ĐỀ ÔN LUYỆN SỐ 8

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{x-1}$ có đồ thị là (C_m). Tìm m để trên đồ thị (C_m) có hai điểm P, Q cách đều hai điểm $A(-3;4), B(3;-2)$ và diện tích tứ giác $APBQ$ bằng 24.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=2 \end{array}\right.$ B. $m=2$

C. $m=-2$ D. không có m thỏa mãn.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và các điểm $M\in(C)$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận bằng 4. Hỏi có mấy điểm M thỏa mãn.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $(C): y=x^4-6x^2+2$. Tìm nhận xét **không đúng** trong các nhận xét sau?

A. Đồ thị hàm số luôn có ba điểm cực trị phân biệt không thẳng hàng.

B. Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số đã cho đối xứng qua điểm $A(0;2)$.

Câu 4: Tìm m để hàm số:

$y=(m+1)x^3-3(m+1)x^2+2mx+4$ đồng biến trên khoảng có độ dài không nhỏ hơn 1.

A. $m\in(-9;-1)$ B. $m\in(-\infty;-9]\cup(-1;+\infty)$

C. $m\in(-\infty;-9]$ D. $m\in(-\infty;-9)\cup(-1;+\infty)$

Câu 5: Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0.

B. Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

C. Để hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì hàm số $f(x)$ phải có đạo hàm tại x_0.

D. Hàm số $f(x)$ vẫn có thể đạt cực trị tại x_0 nếu không tồn tại đạo hàm tại x_0.

Câu 6: Gọi a là chiều dài, b là chiều rộng của hình chữ nhật có diện tích lớn nhất nội tiếp trong đường tròn có bán kính R cho trước, khi đó a, b có giá trị là:

A. $a=b=R\sqrt{2}$ B. $a=R\sqrt{3}; b=R$

C. $a=\dfrac{R}{\sqrt{2}}; b=\dfrac{R\sqrt{14}}{2}$ D. $a=b=R\sqrt{3}$

Câu 7: Cho đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{x+1}{x^2+x-2}$. Trong các kết luận sau, kết luận nào **đúng**?

A. Đồ thị hàm số (C) có duy nhất một tiệm cận đứng là $x=-2$ và một tiệm cận ngang là trục hoành.

B. Đồ thị hàm số (C) có hai tiệm cận đứng là $x=-2$ và $x=1$ và một tiệm cận ngang là trục hoành.

C. Đồ thị hàm số (C) có một tiệm cận ngang là trục tung và hai tiệm cận đứng là $x=-2$ và $x=1$.

D. Đồ thị hàm số (C) có một tiệm cận ngang là trục tung và một tiệm cận đứng duy nhất là $x=1$.

Câu 8: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x-1}$ tăng trên từng khoảng xác định?

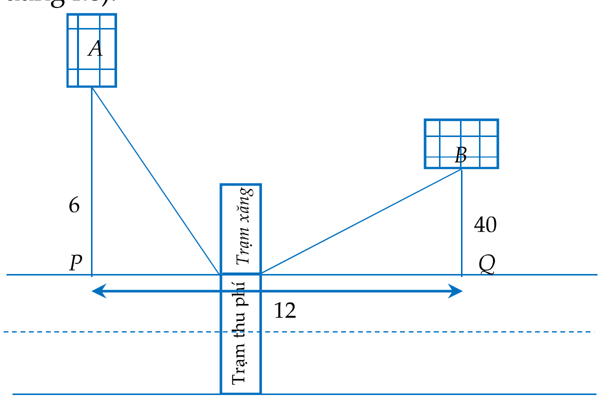
A. $m>0$ B. $m<-1$ C. $m>-1$ D. $m<0$

Câu 9: Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y=x\sqrt{1-x^2}$ trên tập xác định. Khi đó $M-m$ bằng:

A. 1 B. 2

C. 3 D. đáp số khác

Câu 10: Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố quyết định tính toán xem xây trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là là 60 *km* và 40 *km* và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120 *km* (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là *PQ* kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? (Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể).



A. 72 *km* kể từ *P*. **B.** 42 *km* kể từ *Q*.
C. 48 *km* kể từ *P*. **D.** tại *P*.

Câu 11: Cho hàm số:

$$y=2x^3-3(2m+1)x^2+6m(m+1)x+1.$$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Với mọi *m*, hàm số luôn đạt cực trị tại $x_1;x_2$ và $|x_2-x_1|=1$.

B. Tọa độ điểm cực đại thỏa mãn phương trình $y=3x^2+1$.

C. Với $m=0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Chỉ B, C đúng.

Câu 12: Cho phương trình:

$$\log_3(x-2)^2+\log_3\left(\frac{x}{x^2-3x+3}\right)^2=0.$$

Tổng các nghiệm của phương trình là:

A. 4 **B.** $\frac{11}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** 3

Câu 13: Cho $\log_3 2=a;\ \log_3 5=b$, khi đó $\log_3 40$ bằng:

A. $3a-b$ **B.** $a+3b$ **C.** $3a+b$ **D.** $a-3b$

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$.

A. $y'=\frac{2\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$ **B.** $y'=\frac{2}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$

C. $y'=\frac{4}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$ **D.** đáp án khác

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{\ln x+2}{\ln x+1}}$ là:

A. $D=\left(e^{-2};+\infty\right)$

B. $D=\left(e^{-1};+\infty\right)$

C. $D=\left(0;e^{-2}\right]\cup\left(e^{-1};+\infty\right)$

D. $D=\left(-\infty;e^{-2}\right)\cup\left(e^{-1};+\infty\right)$

Câu 16: Đạo hàm của hàm số:

$y=\left(x^3+x\right)\ln\left(x^2+1\right)$ có dạng:

A. $y'=\left(3x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)+2x^2$

B. $y'=\left(3x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)-2x^2$

C. $y'=\left(3x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)+2x$

D. $y'=\left(3x^2+1\right)\ln\left(x^2+1\right)-2x$

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của *m* để phương trình: $\log_3(x+2)+2m\log_{\sqrt{x+2}}3=16$ có hai nghiệm đều lớn hơn -1.

A. vô số **B.** không có *m*
C. 63 giá trị **D.** 15 giá trị

Câu 18: Cho hàm số $y=e^{-x}(x-2)$ và các phát biểu sau:

I. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

II. Hàm số đạt cực tiểu tại duy nhất một điểm là $x=3$.

III. Đồ thị hàm số cắt Oy tại *A*, khi đó đường thẳng tiếp xúc với đồ thị hàm số tại A có hệ số góc là 3.

A. chỉ I và II đúng. **B.** chỉ II và III đúng.
C. chỉ I và III đúng. **D.** Cả I, II, III đều đúng.

Câu 19: Điều kiện của *m* để bất phương trình $\log_2\left(2^{x+1}+6\right)>m-x$ thỏa mãn với mọi $x>0$ là:

A. $m>3$ **B.** $m<3$
C. không tồn tại *m*. **D.** mọi *m*.

Câu 20: Bất phương trình $3^{\frac{2x+2}{5-x}}\geq\left(\frac{1}{9}\right)^{-x+13}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 6 **B.** 10 **C.** 11 **D.** vô số.

Câu 21: Theo số liệu từ Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2004. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2004. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau: $U(x)=A.(1+0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động đầu tháng 2 năm 2004. Hỏi đến sau bao lâu thì số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194 790 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108 160 người?

A. 1 năm 5 tháng. **B.** 1 năm 2 tháng.

C. 1 năm. **D.** 11 tháng.

Câu 22: Cho $x=2016!$, khi đó:

$$A=\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_3 x}+\frac{1}{\log_4 x}+...+\frac{1}{\log_{2016} x}.$$

A có giá trị bằng:

A. 1 **B.** $\log 2016$

C. $2016!$ **D.** không tính được.

Câu 23: Phương trình:

$\log_4^2 x=\log_2 x.\log_2\left(\sqrt{x+1}-1\right)$ có số nghiệm là:

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 24: Mệnh đề nào là sai trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số $F(x)=\frac{x^2+6x+1}{2x-3}$ và $G(x)=\frac{x^2+10}{2x-3}$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.

B. Hàm số $F(x)=5+2\sin^2 x$ và $G(x)=1-\cos 2x$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.

C. Hàm số $F(x)=\sqrt{x^2-2x+2}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}}$.

D. Hàm số $F(x)=\sin\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos\sqrt{x}$.

Câu 25: Trong các hàm số sau:

I. $f(x)=\tan^2 x+2$ II. $f(x)=\frac{2}{\cos^2 x}$

III. $f(x)=\tan^2 x+1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x)=2\tan x$?

A. I, II, III **B.** II, III

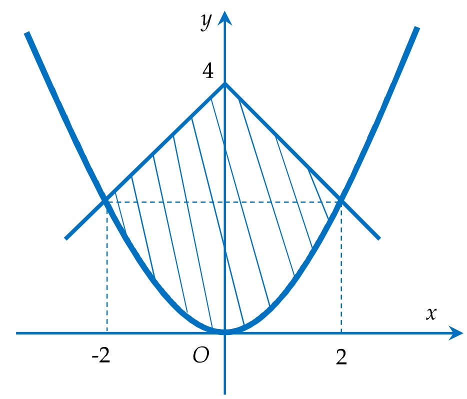
C. I, III **D.** II, III

Câu 26*: Tính thể tích vật thể tạo được khi lấy giao vuông góc hai ống nước hình trụ có cùng bán kính đáy bằng a.

A. $V=\frac{16a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$

C. $V=\frac{4a^3}{3}$ **D.** $V=a^3$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn như hình vẽ:



A. $\frac{28}{3}$ **B.** $\frac{25}{3}$ **C.** $\frac{22}{3}$ **D.** $\frac{26}{3}$

Câu 28: Cho hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y=\tan x; x=0; x=\frac{\pi}{3}; y=0$. Gọi S là diện tích hình phẳng D, V là thể tích vật thể tròn xoay khi quay D quanh Ox. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

A. $S=\ln 2,\ V=\pi\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$

B. $S=\ln 2,\ V=\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$

C. $S=\ln 3,\ V=\pi\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$

D. $S=\ln 3,\ V=\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$

Câu 29: Cho $A=\int_0^{\ln m}\frac{e^x}{e^x-2}dx=\ln 2$. Khi đó giá trị của m là:

A. $m=0; m=4$ **B.** $m=2$

C. $m=4$ **D.** $m=0$

Câu 30: Trong các kết luận sau, kết luận nào **sai**?

A. Mô đun của số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ được tính bằng $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

B. Mô đun của số phức z(với z là khác 0) là một số thực dương.

C. Mô đun của số phức z là một số phức.

D. A và B đúng.

Câu 31: Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{iz-(1+3i)\overline{z}}{1+i}=|z|^2.$$

A. $z=-\frac{45}{26}-\frac{9}{26}i$ **B.** $z=\frac{45}{26}+\frac{9}{26}i$

C. $z=45+9i$ **D.** $-45-9i$

Câu 32: Tìm tất cả các số thực m biết $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}$ và $z.\overline{z}=\frac{2-m}{2}$ trong đó i là đơn vị ảo.

A. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$ **B.** $m=-1$ **C.** $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-1\end{array}\right.$ **D.** $\forall\ m$

Câu 33: Cho số phức $z-\frac{\overline{z}}{1+3i}=\frac{6+7i}{5}$, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z?

A. $M(0;1)$ **B.** $N(1;1)$ **C.** $P(-1;-1)$ **D.** $Q(0;-1)$

Câu 34: Cho hai số phức $z_1;z_2$ thỏa mãn $\left|iz_1+\sqrt{2}\right|=\frac{1}{2}$ và $z_2=iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1-z_2|$.

A. $2-\frac{1}{\sqrt{2}}$ **B.** $2+\frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$ **D.** $\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 35: Đường nối tâm hai mặt kề bên của một hình lập phương có độ dài $3\sqrt{2}$. Thể tích của khối lập phương này bằng:

A. 210 **B.** 210 **C.** 214 **D.** 216

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích khối $ABCD$ bằng 126, hai tam giác ABC và ABD có diện tích cùng bằng 21. M là một điểm thuộc cạnh CD và $d_1;d_2$ lần lượt là khoảng cách từ M đến các mặt phẳng (ABC) và (ABD). Vậy (d_1+d_2) bằng:

A. 18 **B.** 20 **C.** 22 **D.** 24

Câu 37: Cho hình vẽ:

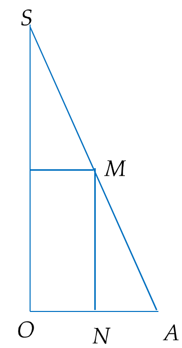
Tam giác SOA vuông tại O có $MN\parallel SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA. Đặt $SO=h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R=OA$. Tìm độ dài của MN để thể tích khối trụ là lớn nhất.

A. $MN=\frac{h}{2}$

B. $MN=\frac{h}{3}$

C. $MN=\frac{h}{4}$

D. $MN=\frac{h}{6}$



Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $AB=a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Tính theo a thể tích tứ diện $B'ABC$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(AB'C)$.

A. $V_{B'ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8};d=\frac{a}{4}$ **B.** $V_{B'ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8};d=\frac{3a}{4}$

C. $V_{B'ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4};d=\frac{a}{4}$ **D.** $V_{B'ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4};d=\frac{a\sqrt{3}}{8}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân $ABCD$ với $AB=2a$, $BC=CD=DA=a$ và $SA\perp(ABCD)$. Một mặt phẳng qua A vuông góc với SB và cắt SB,SC,SD lần lượt tại M,N,P. Tính đường kính khối cầu ngoại tiếp khối $ABCDMNP$.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** a **C.** $2a$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên cũng bằng a. Thể tích của khối nón ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\frac{\pi a^3}{12}$

C. $\frac{\pi a^3}{6}$ **D.** Đáp án khác.

Câu 41: Một hình lập phương có cạnh bằng a. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương là:

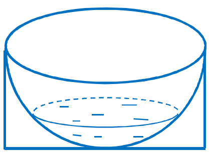
A. πa^3 **B.** $4\pi a^3$ **C.** $\frac{\pi a^3}{2}$ **D.** $2\pi a^3$

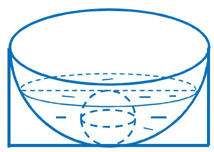
Câu 42: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. 47,64% **B.** 65,09%

C. 82,55% **D.** 83,3%

Câu 43: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R=10$ đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (như hình vẽ). Trong chậu chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h=2$. Người ta bỏ vào trong chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (như hình vẽ). Cho biết công thức tính thể tích của khối chỏm cầu hình cầu $(O;R)$ có chiều cao h là: $V_{chom}=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$, bán kính của viên bi:





A. $r\approx 1$ **B.** $r\approx\frac{1}{2}$

C. $r\approx 1,5$ **D.** Đáp án khác.

Câu 44: Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z+3=0$ là:

A. $x-4=y-1=z+3$ **B.** $x-1=\frac{y-4}{2}=\frac{-z-7}{2}$

C. $\frac{x-1}{4}=y-4=\frac{z+7}{2}$ **D.** $x-1=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-4}$

Câu 45: Biết rằng đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$ là tiếp tuyến của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$. Bán kính r của mặt cầu có độ dài là:

A. $\sqrt{14}$ **B.** 14 **C.** $\sqrt{77}$ **D.** 7

Câu 46: Gọi (β) là mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\alpha):3x-2y-z+5=0$ và chứa đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-8}{1}=\frac{z-4}{4}$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là:

A. $\frac{9}{14}$ **B.** $\frac{9}{\sqrt{14}}$ **C.** $\frac{3}{14}$ **D.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$

Câu 47: Cho tam giác ABC với $A(0;-1;2)$, $B(3;0;1)$, $C(2;3;0)$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y+z-3=0$; $(Q):2x-y-z+3=0$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q), khi có mặt phẳng (α) đi qua H và chứa Δ có phương trình:

A. $7x+19y+10z-30=0$

B. $7x+19y+10z+4=0$

C. $10x+7y+19z-30=0$

D. $10x+7y+19z-4=0$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-6}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-2}{2}$. Viết tất cả các phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $2x+2y+z-18=0$ **B.** $\left[\begin{array}{l}2x+2y+z-18=0\\2x+y+2z-19=0\end{array}\right.$

C. $2x+y+2z-19=0$ **D.** Không tồn tại (P).

Câu 49: Cho $A(0;2;-2)$, $B(-3;1;-1)$, $C(4;3;0)$ và $D(1;2;m)$. Tìm m để bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng.

Một học sinh giải như sau:

Bước 1:

$\overrightarrow{AB}=(-3;-1;1)$; $\overrightarrow{AC}=(4;1;2)$; $\overrightarrow{AD}=(1;0;m+2)$.

Bước 2: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}-1&1\\1&2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&-3\\2&4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-3&-1\\4&1\end{vmatrix}\right)$

$=(-3;10;1)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=3+m+2=m+5$.

Bước 3: A, B, C, D đồng phẳng

$\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow m+5=0$.

Đáp số: $m=-5$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng **B.** Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 2. **D.** Sai ở bước 3.

Câu 50: Cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là:

A. 3 **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$

ĐÁP ÁN

1B	2D	3C	4B	5C	6A	7B	8B	9A	10D
11A	12B	13C	14C	15C	16A	17D	18C	19B	20B
21A	22A	23D	24D	25A	26A	27A	28B	29C	30C
31A	32C	33B	34A	35A	36A	37B	38B	39C	40A
41C	42A	43A	44B	45A	46B	47A	48C	49C	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Phân tích: Ta nhận thấy đề bài khá phức tạp và rắc rối, tuy nhiên ta có thể nhận thấy như sau. Do *P, Q* là hai điểm phân biệt và cách đều hai điểm $A(-3;4), B(3;-2)$, nên *P, Q* nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng *AB*. Khi đó ta sẽ viết được phương trình đường thẳng *PQ* khiến cho việc tham số hóa *P, Q* trở nên đỡ phức tạp hơn, lúc này khi tham số hóa *P, Q* ta sẽ có hai ẩn là hai hoành độ của *P, Q* (với hai hoành độ là hai nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm). Khi đã tham số hóa được *PQ* rồi ta thấy đề cho diện tích tứ giác *APBQ* do đó ta đi tìm mối liên hệ giữa tọa độ hai điểm *P, Q* và diện tích tứ giác. Ta nhận thấy ngay tứ giác có hai đường chéo vuông góc, tức là $S = AB.PQ$ do vậy kết hợp với định lí Viet ta sẽ tìm được *m*.

Lời giải chi tiết:

Ta viết được phương trình PQ: qua $I(0;1)$ là trung điểm của *AB* và có vtpt là $\overrightarrow{AB}$, khi đó $PQ: x - y + 1 = 0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng PQ và đồ thị (C_m) :

$$\frac{mx+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow mx+2 = x^2 - 1 \text{ (với } x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - mx - 3 = 0 (*)$$

Để đường thẳng *PQ* cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt khác 1 tức là $\begin{cases} \Delta > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \neq -2$.

Khi đó: $P(x_1; x_1+1); Q(x_2; x_2+1) \Rightarrow PQ = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2}$

Ta có: $S = 24 \Leftrightarrow 3\sqrt{2}.\sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = 24 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$

Áp dụng Viet với phương trình $(*)$ ta được:

$$m^2 + 12 - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = 2.$$

STUDY TIPS

Nhiều độc giả quên điều kiện để hai nghiệm khác -2 nên đến cuối chọn luôn A là sai. Hãy luôn nhớ điều kiện để mẫu số khác 0.

Câu 2: Đáp án D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$ và tiệm cận đứng $x = 1$.

Giả sử $M(x_0; y_0)$, khi đó $M\left(x_0; 2 + \frac{3}{x_0 - 1}\right)$.

Khoảng cách từ *M* đến tiệm cận đứng sẽ là $|x_0 - 1|$.

Khoảng cách từ *M* đến tiệm cận ngang sẽ là $|y_0 - 2| = \frac{3}{|x_0 - 1|}$.

STUDY TIPS

Ta thấy do đề bài liên quan đến hai đường tiệm cận do đó ta sẽ tìm nhanh các đường tiệm cận bằng cách nhẩm nhanh mà tôi đã giới thiệu cho quý độc giả ở các đề trước.

Khi đó $\left|x_0-1\right|+\dfrac{3}{\left|x_0-1\right|}=4 \Leftrightarrow \left|x_0-1\right|^2-4\left|x_0-1\right|+3=0$. Nhận thấy số điểm M thỏa mãn phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình này. Bấm máy tính ta thấy $\left[\begin{array}{l}\left|x_0-1\right|=1\\ \left|x_0-1\right|=3\end{array}\right.$. Vậy sẽ có bốn nghiệm thỏa mãn, tức là bốn điểm M.

Câu 3: Đáp án C.

Ta xét phương trình $y'=4x^3-12x=0$ luôn có ba nghiệm phân biệt do đó A đúng, B đúng do hàm số là hàm đa thức luôn xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Tiếp theo đến nhận xét C thì ta nhớ lại bảng dạng đồ thị hàm số mà tôi đã nhắc nhiều lần cho quý độc giả ở các đề trước, với hàm trùng phương bậc bốn có hệ số $a=1>0$ và phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số có dạng chữ W (đây chỉ là mẹo nhớ chứ không phải đồ thị có dạng đúng là chữ W), tức là có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại. Vậy C sai.

Câu 4: Đáp án B.

Ta có để hàm số đồng biến trên khoảng có độ dài không nhỏ hơn 1 tức là ta cần đi xét từng trường hợp hệ số $a=m+1$ lớn hơn hay nhỏ hơn không, từ đó tìm các khoảng đơn điệu, và xét phương trình $y'=0$ từ đó tìm ra mối liên hệ giữa hoành độ của các điểm cực trị của đồ thị hàm số với các khoảng đơn điệu.

Trước tiên: $y'=3(m+1)x^2-6(m+1)x+2m$.

Với $m=-1 \Rightarrow y'=-2<0$ (loại).

Với $m>-1$. Khi đó hệ số $a=m+1>0$ tức là đồ thị hàm số hoặc không có cực trị, tức là luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, hoặc là đồ thị hàm số có dạng chữ N, khi đó hàm số luôn có khoảng đồng biến có độ dài lớn hơn 1 (thỏa mãn).

Với $m<-1$, thì yêu cầu của bài toán sẽ trở thành $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|\ge 1$. Lí giải điều này là do $a=m+1<0$, lúc này nếu $y'=0$ vô nghiệm thì không thỏa mãn yêu cầu đề bài, nên phương trình $y'=0$ phải luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$, tức là lúc này hàm số sẽ đồng biến trên $(x_1;x_2)$

$\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ luôn có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|\ge 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=9(m+1)^2-6m(m+1)>0\\ (x_1+x_1)^2-4x_1x_2\ge 1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(m+3)(m+1)>0\\ 3-\dfrac{8m}{3(m+1)}\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<-3\\ m\le -9\end{cases} \Leftrightarrow m\le -9.$$

STUDY TIPS

Nhiều độc giả sẽ quên trường hợp $m>-1$ và sẽ chọn C.

Kết hợp với TH2 thì $m\in(-\infty;-9]\cup(-1;+\infty)$.

Câu 5: Đáp án C.

Ta lần lượt xét từng mệnh đề một:

Ta có: $f'(x)$ đổi dấu qua x_0, tức là x_0 là điểm cực trị của hàm số, và:

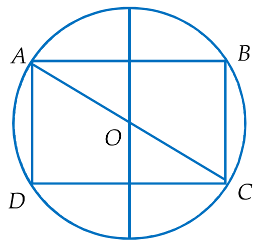
- Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)>0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0.

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

Vậy A, B đúng.

Với C ta có rõ ràng với hàm số $y=\sqrt{x^2}$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ nhưng không có đạo hàm tại $x=0$, do đó C sai.

Câu 6: Đáp án A.



Đặt $AB=x\ (0<x<2R)$. Ta có $BC=\sqrt{4R^2-x^2}$. Khi đó $S=x.\sqrt{4R^2-x^2}$.

Áp dụng bđt Cauchy cho hai số dương ta có:

$$x.\sqrt{4R^2-x^2}\le\frac{x^2+4R^2-x^2}{2}=2R^2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x=\sqrt{4R^2-x^2}\Leftrightarrow x=R\sqrt{2}$. Tức là $a=b=R\sqrt{2}$.

Câu 7: Đáp án B.

Ta có $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$

$$\lim_{x\to-2^+}\frac{x+1}{x^2+x-2}=-\infty \text{ và } \lim_{x\to1^+}\frac{x+1}{x^2+x-2}=+\infty.$$

Do đó $x=-2$ và $x=1$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C). Từ đây ta có thể loại A và D.

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{x^2+x-2}=\lim\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}=0\ \Rightarrow y=0$$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Mà $y=0$ là trục hoành của đồ thị hàm số, do đó B đúng.

STUDY TIPS

Nhiều độc giả không phân biệt được phương trình của trục tung và trục hoành dẫn đến sai, nếu không nhớ, hãy thử vẽ trục tọa độ ra khi đó bạn sẽ xác định được một cách rõ ràng phương trình của các trục tọa độ.

Câu 8: Đáp án B.

Đây chỉ là cách hỏi khác của dạng bài tìm m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Ta có $y'=\frac{-m-1}{(x-1)^2}$ để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $-m-1>0$ $\Leftrightarrow m<-1$.

Câu 9: Đáp án A.

$D=[-1;1]$, khi đó để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên tập xác định thì ta tìm các giá trị làm cho $y'=0$ và y' không xác định, sau đó so sánh các giá trị của hàm số tại các điểm đó với nhau và với điểm đầu mút để kết luận GTLN, GTNN.

$$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}-\frac{x.x}{\sqrt{1-x^2}}=0\ \Rightarrow x^2=1-x^2\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{2}\ \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

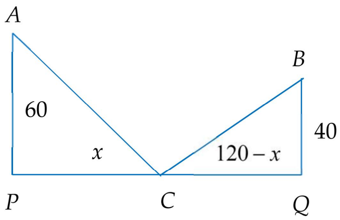
Ta có $Min\left\{f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right);f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right);f(-1);f(1)\right\}=-\frac{1}{2}$

$$Max\left\{f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right);f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right);f(-1);f(1)\right\}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow M-m=1.$$

Câu 10: Đáp án A.

Vẽ lại hình vẽ thì ta có hình vẽ đơn giản hóa như bên.

Thực chất bài toán trở thành tìm x để $AC+BC$ nhỏ nhất.



Theo định lí Pytago ta có:

$AC=\sqrt{60^2+x^2}$; $BC=\sqrt{(120-x)^2+40^2}=\sqrt{x^2-240x+16000}$

Khi đó: $f(x)=AC+BC=\sqrt{x^2+3600}+\sqrt{x^2-240x+16000}$; Ta cần tìm $\underset{(0;12)}{Min}\,f(x)$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3600}}+\dfrac{x-120}{\sqrt{x^2-240x+16000}}$, khi bấm máy tính nhẩm nghiệm bằng cách nhập vào màn hình biểu thức $f'(x)$ và ấn $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{SOLVE}}$ và chọn một số nằm trong khoảng $(0;120)$ để dò nghiệm, như tôi nhập 2 máy nhanh chóng hiện nghiệm là 72.

Bấm máy tính sử dụng nút TABLE ta nhận thấy phương trình có duy nhất một nghiệm này do $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua 72. Khi đó ta có bảng biến thiên sau:

x	0		72		120
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$		↘	Min	↗	

Vậy từ đó ta có thể kết luận $CP=72$.

Câu 11: Đáp án A.

Ta thấy tất cả các phương án đều liên quan đến cực trị, do vậy trước tiên ta xét phương trình $6x^2-6(2m+1)x+6m(m+1)=0 \Leftrightarrow x^2-(2m+1)x+m(m+1)=0$.

$\Delta=(2m+1)^2-4m(m+1)=1>0$, phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$

Với A: Ta có $|x_2-x_1|=1\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=1 \Leftrightarrow(2m+1)^2-4m(m+1)=1$ (luôn thỏa mãn). Vậy đáp án A đúng.

Câu 12: Đáp án B.

Do đề bài yêu cầu tìm tổng các nghiệm của phương trình nên:

Điều kiện: $x\neq\{0;2\}$

$$PT\Leftrightarrow\log_3\left((x-2)\left(\frac{x}{x^2-3x+3}\right)\right)^2=\log_3 1\Leftrightarrow\log_3\left|\frac{x(x-2)}{x^2-3x+3}\right|=\frac{1}{2}\log_3 1$$

$$\Leftrightarrow\left|\frac{x(x-2)}{x^2-3x+3}\right|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2x=x^2-3x+3\\2x-x^2=x^2-3x+3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right..$$

STUDY TIPS

Với bài toán này nhẩm còn nhanh hơn bấm máy tính, nên hãy rèn luyện tư duy để có thể tiết kiệm thời gian khi cần thiết.

Câu 13: Đáp án C.

Ta có thể dùng máy tính để thử từng đáp án một, tuy nhiên tôi giới thiệu cách phân tích nhẩm như sau:

$$\log_3 40=\log_3\left(2^3.5\right)=3\log_3 2+\log_3 5=3a+b.$$

Câu 14: Đáp án C.

Ta có công thức $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$ và $\left(e^u\right)'=u'.e^u$.

Khi đó áp dụng vào đây ta được:

$$\left(\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\right)'=\frac{\left(e^x-e^{-x}\right)'\left(e^x+e^{-x}\right)-\left(e^x-e^{-x}\right)\left(e^x+e^{-x}\right)'}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$$

$$=\frac{\left(e^x+e^{-x}\right)^2-\left(e^x-e^{-x}\right)^2}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}=\frac{4}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}$$

Câu 15: Đáp án C.

Ở đây có hai điều kiện để hàm số xác định, đó là điều kiện để loganepe tồn tại và điều kiện để căn thức tồn tại.

$$\begin{cases} x>0 \\ \ln x\neq -1 \\ \left[\begin{array}{l}\ln x>-1 \\ \ln x\leq -2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq e^{-1} \\ \left[\begin{array}{l}x>e^{-1} \\ x\leq e^{-2}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x\leq e^{-2} \\ x>e^{-1}\end{array}\right.$$

STUDY TIPS

Nhiều độc giả quên điều kiện $x>0$. Từ đó chọn D là sai.

Nhiều độc giả lại quên điều kiện $\ln x\neq -1$. Nên chú ý có đủ các điều kiện.

Câu 16: Đáp án A.

Ta có: $\left(\left(x^3+x\right)\ln\left(x^2+1\right)\right)'=\left(x^3+x\right)'.\ln\left(x^2+1\right)+\left(x^3+x\right).\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)'$

$$=\left(3x^2+1\right).\ln\left(x^2+1\right)+\left(x^3+x\right).\frac{2x}{x^2+1}=\left(3x^2+1\right).\ln\left(x^2+1\right)+2x^2$$

Câu 17: Đáp án D.

ĐK: $x>-2; x\neq -1$.

Ta nhận thấy có thể đưa về biến chung đó là $\log_3\left(x+2\right)$, do đó ta biến đổi như sau: $PT\Leftrightarrow \log_3\left(x+2\right)+2m.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_{(x+2)}3=16 \Leftrightarrow \log_3\left(x+2\right)+\frac{4m}{\log_3\left(x+2\right)}-16=0$

Đặt $t=\log_3\left(x+2\right)$ khi đó phương trình trở thành: $t+\frac{4m}{t}-16=0$

$\Leftrightarrow t^2-16t+4m=0$ $(*)$ (do $x+2\neq 1$ nên $t\neq 0$)

Mỗi t cho ta một nghiệm $x>-2; x\neq 1$. Hơn nữa $x>-1 \Leftrightarrow x+2>1 \Leftrightarrow t>0$. Vậy bài toán trở thành tìm m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=64-4m>0 \\ S=16>0 \\ P=4m>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<16.$$

Vậy có 15 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 18: Đáp án C.

Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một,

Ta thấy hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$. I đúng.

$y'=-e^{-x}\left(x-2\right)+e^{-x}=0 \Leftrightarrow e^{-x}\left(3-x\right)=0 \Leftrightarrow x=3$.

Ta thấy $f'\left(x\right)$ đổi dấu từ dương sang âm qua $x=3$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=3$. II sai

Đến đây ta không cần xét đến mệnh đề III nữa mà vẫn có thể kết luận được đáp án C. Do tất cả các phương án còn lại đều có II.

Câu 19: Đáp án B.

Ở bài toán này ta sẽ đi tìm nghiệm của bất phương trình theo *m*.

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_2\left(2^{x+1}+6\right)+x>m$

$\Leftrightarrow \log_2\left(2^{x+1}+6\right)+\log_2 2^x>\log_2 2^m \Leftrightarrow 2^x\left(2^{x+1}+6\right)>2^m \Leftrightarrow 2.2^{2x}+6.2^x>2^m$.

Đặt $2^x=t\left(t>1\right)$ (do $x>0$). Khi đó bất phương trình trở thành: $2.t^2+6.t>2^m$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=2t^2+6t$ trên $\left(1;+\infty\right)$ có: $f'\left(t\right)=4t+6=0\Leftrightarrow t=\frac{-6}{4}\notin\left(1;+\infty\right)$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Để bất phương trình thỏa mãn $x>0$ với mọi *m* thì $2^m<8 \Leftrightarrow m<3$.

Câu 20: Đáp án B.

ĐK: $x\neq 5$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3^{\frac{2x+2}{5-x}}\geq 3^{2(x-13)} \Leftrightarrow \frac{2x+2}{5-x}\geq 2\left(x-13\right)$

Với $x<5$ thì $\Leftrightarrow 2x+2\geq 2\left(x-13\right)\left(5-x\right)\Leftrightarrow 2x+2+2\left(x-13\right)\left(x-5\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow 2\left(x^2-18x+65\right)+2x+2\geq 0 \Leftrightarrow 2x^2-34x+132\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\geq 11\\ x\leq 6\end{array}\right.$

Kết hợp với $x<5$ thì có 4 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

Với $x>5$ thì $\Leftrightarrow 2x+2\leq 2\left(x-13\right)\left(5-x\right)\Leftrightarrow 2x^2-34x+132\leq 0\Leftrightarrow 6\leq x\leq 11$

Kết hợp với $x>5$ thì có 6 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

Kết luận: có 10 nghiệm nguyên dương thỏa mãn.

Câu 21: Đáp án A.

Do đề đã cho công thức tổng quát và có dữ kiện là sau hai tháng số tài khoản hoạt động là 108 160 người. Do đó thay vào công thức tổng quát ta sẽ tìm được *A*. Khi đó:

$A\left(1+0.04\right)^2=108160 \Leftrightarrow A=100000.$

Khi đó công việc của ta chỉ là tìm x sao cho $100000\left(1+0.04\right)^x=194790$

$\Leftrightarrow x=\log_{(1+0.04)}\frac{194790}{100000}\approx 17$ hay 1 năm 5 tháng.

Câu 22: Đáp án A.

<u>Phân tích:</u> Nhìn thoạt qua thì thấy bài toán khá là cồng kềnh, tuy nhiên đây lại là một bài toán khá là đơn giản dựa trên tính chất sau của logarit: $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ với $0<a\neq 1;0<b\neq 1$.

Vậy thực chất khi đó: $A=\log_x 2+\log_x 3+\log_x 4+...+\log_x 2016$

Đến đây ta nhớ đến tính chất sau của logarit:

$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$ với a, b, x, y thỏa mãn điều kiện tồn tại của logarit.

Vậy $A = \log_x(2.3.4...2016) = \log_x(1.2.3.4...2016) = \log_x 2016! = \log_x x = 1$

Câu 23: Đáp án D.

STUDY TIPS

Ta thấy rõ bài toán này ta không thể dùng phương pháp thử từng đáp án được vì đề bài yêu cầu phải tìm $x_1 + 2x_2$, do vậy ta phải giải từng bước một bài toán này.

Điều kiện: $x \in (0;+\infty)$

Do ở VP là logarit cơ số 2, do vậy ta sẽ biến đổi logarit ở VT về logarit cơ số 2.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\log_2{}^2 x = \log_2 x.\log_2\left(\sqrt{x+1}-1\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_2{}^2 x - \log_2 x.\log_2\left(\sqrt{x+1}-1\right) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x\left(\frac{1}{2}\log_2 x - \log_2\left(\sqrt{x+1}-1\right)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = 0\\ \log_2\sqrt{x} = \log_2\left(\sqrt{x+1}-1\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 1\\ \sqrt{x}+1 = \sqrt{x+1}\,(*)\end{array}\right.$$

$(*) \Leftrightarrow x + 1 + 2\sqrt{x} = x + 1 \Leftrightarrow x = 0$ (mà $x > 0$ loại)

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 24: Đáp án D.

<u>Phân tích:</u>

- *Với mệnh đề* A: Ta có $f(x) = F'(x) = \left(\frac{x^2+6x+1}{2x-3}\right)'$

$$= \frac{(2x+6)(2x-3) - 2\left(x^2+6x+1\right)}{(2x-3)^2} = \frac{2x^2-6x-20}{(2x-3)^2}.$$

$G'(x) = \left(\frac{x^2+10}{2x-3}\right)' = \frac{2x(2x-3) - 2\left(x^2+10\right)}{(2x-3)^2} = \frac{2x^2-6x-20}{(2x-3)^2}$. Vậy A đúng.

- *Với mệnh đề* B ta có:

$f(x) = F'(x) = \left(5 + 2\sin^2 x\right)' = 2.2.(\sin x)'.\sin x = 2.2.\cos x.\sin x = 2\sin 2x$

$G'(x) = (1 - \cos 2x)' = \left(2\sin^2 x - 1\right)' = 2.\sin 2x$.

Vậy B đúng.

- *Với mệnh đề* C:

$f(x) = (G(x))' = \left(\sqrt{x^2-2x+2}\right)' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+2}}$. Đây là mệnh đề đúng.

Vậy ta chọn D.

Câu 25: Đáp án A.

Ta có $f(x)$ là nguyên hàm của hàm số $g(x)$, tức là $f'(x) = g(x)$,

Với I: $f'(x) = \left(\tan^2 x + 2\right)' = 2.\tan x$.

Với II: $f'(x) = \left(\frac{2}{\cos^2 x}\right)' = 2\left(1 + \tan^2 x\right)' = 2.2.\tan x = 4\tan x$.

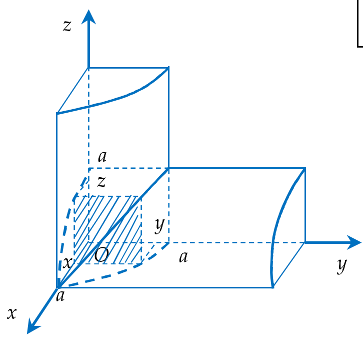
Với III: $f'(x) = \left(\tan^2 + 1\right)' = 2\tan x$.

Câu 26: Đáp án A.

Đây là bài toán khá trừu tượng và khó tưởng tượng, có thể coi đây là bài toán đạt điểm tuyệt đối trong đề này, trước khi làm bài toán này tôi xin cung cấp cho quý độc giả một kiến thức đã học ở phần II, Bài 3, chương III (trang 117) sách giáo khoa giải tích cơ bản như sau:

Ta thừa nhận công thức: $V=\int_a^b S(x)dx \quad (*)$

Trong đó $S(x)$ là diện tích của thiết diện của vật thể V. Thiết diện này vuông góc với trục Ox tại $x\in[a;b]$ với a, b là các cận ứng với hai mặt phẳng song song và vuông góc với trục Ox, giới hạn vật thể V.



Việc nắm vững công thức $(*)$ giúp quý độc giả có thể tích được thể tích của vật thể mà đề bài đã yêu cầu, cụ thể như sau:

Ta sẽ gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào vật thể này, tức là ta sẽ đi tính thể tích vật thể V giới hạn bởi hai mặt trụ: $x^2+y^2=a^2$ và $x^2+z^2=a^2$ $(a>0)$.

Hình vẽ bên mô tả một phần tám thứ nhất của vật thể này, với mỗi $x\in[0;a]$, thiết diện của vật thể (vuông góc với trục Ox) tại x là một hình vuông có cạnh $y=\sqrt{a^2-x^2}$ (chính là phần gạch chéo tỏng hình vẽ).

Do đó diện tích thiết diện sẽ là: $S(x)=\sqrt{a^2-x^2}.\sqrt{a^2-x^2}=a^2-x^2 \quad x\in[0;a]$.

Khi đó áp dụng công thức $(*)$ thì thể tích vật thể cần tìm sẽ bằng:

$$V=8\int_0^a S(x)dx=8\int_0^a\left(a^2-x^2\right)dx=8\left(a^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^a=\frac{16a^3}{3}.$$

Câu 27: Đáp án A.

Do diện tích hình phẳng đã được thể hiện rõ trên hình nên ta đã xác định được cận rõ ràng, do vậy ta xác định được: Đây là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4-|x|$ và parabol $y=\frac{x^2}{2}$.

$$S=\int_0^2\left(4-x-\frac{x^2}{2}\right)dx+\int_{-2}^0\left(4+x-\frac{x^2}{2}\right)dx$$

$$=\left(4x-\frac{x^2}{2}-\frac{1}{6}x^3\right)\Bigg|_0^2+\left(4x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6}\right)\Bigg|_{-2}^0=\frac{14}{3}+\frac{14}{3}=\frac{28}{3}.$$

Câu 28: Đáp án B.

Ta có diện tích hình phẳng được tính bằng công thức:

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan x dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{\cos x}dx=-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos x}.d(\cos x)=-\ln|\cos x|\Bigg|_0^{\frac{\pi}{3}}=-\ln\left|\cos\frac{\pi}{3}\right|+\ln|\cos 0|$$

$$=-\ln\frac{1}{2}=\ln 2$$

Thể tích vật thể tròn xoay được tính bởi công thức:

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^2 xdx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)dx=\pi(\tan x-x)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$=\pi\left(\tan\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}-\tan 0+0\right)=\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right).$$

Câu 29: Đáp án C.

Ta sẽ tìm tích phân đó theo m từ đó tính m như sau

$$\int_0^{\ln m}\frac{e^x}{e^x-2}dx=\int_0^{\ln m}\frac{d\left(e^x-2\right)}{e^x-2}=\ln\left|e^x-2\right|\Big|_0^{\ln m}=\ln\left|e^{\ln m}-2\right|-\ln\left|e^0-2\right|$$

$$=\ln\left|m-2\right|-\ln 1=\ln\left|m-2\right|$$

Khi đó $\ln\left|m-2\right|=\ln 2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2=2\\2-m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=0\end{array}\right.$

STUDY TIPS

Chú ý nhiều độc giả quên điều kiện của $\ln m$ xác định tức là $m>0$ nên không loại $m=0$ và chọn A là sai. Đáp án phải là C

Câu 30: Đáp án C.

Theo định nghĩa sách giáo khoa ta có:

Gỉa sử số phức $z=a+bi$ được biểu diễn bởi điểm $M\left(a;b\right)$ trên mặt phẳng tọa độ.

Độ dài vecto $\overline{OM}$ được gọi là mô đun của số phức z và kí hiệu là $\left|z\right|$. Vậy $\left|z\right|=\left|\overline{OM}\right|=\sqrt{a^2+b^2}$

Từ đây ta suy ra A, B đúng. Vậy đáp án là C.

Câu 31: Đáp án A.

Cách 1: Sử dụng máy tính *fx-570 VN PLUS*.

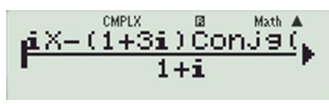
Nhập biểu thức trên vào, lưu ý:

+ Để biểu diễn mô đun số phức ta nhập SHIFT Abs

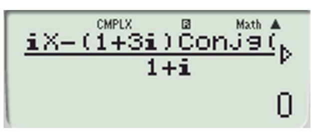
+ Để biểu diễn $\overline{z}$ trên máy tính cầm tay ta ấn SHIFT 2 (CMPLX) máy sẽ hiện như hình bên.

Chọn 2: Conjg là biểu diễn số phức liên hợp của số phức.

Vậy biểu diễn biểu thức như sau:



Sau đó CALC rồi nhập từng giá trị vào: Thử vào ta được A là đáp án do kết quả bằng 0, máy hiện như hình bên.



Cách 2: Nhận thấy ở đây mẫu số đang ở dạng số phức, do đó chúng ta sẽ vẫn liên hợp để bài toán trở nên đơn giản hơn.

Gọi $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Ta có: $\frac{iz-\left(1+3i\right)\overline{z}}{1+i}=\left|z\right|^2\Leftrightarrow\frac{-a-4b+\left(b-2a\right)i}{1+i}=a^2+b^2$

$$\Leftrightarrow\frac{\left[-a-4b+\left(b-2a\right)i\right]\left(1-i\right)}{2}=a^2+b^2\Leftrightarrow-3a-3b+\left(5b-a\right)i=2\left(a^2+b^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5b-a=0\\-3a-3b=2\left(a^2+b^2\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5b\\26b^2+9b=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=0\\\begin{cases}a=-\frac{45}{26}\\b=\frac{-9}{26}\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy ta chọn A.

STUDY TIPS

Vì z đang còn rất phức tạp, đặc biệt là dưới mẫu do đó chúng ta nghĩ ra việc làm đơn giản nó về dạng chuẩn $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$, sau đó tìm được $\overline{z}$ và thay vào biểu thức $z.\overline{z}$.

Câu 32: Đáp án A.

Ta có: $z=\frac{i-m}{1-m\left(m-2i\right)}=\frac{\left(1-m\right)\left(1-m^2-2mi\right)}{\left(1-m^2\right)^2+4m^2}$

$$=\frac{-m\left(1-m^2\right)+2m+i\left(1-m^2+2m^2\right)}{\left(1+m^2\right)^2}=\frac{m\left(1+m^2\right)+i\left(1+m^2\right)}{\left(1+m^2\right)^2}$$

$=\frac{m}{1+m^2}+\frac{i}{1+m^2} \Rightarrow \bar{z}=\frac{m}{1+m^2}-\frac{i}{1+m^2}$

Như vậy: $z.\bar{z}=\frac{2-m}{2} \Rightarrow \frac{m^2+1}{\left(m^2+1\right)^2}=-\frac{1}{2}(m-2)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{m^2+1}=-\frac{1}{2}(m-2) \Leftrightarrow m^3-2m^2+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$

Câu 33: Đáp án B.

Cách 1: Ta có thể từ các điểm biểu diễn mà suy ra được số phức z như sau:

Phương án A là $z=i$

Phương án B là $z=1+i$

Phương án C là $z=-1-i$

Phương án D là $z=-i$

Vậy tương tự như **Câu 31**, ta sẽ nhập biểu thức và CALC để chọn đáp án. Từ đó ta cũng chọn được B

Cách 2: Cách làm thông thường:

Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$. Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$a+bi-\frac{a-bi}{1+3i}=\frac{6+7i}{5} \Leftrightarrow a+bi-\frac{(a-bi)(1-3i)}{10}=\frac{6+7i}{5}$

$\Leftrightarrow 10a+10bi-a+3b+i(b+3a)=12+14i \Leftrightarrow 9a+3b+i(11b+3a)=12+14i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a+3b=12 \\ 11b+3a=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow z=1+i$.

Câu 34: Đáp án A.

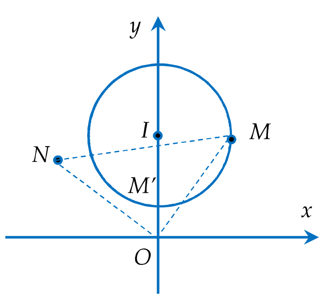
Bài toán này, thực chất là dựa trên kiến thức "Biểu diễn hình học số phức". Ta thấy nếu đặt $z_1=x_1+y_1i\ \ (x_1;y_1\in\mathbb{R})$.

Khi đó điểm $M(x_1;y_1)$ là điểm biểu diễn số phức z_1 thỏa mãn:

$\left|i(x_1+y_1i)+\sqrt{2}\right|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left|ix_1-y_1+\sqrt{2}\right|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x_1{}^2+\left(y_1-\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn z_1 là đường trong (C) có tâm $I\left(0;\sqrt{2}\right)$ và bán kính $R=\frac{1}{2}$.

Khi đó nếu N là điểm biểu diễn của số phức z_2 thì việc tìm GTNN của $|z_1-z_2|$ là việc tìm GTNN của MN.



Theo đề thì $z_2=iz_1=-y_1+x_1i \Rightarrow N(-y_1;x_1)$ là điểm biểu diễn z_2.

Ta nhận thấy rõ ràng $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=-x_1y_1+x_1y_1=0 \Rightarrow OM\perp ON$.

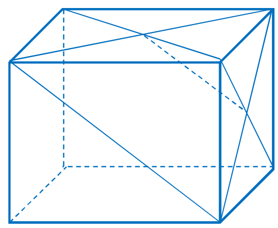
Dễ nhận thấy: $OM=ON=\sqrt{x_1{}^2+y_1{}^2}$

Ta có hình vẽ bên.

Do OMN là tam giác vuông cân tại O nên $MN=OM\sqrt{2}$, do đó để MN nhỏ nhất thì OM nhỏ nhất. Dễ thấy, OM nhỏ nhất khi $M\equiv M'$ (M' là giao điểm của OI với đường tròn như hình vẽ) Tức là $M\left(0;\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)$.

Khi đó $MN=OM\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)\sqrt{2}=2-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 35: Đáp án D.



Ta có hình vẽ bên để quý độc giả có thể hình dung rõ hơn.

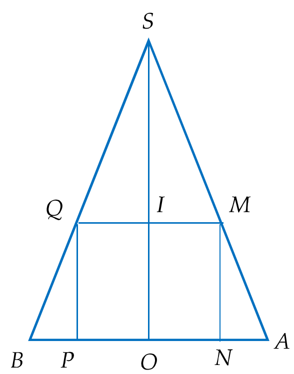
Ta nhận thấy: khi nhìn vào hình vẽ thì rõ ràng đường nối tâm chính là đường trung bình của tam giác có đáy là đường chéo của mặt bên như trong hình vẽ. Do vậy độ dài đường chéo chính bằng hai lần độ dài của đường nối tâm đã cho, tức là $6\sqrt{2}$. Mặt khác độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}$ lần độ dài của cạnh hình lập phương, do đó độ dài cạnh hình lập phương có độ dài: 6.

Khi đó $V = 6^3 = 216$.

Câu 36: Đáp án A.

Ta có: $V_{ABCD} = V_{MABC} + V_{MABD} = \frac{1}{3}\left(d_1 + d_2\right).21 = 126 \Rightarrow \left(d_1 + d_2\right) = 18$.

Câu 37: Đáp án B.



Ta thấy khi quay quanh trục SO sẽ tạo nên một khối trụ nằm trong khối chóp. Khi đó thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $MNPQ$. Ta có hình sau:

Ta có $SO = h$; $OA = R$. Khi đó đặt $OI = MN = x$.

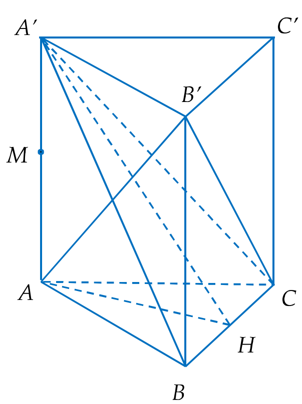
Theo định lí Thales ta có: $\frac{IM}{OA} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow IM = \frac{OA.SI}{SO} = \frac{R.\left(h-x\right)}{h}$.

Thể tích khối trụ $V = \pi IM^2.IH = \frac{\pi R^2}{h^2}.x\left(h-x\right)^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $2x\left(h-x\right)^2 \le \left[\frac{2x+2\left(h-x\right)}{3}\right]^3$

Vậy $V \le \frac{4\pi R^2 h}{27}$. Dấu $"="$ xảy ra khi $x = \frac{h}{3}$. Hay $MN = \frac{h}{3}$.

Câu 38: Đáp án B.



Theo như đề bài dữ kiện thì ta có thể dễ dàng tính được thể tích của khối lăng trụ tam giác đều ban đầu, từ đó suy ra thể tích của khối tứ diện $AB'BC$. Để tính được khoảng cách từ B đến $\left(AB'C\right)$ thực chất là tìm chiều cao của tứ diện, đến đây bài toán sẽ được giải quyết nếu quý độc giả tìm được diện tích tam giác $AB'C$.

Vì đề bài cho dữ kiện $\widehat{\left(\left(A'BC\right),\left(ABC\right)\right)} = 60°$, nên ta sẽ đi xác định góc này bằng cách gọi H là trung điểm của BC. Tam giác ABC đều nên $AH \perp BC$ $\left(1\right)$.

$A'A \perp \left(ABC\right) \Rightarrow A'A \perp BC$ $\left(2\right)$.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ $\Rightarrow BC \perp A'H$

$\Rightarrow \widehat{\left(\left(A'BC\right),\left(ABC\right)\right)} = \widehat{A'HA} = 60° \Rightarrow A'A = AH.\tan 60° = \frac{3a}{2}$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = A'A.S_{ABC} = \frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

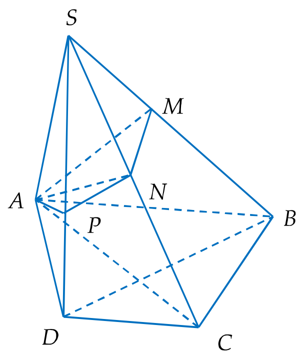
Và $V_{B'ABC} = \frac{1}{3}V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ lúc này ta có thể loại C và D.

Dễ thấy diện tích tam giác $AB'C$ có thể tích được do $B'AC$ cân tại B' có:

$B'A = B'C = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$; $AC = a$.

Dễ tính được chiều cao kẻ từ B' của tam giác có độ dài là $a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow S_{ACB'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d\left(B;\left(AB'C\right)\right) = \frac{3V_{B'ABC}}{S_{AB'C}} = \frac{3a}{4}.$$



STUDY TIPS

Nhiều độc giả theo thói quen đã đi tìm bán kính chứ không phải đường kính dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 39: Đáp án C.

Nhận xét hình thang $ABCD$ cân và $AB = 2AD = 2BC = 2CD = 2a$ nên $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 90°$.

Mặt phẳng qua A vuông góc với SB tại M nên $\widehat{AMB} = 90°$. Ta có $BC \perp AC$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAC)$.

Do đó $AN \perp BC$ và $AN \perp SB$ nên $AN \perp (SBC) \Rightarrow AN \perp BN$, hay $\widehat{ANB} = 90°$.

Ta cũng có $AP \perp SB$ và $AP \perp BD$ nên $AP \perp (SBD) \Rightarrow AP \perp BP$, hay $\widehat{APB} = 90°$.

Ta thấy các điểm C, D, M, N, P đều nhìn AB dưới một góc vuông. Nếu đã nắm chắc được lời giải ở các đề trước thì ở đề này, không khó để quý độc giả nhận ra AB chính là đường kính của khối cầu. do vậy $d = AB = 2a$.

Câu 40: Đáp án A.

Hình chóp $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $AB = SA = a$, nên khối nón ngoại tiếp hình chóp có bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $SO = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $V_{non} = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 41: Đáp án C.

Hình trụ ngoại tiếp hình lập phương đã cho có bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao bằng $a \Rightarrow V_{tru} = \pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 42: Đáp án A.

Giả sử bán kính của mỗi quả bóng bàn là r thì khi đó hộp đựng bóng bàn sẽ có kích thước $2r \times 2r \times 6r$. Khi đó tổng thể tích của ba quả bóng bàn sẽ là $3.\frac{4}{3}.\pi.r^3 = 4\pi r^3$.

Thể tích của hộp sẽ là $2r.2r.6r = 24r^3$.

Vậy phần không gian còn trống trong hộp sẽ là: $V_1 = 24r^3 - 4\pi r^3$ sẽ chiếm:

$$\frac{24r^3 - 4\pi r^3}{24r^3}.100\% \approx 47,64\%$$

Câu 43: Đáp án A.

Ta có thể tích phần nước dâng lên chính bằng thể tích của viên bi ném vào.

Do vậy ta có thể tích nước ban đầu: $V_1 = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right)$

Khi đó thể tích nước sau khi ném viên bi vào thể tích sẽ là:

$$V_2 = V_1 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right) + \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ (1)}$$

Theo đề bài ta có: *"Bỏ vào trong chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi."*

Do vậy thể tích sau khi bỏ viên bi vào được tính bằng công thức:

$$V_2=\pi.(2r)^2\left(R-\frac{2r}{3}\right)\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình:

$$\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)+\frac{4}{3}\pi r^3=4\pi r^2\left(R-\frac{2r}{3}\right)\Leftrightarrow 4r^3-4Rr^2+h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=0.$$

Khi đó thay các giá trị mà đề đã cho vào phương trình bấm máy tính giải ta được $r\approx 1.01945$ (chọn A). Bấm máy tính ta thấy có 2 nghiệm, tuy nhiên việc bán kính của viên bi xấp xỉ bằng chậu nước là điều vô lí (≈ 9.90486).

Câu 44: Đáp án B.

Ta có đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) đã cho phương trình do đó vtcp của đường thẳng cần tìm cùng phương với vtpt của mặt phẳng. Khi đó kết hợp với dữ kiện đường thẳng đi qua $A(1;4;-7)$ thì ta được phương trình:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-2}\Leftrightarrow x-1=\frac{y-4}{2}=\frac{-z-7}{2}.$$

STUDY TIPS

Ta không có công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng do vậy ta sẽ tham số hóa tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm I lên đường thẳng d, từ đó tính khoảng cách giữa hai điểm I và H.

Câu 45: Đáp án A.

Do chỉ có một phương trình nên ta sẽ viết phương trình tham số của đường thẳng d từ đó ta có phương trình một biến.

Ta có $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-t\\z=2-t\end{cases}\Rightarrow H(t;-1-t;2-t)\Rightarrow\overrightarrow{IH}=(t-1;-t-4;-t-3).$

Do $IH\perp d$ nên ta có phương trình: $t-1+t+4+t+3=0\Leftrightarrow t=-2$.

Khi đó $\overrightarrow{IH}=(-2;-3;-1)\Rightarrow IH=\sqrt{(-2)^2+(-3)^2+(-1)^2}=\sqrt{14}$

STUDY TIPS

Nhiều độc giả đi làm lần lượt đó là viết phương trình mặt phẳng (β) ra rồi bắt đầu tính, tuy nhiên đó là cách làm lòng vòng, nên chú ý để có được cách làm nhanh nhất khi làm trắc nghiệm.

Câu 46: Đáp án B.

Do $(\beta)\parallel(\alpha)$ nên khoảng cách từ (β) đến (α) bằng khoảng cách từ một điểm trên (β) đến (α). Mà (β) chứa đường thẳng d do đó $M(2;8;4)\in d\Rightarrow M\in(\beta)$.

Do đó $d=\dfrac{|3.2-2.8-4+5|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 47: Đáp án A.

Trước tiên ta đi tìm tọa độ trực tâm $H(x,y,z)$ của tam giác ABC. Khi đó ta sẽ lập hệ phương trình ba ẩn với ba dữ kiện sau:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AH}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x+3y-z=-5\\2x+4y-2z=4\\2x+4y+10z=16\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{17}{5};-\frac{1}{5};1\right).$$

Do $\Delta=(P)\cap(Q)$ nên $\Delta\begin{cases}x+2y+z-3=0\\2x-y-z+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-3}{5}.$

Giao tuyến Δ đi qua $M(0;0;3)$ và có vtcp $\vec{u}=(1;-3;5)$.

(α) qua $H\left(\frac{17}{5};-\frac{1}{5};1\right)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{MH}\right]=(7;19;10)$

$\Rightarrow(\alpha):7x+19y+10z-30=0$.

Câu 48: Đáp án C.

Cách 1: Làm thông thường: Với đề bài dạng này cho khá nhiều dữ kiện thì ta sẽ chọn phương pháp đặt vtpt của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(a;b;c)$, $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ là VTPT của (P). Khi đó $(P): a(x-4)+b(y-3)+c(z-4)=0$

Vì $(P)\parallel\Delta$ nên $\vec{n}_P\perp\vec{u}_\Delta$. Suy ra $-3a+2b+2c=0\Leftrightarrow a=\frac{2b+2c}{3}$ (1)

Theo đề ta có (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\frac{|-3a-b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $(b+c)^2=\left(\frac{2b+2c}{3}\right)^2+b^2+c^2\Leftrightarrow 2b^2-5bc+2c^2=0$ (3)

$\Leftrightarrow(2b-c)(b-2c)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=\frac{c}{2}\\ b=2c\end{array}\right.$

- Với $b=2c$, chọn $b=2,c=1\Rightarrow c=2$.

Khi đó $(P): 2x+2y+z-18=0$ (không thỏa mãn vì chứa Δ)

STUDY TIPS
Nhiều độc giả không loại trường hợp trên nên dẫn đến chọn B.

- Với $b=\frac{c}{2}$, chọn $c=2\Rightarrow b=1$.

$(P)=2x+y+2z-19=0$ (thỏa mãn).

Cách 2: Thử từng đáp án một.

Câu 49: Đáp án C.

Ta lần lượt đi phân tích từng bước một.

Ở bước 1: Ta thấy tất cả các tọa độ đều được tính đúng.

Bước 2: Ta thấy biểu thức tính tích có hướng đúng, ta có thể kiểm tra việc này bằng cách bấm máy tính tôi đã giới thiệu ở các đề trước.

Với biểu thức tính tích hỗn tạp ta kiểm tra lại như sau:

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-3.1+0.10+(m+2).1=m-1\neq m+5$. Do đó bước 2 sai, chọn C.

Câu 50: Đáp án B.

Ta có gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ khi đó:

$$IA=IB=IC=ID=R\Leftrightarrow\begin{cases}(a-2)^2+b^2+c^2=R^2\\ a^2+(b-2)^2+c^2=R^2\\ a^2+b^2+(c-2)^2=R^2\\ (a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=R^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-4a+4=-4b+4\\ -4b+4=-4c+4\\ (a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=(a-2)^2+b^2+c^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b=c\\ 3(a-2)^2=(a-2)^2+2a^2\end{cases}$$

$\Leftrightarrow a=b=c=1$. Khi đó $R=\sqrt{3(1-2)^2}=\sqrt{3}$.