(27 : 3) = 4/9$ và $15/27 = (15 : 3)/(27 : 3) = 5/9$.

Thí dụ 3 : Có bao nhiêu phân số nằm giữa $5/6$ và $6/7$ mà tử số nhỏ hơn 2004 ?

Ta có $2004 : 6 = 334$ nên viết $6/7 = (6 \times 334)/(7 \times 334) = 2004/2338$.

Mặt khác : $5/6 = (5 \times 2338/6)/2338 = (1948 \frac{1}{3})/2338$.

Do đó các phân số thỏa mãn bài toán có mẫu là 2338 và tử là các số tự nhiên từ 1949 đến 2003. Vậy số các phân số thỏa mãn bài toán là :

$2003 - 1949 + 1 = 55$ (số).

Các bạn có thể giải các bài toán trên bằng cách khác. Sau đây là một vài bài toán để các bạn thử giải :