

ĐỀ ÔN LUYỆN SỐ 1

Câu 1: Kết luận nào sau đây là không đúng về đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)?

A. Đồ thị hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.

B. Đồ thị hàm số bậc ba nhận điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ làm tâm đối xứng.

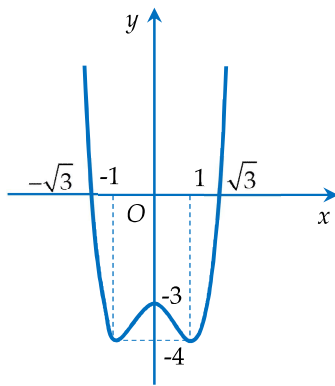
C. Nếu phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số bậc ba có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số bậc ba không có điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.

Câu 2: Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ đồng biến trên:

- A. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.
 C. \mathbb{R} . D. $(-1; 1)$.

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ như hình vẽ bên. Từ đồ thị suy ra được số nghiệm của phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = m$ với $m \in (3; 4)$ là:



- A. 3 B. 2 C. 4 D. 6

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x+3}$ (C). Tìm tất cả các điểm trên đồ thị hàm số (C) có tổng khoảng cách đến 2 đường tiệm cận là nhỏ nhất.

- A. $\begin{bmatrix} M(-1; 0) \\ M(-2; 1) \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} M(-1; 0) \\ M(1; \frac{2}{5}) \end{bmatrix}$
 C. $M(-1; 0)$ D. $M(-2; 1)$

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) thì phương trình của đồ thị hàm số (C') đối xứng với (C) qua gốc tọa độ O là:

- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$ B. $y = \frac{2-x}{x+1}$
 C. $y = \frac{x+2}{x+1}$ D. $y = \frac{x-1}{x+2}$

Câu 6: Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$ thì b và c thỏa mãn điều kiện nào?

- A. $b \geq 0$ và $c = -1$ B. $b < 0$ và $c = -1$
 C. $b \geq 0$ và $c > 0$ D. $b > 0$ và c tùy ý.

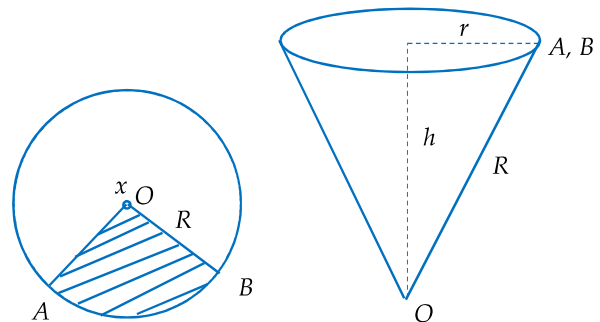
Câu 7: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = x + m$ đi qua trung điểm của đoạn nối 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 8: Gọi M và m lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ trên tập xác định. Khi đó $M - m$ bằng:

- A. 1 B. 2
 C. 3 D. đáp số khác.

Câu 9: Huyền có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Huyền muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 10: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$ cắt:

- A. đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm.
 B. đường thẳng $y = -4$ tại hai điểm.

C. đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ tại ba điểm.

D. trục hoành tại một điểm.

Câu 11: Tìm số mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau:

(1) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực đại của hàm số.

(2) Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) của hàm số còn được gọi là cực đại (cực tiểu) và được gọi chung là cực trị của hàm số.

(3) Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc 3, nếu hàm số có cực trị thì đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

(4) Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc 3, nếu đồ thị hàm số cắt trục Ox tại duy nhất một điểm thì hàm số không có giá trị cực trị.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 12: Giải phương trình $\log_x(x^2 + 3x + 5) = 2$.

- A. $x = \frac{5}{3}$ B. phương trình VN.
 C. $x = \frac{-3}{5}$ D. $x = \frac{-5}{3}$

Câu 13: Giá trị của $\log_{a^3} a$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

Câu 14: Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, trong đó $(c-b) \neq 1$ và $(c+b) \neq 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2(\log_{c+b} a) \cdot (\log_{c-b} a)$
 B. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -2(\log_{c+b} a) \cdot (\log_{c-b} a)$
 C. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = (\log_{c+b} a) \cdot (\log_{c-b} a)$
 D. $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = -(\log_{c+b} a) \cdot (\log_{c-b} a)$

Câu 15: Tập xác định của hàm số:

$$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1}$$
 là:

- A. $D = \left[3; \frac{10}{3}\right)$ B. $D = \left(3; \frac{10}{3}\right]$
 C. $D = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$ D. $D = (3; +\infty)$

Câu 16: Một học sinh giải bài toán: “Biết $\log_{27} 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ ” lần lượt như sau:

I. Ta có $a = \log_{27} 5 = \log_{3^3} 5 = \frac{1}{3} \log_3 5$. Suy ra

$$\log_3 5 = 3a \text{ nên } \log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = 3ac.$$

II. Tương tự, $b = \log_8 7 = \log_{2^3} 7 = \frac{1}{3} \log_2 7$

$$\Rightarrow \log_2 7 = 3b.$$

III. Từ đó: $\log_6 35 = \log_6 2 \cdot \log_2(5 \cdot 7)$

$$= \frac{1}{\log_2 6} (\log_2 5 + \log_2 7) = \frac{3ac + 3b}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3ac + 3b}{1 + c}$$

Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Lời giải trên sai từ giai đoạn I.
 B. Lời giải trên sai từ giai đoạn II.
 C. Lời giải trên sai từ giai đoạn III.
 D. Lời giải trên đúng.

Câu 17: Đạo hàm của hàm số:

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$
 là:

- A. $f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
 C. $f'(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ D. $f'(x) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{2(x + \sqrt{x^2 + 1})}$

Câu 18: Gọi $T = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x}}$,

với a, b, c, d, x thích hợp để biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $T = \log_{abcd} x$
 B. $T = \log_x abcd$
 C. $T = \frac{1}{\log_x abcd}$
 D. $T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d}$

Câu 19: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2 - 7x + 5} = 1$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 20: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\log x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$
 B. $\log_3 x \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$

C. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$

D. $\log_{\frac{1}{3}} a = \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a = b > 0$

Câu 21: Biết thể tích khí CO_2 trên thế giới năm 1998 là $V(m^3)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $m\%$ so với năm liền trước, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$ so với năm liền trước. Tính thể tích CO_2 năm 2016?

A. $V_{2016} = V \cdot \frac{((100+m)(100+n))^{10}}{10^{20}} (m^3)$

B. $V_{2016} = V \cdot \frac{(100+m)^{10} \cdot (100+n)^8}{10^{36}} (m^3)$

C. $V_{2016} = V + V \cdot (1+m+n)^{18} (m^3)$

D. $V_{2016} = V \cdot (1+m+n)^{18} (m^3)$

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số:

$$y = \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} \text{ là:}$$

A. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$

B. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$

C. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x + \ln|x| + C$

D. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x - \frac{1}{x} + C$

Câu 23: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và a, b là tham số. Ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150 m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100 m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. $8400 m^3$ B. $2200 m^3$ C. $600 m^3$ D. $4200 m^3$

Câu 24: Mệnh đề nào là **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_1^0 (x^2 - x^3) dx$

B. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_0^2 (x^3 - x^2) dx + \int_2^1 (x^3 - x^2) dx$

C. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_0^2 (x^3 - x^2) dx - \int_2^1 (x^3 - x^2) dx$

D. $\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 x^2 dx$

Câu 25: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{8 + \cos x} dx$. Đặt

$u = 8 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây là đúng?

A. $I = 2 \int_8^9 \sqrt{u} du$ B. $I = \frac{1}{2} \int_9^8 \sqrt{u} du$

C. $I = \int_9^8 \sqrt{u} du$ D. $I = \int_8^9 \sqrt{u} du$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, trục tung và tiếp tuyến tại điểm có tọa độ thỏa mãn $y'' = 0$ được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $\int_0^2 (-x^3 + 6x^2 - 12x + 8) dx$

B. $\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) dx$

C. $\int_0^3 (-x^3 + 6x^2 - 10x + 5) dx$

D. $\int_0^3 (x^3 - 6x^2 + 10x - 5) dx$

Câu 27: Thể tích vật thể tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$; $x=0$; $y=0$ khi quay quanh trục Ox không được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $\pi \int_0^1 (1-x^2)^2 dx$ B. $\pi \int_0^1 (1-x^2) dx$

C. $\pi \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$ D. $\frac{2\pi}{3}$

Câu 28: Tìm phần thực, phần ảo của số phức sau:

$$z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i} ?$$

A. phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = -4i$

B. phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = -4$

C. phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = 4i$

D. phần thực: $a = 2$; phần ảo: $b = 4$.

Câu 29: Cho $a; b \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào **sai** trong những mệnh đề sau?

A. Hiệu của một số phức và số phức liên hợp của nó là một số thuần ảo.

B. Tích của một số phức và số phức liên hợp của nó là một số ảo.

C. Điểm $M(a, b)$ trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$.

D. Mô đun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 30: Xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $\frac{1}{z}$ là số thuần ảo?

- A. trục hoành
- B. trục tung
- C. trục tung bỏ điểm O.
- D. trục hoành bỏ điểm O.

Câu 31: Giải phương trình sau $z^2 + 2iz + 15 = 0$. Khi đó tập nghiệm S của phương trình là:

- A. $S = \{1 + 3i; 2 - 5i\}$
- B. $S = \{-3i; 5i\}$
- C. $S = \{3; -5i\}$
- D. $S = \{2 + 3i; 1 - 5i\}$

Câu 32: Xác định tập hợp các điểm trong hệ tọa độ vuông góc biểu diễn số phức $z = x + iy; (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z| = 2$?

- A. Đường tròn $x^2 + y^2 = 4$
- B. Đường thẳng $y = 2$
- C. Đường thẳng $x = 2$
- D. Hai đường thẳng $x = 2$ và $y = 2$

Câu 33: Cho các điểm A, B, C và A', B', C' theo thứ tự biểu diễn các số phức:

$$1 - i; 2 + 3i; 3 + i \text{ và } 3i; 3 - 2i; 3 + 2i.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ đồng dạng.
- B. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.
- C. Trung điểm M của AB đối xứng với trung điểm N của $A'B'$ qua gốc tọa độ.
- D. Độ dài cạnh BC bằng độ dài cạnh $A'B'$.

Câu 34: Cho số phức $z_1 = 3 + 2i; z_2 = 5 + 6i$. Tính $A = z_1 z_2 + 5z_1 + 6z_2$?

- A. $A = 48 + 74i$
- B. $A = 18 + 54i$
- C. $A = -42 - 18i$
- D. $42 + 18i$

Câu 35: Mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của bao nhiêu cạnh?

- A. 3
- B. 5
- C. 8
- D. 4

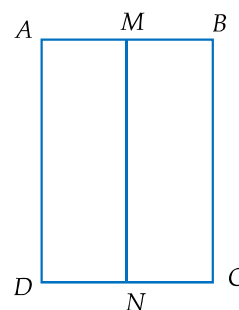
Câu 36: Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $V = 6V_1$
- B. $V = 4V_1$
- C. $V = 3V_1$
- D. $V = 2V_1$

Câu 37: Cho mặt phẳng (P) chứa hình vuông $ABCD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại A , lấy điểm M . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) tại C lấy điểm N (N cùng phía với M so với mặt phẳng (P)). Gọi I là trung điểm của MN . Thể tích của tứ diện $MNBD$ luôn có thể tính được bằng công thức nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{IBD}$
- B. $V = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{BDN}$
- C. $V = \frac{1}{3} \cdot BD \cdot S_{BMN}$
- D. $V = \frac{1}{3} \cdot BD \cdot S_{MBD}$

Câu 38: Cho hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính thể tích hình trụ thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN ? Biết $AB = a; BC = b$.



- A. $V = \frac{a^2 b}{4} \pi$ đvtt
- B. $V = a^2 b \pi$ đvtt
- C. $V = \frac{a^2 b}{12} \pi$ đvtt
- D. $V = \frac{a^2 b}{3} \pi$ đvtt

Câu 39: Cho mặt cầu tâm O , bán kính $R = 13$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu sao cho giao tuyến là đường tròn đi qua ba điểm A, B, C mà $AB = 6; BC = 8; CA = 10$. Tính khoảng cách từ O đến (P) ?

- A. 10
- B. 12
- C. 13
- D. 11

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 2a, AB = a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.AMD$?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 41: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 2. Tính diện tích xung quanh của hình nón?

- A. $2\pi\sqrt{2}$ đvdt B. 2π đvdt
C. $4\pi\sqrt{2}$ đvdt D. 4π đvdt

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;3); B(2;6;5)$ và tọa độ trọng tâm $G(-1;2;5)$. Tìm tọa độ điểm C .

- A. $C(-6;-1;7)$ B. $C(6;1;7)$
C. $C\left(\frac{-10}{3}; \frac{-19}{3}; \frac{-19}{3}\right)$ D. $C\left(\frac{10}{3}; \frac{19}{3}; \frac{19}{3}\right)$

Câu 43: Cho điểm $I(1;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x+y+2z+3=0$ với thiết diện là hình tròn có đường kính bằng 2.

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$
B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 24$
C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$
D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 23$

Câu 44: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 2x-3y+z+5=0$.

- A. $(\alpha): 2x-3y+z+11=0$
B. $(\alpha): 4x-6y+2z-22=0$
C. $(\alpha): -2x+3y+z-11=0$
D. $(\alpha): 4x-6y+2z+22=0$

Câu 45: Cho mặt phẳng (α) có phương trình $3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Gọi M là giao điểm của

đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) đi qua M và vuông góc với đường thẳng D có phương trình là:

- A. $(\beta): 4x+3y+z+2=0$
B. $(\beta): -4x+3y+z+2=0$
C. $(\beta): 4x-3y+z-2=0$
D. $(\beta): 4x+3y+z-2=0$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(-2;6;3)$, $B(1;0;6)$, $C(0;2;1)$, $D(1;4;0)$. Tính chiều cao AH của tứ diện $ABCD$?

- A. $d = \frac{36}{\sqrt{76}}$ B. $d = \frac{24}{\sqrt{29}}$
C. $d = \frac{36}{\sqrt{29}}$ D. $d = \frac{29}{24}$

Câu 47: Xét vị trí tương đối của cặp đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -2 + t' \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$$

luyện hai đường thẳng này:

- A. Chéo nhau. B. Trùng nhau.
C. Song song. D. Cắt nhau.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;3); B(2;3;5); C(-1;2;6)$. Xác định điểm M sao cho $\overline{MA} + 2\overline{MB} - 2\overline{MC} = 0$.

- A. $M(7;3;1)$ B. $M(-7;-3;-1)$
C. $M(7;-3;1)$ D. $M(7;-3;-1)$

Câu 49: Cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z+5=0$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+6z+m=0$. (S) và (P) giao nhau khi:

- A. $m > 9$ hoặc $m < -5$ B. $-5 \leq m \leq 9$
C. $2 \leq m \leq 3$ D. $m > 3$ hoặc $m < 2$

Câu 50: Tìm m để phương trình:

$$x^2+y^2+z^2-2(m-1)x+2(2m-3)y+2(2m+1)z+11-m=0$$

là phương trình một mặt cầu?

- A. $m < 0$ hoặc $m > 1$ B. $0 < m < 1$
C. $m < -1$ hoặc $m > 2$ D. $-1 < m < 2$

ĐÁP ÁN

1D	2A	3D	4A	5B	6A	7A	8A	9A	10C
11B	12B	13B	14A	15B	16D	17B	18B	19C	20C
21B	22A	23A	24C	25D	26A	27A	28B	29B	30C
31B	32A	33B	34A	35D	36A	37A	38A	39B	40C
41A	42A	43A	44B	45A	46B	47D	48A	49B	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án D.

Mệnh đề A: Trang 35 sách giáo khoa Giải tích cơ bản 12 có bảng vẽ các dạng đồ thị của hàm số bậc 3. Và có thể kết luận rằng đây là mệnh đề đúng. Từ bảng đồ thị ta cũng suy ra câu C là mệnh đề đúng.

Mệnh đề B: Đây là mệnh đề đúng (hoặc nếu bạn chưa chắc, trong quá trình làm, bạn đọc có thể để lại mệnh đề đó và xét mệnh đề tiếp theo).

Mệnh đề D: Đây là mệnh đề sai, vì sao lại như vậy. Ta thấy nếu phương trình $y' = 0$ vô nghiệm thì đồ thị hàm số bậc ba đúng là không có điểm cực trị, nhưng đó có phải là toàn bộ trường hợp có thể xảy ra hay không? Không, vì nếu phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép thì đồ thị hàm số bậc ba cũng không có điểm cực trị. (Như bảng trang 35 SGK).

Câu 2: Đáp án A.

Cách 1: Cách giải toán thông thường: Vì đây là hàm đa thức có bậc tử lớn hơn bậc mẫu, nên để tìm đạo hàm một cách nhanh chóng, quý độc giả nên chia đa thức tử số cho đa thức mẫu số như sau:

Điều kiện: $x \neq -1$

$$y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} = x + \frac{2x + 1}{x + 1}.$$

$$\text{Khi đó } y' = 1 + \frac{2 \cdot 1 - 1 \cdot 1}{(x + 1)^2} = 1 + \frac{1}{(x + 1)^2} > 0 \quad \forall x \neq -1$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

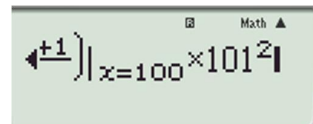
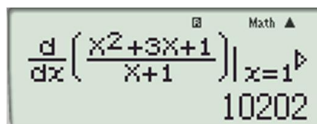
Cách 2: Dùng máy tính Casio.

Nhìn vào cách 1 ta thấy cách làm này khá nhanh, nhưng trong phòng thi nhiều khi các bạn có thể bị rối trong cách đạo hàm,... Vì thế ở đây tôi xin giới thiệu với quý độc giả một cách làm nữa sử dụng máy tính như sau: Do sau khi đạo hàm

$$\text{thì } y' \text{ có dạng } y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 1)^2}.$$

Nhập vào máy tính: $\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1} \right) \right|_{x=100} \cdot 101^2$. Ấn = (Lý giải vì sao lại nhân

với 101^2 : là do ta đã gán cho $x = 100$ nên $(x + 1)^2 = 101^2$. Mục đích của ta là đi tìm biểu thức tử số của đạo hàm nên ta có tử số đạo hàm $= y' \cdot (x + 1)^2$



STUDY TIPS

Để biết hàm số đồng biến, nghịch biến trên khoảng nào ta thường xét dấu của đạo hàm để kết luận.

STUDY TIPS

Nhiều độc giả không nhớ rõ lí thuyết nên bối rối giữa ý A và B. Nhưng hãy nhớ kĩ trong chương trình 12 chúng ta chỉ học đồng biến, nghịch biến trong một khoảng, một đoạn (nửa khoảng, nửa đoạn) mà không có trên một tập giá trị nhé.

Khi đó máy hiện kết quả:

$$10202 = 1\ 02\ 02 = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2} = 1 + \frac{1}{(x+1)^2}.$$

Quay lại như cách 1.

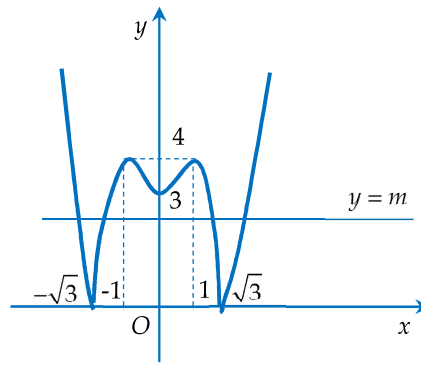
Câu 3: Đáp án D.

Số nghiệm của phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = m$ là số giao điểm của 2 đồ thị hàm

$$\text{số: } \begin{cases} y = h(x) = |f(x)| \text{ (C)} \\ y = m \text{ (d)} \end{cases}, \text{ với } y = m \text{ là đường thẳng cùng phương với trục } Ox.$$

Khi học tự luận đây chính là bài toán suy diễn đồ thị quen thuộc. Vì hàm $h(x) = |f(x)|$ có $h(x) = h(-x)$ nên $h(x)$ là hàm chẵn có đồ thị đối xứng qua Oy .

Cách suy diễn: Giữ nguyên phần đồ thị hàm số phía trên trục Ox , lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục Ox qua Ox . Khi đó ta có đồ thị như sau:



Nhìn vào đồ thị ta thấy với $m \in (3; 4)$ thì d cắt (C) tại 6 điểm phân biệt. Vậy với $m \in (3; 4)$ thì phương trình có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Đáp án A.

$$\text{Điều kiện: } x \neq \frac{-3}{2}$$

$$\text{TCN: } y = \frac{1}{2} (d_1); \text{ TCĐ: } x = \frac{-3}{2} (d_2).$$

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0 + 1}{2x_0 + 3}\right)$ là điểm nằm trên đồ thị (C) . Khi đó:

$$d(M; d_1) = \frac{\left|0 \cdot x_0 + \frac{x_0 + 1}{2x_0 + 3} - \frac{1}{2}\right|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{\left| \frac{-1}{4x_0 + 6} \right|}{1} = d_1$$

$$d(M; d_2) = \frac{\left|x_0 + \frac{3}{2}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{|2x_0 + 3|}{2} = d_2$$

$$\text{Ta có } d_1 + d_2 = \frac{|2x_0 + 3|}{2} + \frac{1}{2|2x_0 + 3|}$$

Đến đây ta có thể nghĩ ngay đến BĐT quen thuộc, BĐT Cauchy.

$$\text{Áp dụng BĐT Cauchy ta có: } \frac{|2x_0 + 3|}{2} + \frac{1}{2|2x_0 + 3|} \geq 2\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 1$$

STUDY TIPS

Đề bài chỉ cho ta dữ kiện về hàm số, từ đó ta phải đi tìm 2 tiệm cận của đồ thị hàm số. Như ở đề số 2, tôi đã chỉ cho quý độc giả cách tìm nhanh tiệm cận khi đề cho hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất rồi.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{|2x_o + 3|}{2} = \frac{1}{2|2x_o + 3|} \Leftrightarrow (2x_o + 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow M(-1; 0) \\ x = -2 \Rightarrow M(-2; 1) \end{cases}$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả dễ bị nhầm lẫn khi tính khoảng cách giữa điểm M đến 2 đường tiệm cận. Khi thấy $y = \frac{1}{2}$ chẳng hạn, độc giả sẽ bối rối không biết áp dụng công thức tính khoảng cách như thế nào.

Ta có $y = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \cdot x + y - \frac{1}{2} = 0$

Vậy công thức tính khoảng cách ở đây là $d = \frac{|x_M \cdot 0 + y_M - \frac{1}{2}|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}$. Trong khi làm bài

thì vì tâm lý của quý độc giả rất căng thẳng nên nhiều khi các dạng đường thẳng biến tấu sẽ làm các bạn bối rối đôi chút. Vì thế hãy luyện tập thật kỹ để có một kết quả xứng đáng nhé!

Câu 5: Đáp án B.

Ta có: $-y_o = \frac{-x_o + 2}{-x_o - 1} \Leftrightarrow y_o = \frac{2 - x_o}{x_o + 1}$. Đáp án B.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả nhầm lẫn giữa đối xứng qua O với đối xứng qua trục Ox , đối xứng qua trục Oy , dẫn đến khoanh vào các đáp án còn lại. Một lời khuyên cho quý độc giả đó là nếu không nhớ rõ kiến thức có thể vẽ hình ra và xác định tọa độ của các điểm đối xứng, sẽ rất nhanh thôi, hãy luôn giữ đầu óc sáng suốt trong quá trình làm bài bạn nhé.

Câu 6: Đáp án A.

Hàm số đã cho đã thỏa mãn điều kiện $a = 1 > 0$, nên để đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có một nghiệm duy nhất.

Mà $y' = 4x^3 + 2bx = 2x(2x^2 + b)$.

Để phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất thì phương trình $2x^2 + b = 0$ vô nghiệm hoặc có một nghiệm $x = 0$. Khi đó $b \geq 0$.

Còn điều kiện của c thì sao, đề đã cho tọa độ của điểm cực tiểu, từ đó ta có thể dễ dàng tìm được $c = -1$.

Câu 7: Đáp án A.

Lúc đầu khi đọc đề bài, bạn đọc có thể bị bối rối khi đề bài cho quá nhiều thứ: 2 điểm cực trị, trung điểm của 2 điểm cực trị, biến m , đường thẳng d . Nhưng thực ra đây là một bài toán tư duy rất cơ bản.

Đề bài nói rằng tìm m để đường thẳng đi qua trung điểm 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, thì ta đi tìm 2 điểm cực trị rồi từ đó suy ra tọa độ trung điểm, thay vào phương trình của đường thẳng đã cho rồi ta tìm được m .

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

\Rightarrow Hoành độ trung điểm của 2 điểm cực trị là $x_o = 2$

$\Rightarrow M(2; 2)$ là trung điểm của 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba đã cho.

Thay vào phương trình đường thẳng ta được $2 = 2 + m \Leftrightarrow m = 0$.

STUDY TIPS

Nhận xét với điểm $M(x_o; y_o)$ thì điểm M' đối xứng với $M(x_o; y_o)$ có tọa độ $(-x_o; -y_o)$.

STUDY TIPS

Hàm số đã cho là hàm số bậc 4 trùng phương và xác định trên \mathbb{R} . Cùng xem lại bảng trang 38 Sách giáo khoa Giải tích cơ bản mà tôi đã nói đến với quý độc giả ở đề số 2 (mục đích của việc tôi nhắc lại về bảng này trong sách là để quý độc giả xem lại nó nhiều lần và ghi nhớ nó trong đầu).

Câu 8: Đáp án A.

Hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ xác định trong đoạn $[-1;1]$.

$$\text{Ta có } y' = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

Ta lần lượt so sánh các giá trị: $y(-1) = 0; y(1) = 0; y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{-1}{2}; y\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } M - m = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1.$$

Câu 9: Đáp án A.

Với bài này độc giả cần nhớ lại công thức tính độ dài cung tròn. Độ dài cung tròn

\widehat{AB} dùng làm phễu là: $Rx = 2\pi r$

$$\Leftrightarrow r = \frac{Rx}{2\pi}; h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2 x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}$$

Thể tích cái phễu là:

$$V = f(x) = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2} \text{ với } x \in (0; 2\pi).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \frac{x^2(8\pi^2 - 3x^2)}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8\pi^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3} \pi.$$

Vì đây là bài tập trắc nghiệm nên ta có thể kết luận luôn rằng thể tích của cái phễu lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{6}}{3} \pi$. Vì ta đang xét trên $(0; 2\pi)$ mà $f'(x) = 0$ tại duy nhất một điểm thì ta có thể làm nhanh mà không vẽ bảng biến thiên nữa.

Câu 10: Đáp án C.

Với mệnh đề A: Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị là: $x^3 - 3x = 3$. Bấm máy tính ta thấy phương trình chỉ có một nghiệm thực. Vậy chỉ có 1 điểm. Đáp án A sai.

Với mệnh đề B: Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $x^3 - 3x = -4$. Bấm máy tính ta thấy phương trình cũng chỉ có 1 nghiệm, vậy đáp án B sai.

Với mệnh đề C: Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị: $x^3 - 3x = \frac{5}{3}$.

Bấm máy tính ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt. Vậy mệnh đề này đúng, ta chọn luôn đáp án C.

Câu 11: Đáp án B.

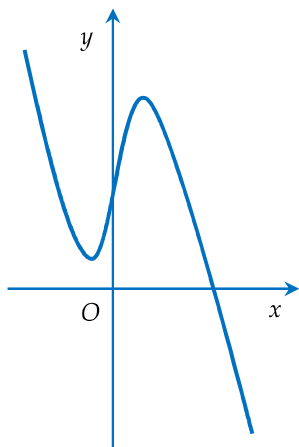
Với mệnh đề (1): đây là mệnh đề đúng, ta cùng nhớ lại chú ý trang 14 sách giáo khoa cơ bản nhé:

STUDY TIPS

Thật cẩn thận trong tính toán, nếu thời gian gấp rút trong quá trình làm bài, bạn có thể để câu này làm cuối cùng vì tính toán và ẩn khá phức tạp.

STUDY TIPS

Vì đây là dạng toán tìm nhận định đúng nên quý độc giả nên đi kiểm tra tính đúng đắn của từng mệnh đề một.



“Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của hàm số; $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại (giá trị cực tiểu)** của hàm số, kí hiệu là f_{CD} (f_{CT}), còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.” Mong rằng quý độc giả nhớ rõ từng khái niệm, tránh nhầm các khái niệm: “điểm cực đại của hàm số”, “điểm cực đại của đồ thị hàm số”, “giá trị cực đại”,....

Với mệnh đề (2), ta tiếp tục xem Chú ý 2 trang 14 SGK, và đây cũng là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (3): Ta nhận thấy đây là mệnh đề sai, ta chỉ lấy đơn cử ví dụ như hình vẽ bên.

Đồ thị hàm số ở hình vẽ có 2 điểm cực trị nhưng chỉ cắt trục Ox tại duy nhất 1 điểm, nên kết luận này là sai.

Với mệnh đề (4): Ta cũng nhìn vào hình vẽ đã lấy làm ví dụ minh họa ở mệnh đề 3 để nhận xét rằng đây là mệnh đề sai.

Vậy đáp án đúng của chúng ta là B: có 2 mệnh đề đúng.

Câu 12: Đáp án B.

Điều kiện: $x^2 + 3x + 5 > 0; 0 < x \neq 1$

Phương trình $\Leftrightarrow x^2 + 3x + 5 = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{3}$

(không thỏa mãn). Thay vào điều kiện ban đầu thì không thỏa mãn, nên ta chọn đáp án B.

Ở đây quý độc giả cũng có thể thay vào để thử nghiệm, tuy nhiên bản thân tôi nhận thấy, giải phương trình còn nhanh hơn cả việc thay vào thử từng đáp án một. Nhưng nếu bạn thấy cách nào nhanh hơn thì làm nhé.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả không để ý x chính là cơ số, nên cần điều kiện $0 < x \neq 1$. Nên chọn luôn phương án D là sai.

Câu 13: Đáp án B.

$\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả có thể chưa nắm vững kiến thức về logarit và có những sai lầm như sau:

- Sai lầm thứ nhất: $\log_{a^3} a = 3 \log_a a = 3$. Chọn đáp án A là sai.
- Sai lầm thứ hai: $\log_{a^3} a = -3 \log_a a = -3$. Chọn đáp án C là sai.

Câu 14: Đáp án A.

Nhìn các đáp án quý độc giả có thể thấy rối mắt, tuy nhiên, nếu để ý kĩ đề bài có cho tam giác vuông vì thế chúng ta có dữ kiện: $a^2 + b^2 = c^2$.

Vì ở các cơ số của các đáp án là $c+b$ và $c-b$ nên ta sẽ biến đổi biểu thức của định lý Pytago như sau: $a^2 = c^2 - b^2 = (c-b)(c+b)$. (*)

Ta đi phân tích biểu thức:

$$\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = \frac{1}{\log_a (c+b)} + \frac{1}{\log_a (c-b)} = \frac{\log_a (c-b) + \log_a (c+b)}{\log_a (c+b) \cdot \log_a (c-b)}$$

STUDY TIPS

Đây là câu hỏi giải phương trình logarit “kiểm điểm”. Quý độc giả nên nắm chắc kiến thức về logarit để giải không bị sai sót.

$$= \frac{\log_a((c-b)(c+b))}{\log_a(c+b) \cdot \log_a(c-b)} = \log_a(a^2) \cdot \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$$

(Ta áp dụng công thức $\log_\alpha \beta = \frac{1}{\log_\beta \alpha}$)

Vậy đáp án đúng là đáp án A.

Câu 15: Đáp án B.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x-3 > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -\log_3(x-3) \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \log_3(x-3) \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x-3 \leq 3^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(3; \frac{10}{3}\right].$$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả quên mất điều kiện để logarit xác định nên dẫn đến chọn đáp án C là sai.

Câu 16: Đáp án D.

Lại là một dạng bài đòi hỏi quý độc giả phải đọc và xem xét kĩ từng giai đoạn của bài toán.

Xét giai đoạn thứ nhất: Đây là một giai đoạn đúng. Có thể nhiều độc giả bối rối đoạn: $\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = 3ac$, sau đây là lời giải thích:

$$\text{Ta có } \log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3} \Leftrightarrow \log_2 5 = \log_3 5 \cdot \log_2 3$$

Tương tự với giai đoạn II và giai đoạn III đều đúng.

Vậy đáp án cuối cùng là D.

Câu 17: Đáp án B.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{\frac{\sqrt{x^2+1} + x}{\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều độc giả có thể quên công thức đạo hàm $\ln u = \frac{u'}{u}$. Tức

$$\text{là không tính } u' \text{ như sau: } f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}.$$

Chọn luôn đáp án A là sai.

Hoặc nhiều độc giả đạo hàm nhầm u' dẫn đến chọn các đáp án còn lại. Vì thế hãy thật cẩn thận trong tính toán nhé.

Câu 18: Đáp án B.

Áp dụng vào bài toán này ta có:

$$+ T = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c + \log_x d} \text{ (áp dụng công thức (1)). Vậy ý D đúng.}$$

$$+ T = \frac{1}{\log_x abcd} \text{ (áp dụng công thức (2)). Vậy ý C đúng.}$$

$$+ T = \log_{abcd} x \text{ (áp dụng công thức (1)). Vậy ý A đúng.}$$

Chỉ còn lại ý B. Vậy chúng ta chọn B.

Câu 19: Đáp án C.

STUDY TIPS

Ở đây có 2 dạng điều kiện các quý độc giả cần lưu ý đó là:

a. Điều kiện để logarit xác định.

b. Điều kiện để căn xác định.

STUDY TIPS

Quý độc giả có thể dùng máy tính để thử từng bước làm, tuy nhiên ý kiến cá nhân tôi thấy nếu ngồi bấm máy tính, bạn đọc sẽ tốn thời gian hơn là tư duy đấy. Nên hãy tập tư duy nhiều nhất có thể bạn nhé.

STUDY TIPS

Ta cùng nhớ lại:

+ Công thức:

$$\frac{1}{\log_a b} = \log_b a \quad (1)$$

+ Công thức:

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy \quad (2)$$

STUDY TIPS

Đây là một câu giải phương trình mũ gỡ điểm, hãy cẩn thận trong tính toán nhé.

$$2^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy đáp án là C.

Câu 20: Đáp án C.

Ta lần lượt phân tích từng ý một trong đề.

+ Với ý A. Ta có $\log x \geq 0 \Leftrightarrow \log x \geq \log 1 \Leftrightarrow x \geq 1$ (mệnh đề này đúng)

+ Với ý B. Tương tự ý A ta có

$$\log_3 x \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \leq \log_3 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 1 \text{ (mệnh đề này đúng)}$$

+ Với ý C. Ta nhận thấy mệnh đề này sai do cơ số $\frac{1}{3}$ nằm trong khoảng $(0;1)$ thì

đổi chiều bất phương trình. Tôi xin nhắc lại kiến thức như sau:

$$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y \text{ với } 0 < a < 1.$$

Vậy ta không cần xét đến ý D khi đã có đáp án là C.

Câu 21: Đáp án B.

Ta có như sau:

$$\text{Năm 1999 thể tích khí } CO_2 \text{ là: } V_1 = V + V \cdot \frac{m}{100} = V \left(1 + \frac{m}{100} \right) = V \cdot \frac{m+100}{100}$$

$$\text{Năm 2000, thể tích khí } CO_2 \text{ là: } V_2 = V \cdot \left(1 + \frac{m}{100} \right)^2 = V \cdot \left(\frac{m+100}{100} \right)^2$$

....

Vậy ta có quy luật nên sẽ nhanh như sau: từ năm 1998 đến 2016 là 18 năm, trong đó 10 năm đầu chỉ số tăng là $m\%$, 8 năm sau chỉ số tăng là $n\%$. Vậy thể tích sẽ là:

$$V_{2016} = V \cdot \left(\frac{m+100}{100} \right)^{10} \cdot \left(\frac{n+100}{100} \right)^8 = V \cdot \frac{(m+100)^{10} (n+100)^8}{10^{36}}. \text{ Đáp án B.}$$

Câu 22: Đáp án A.

Nhìn vào phân thức cần tìm nguyên hàm ta thấy đa thức ở tử số có bậc lớn hơn bậc của mẫu số, nên ta sẽ tiến hành chia tử số cho mẫu số ta được:

$$\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = \int \left(4x - 5 - \frac{1}{x^2} \right) dx = 2x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$$

Câu 23: Đáp án A.

Nhìn vào bài toán ta có thể nhận ra ngay đây là bài toán tính tích phân, vì đã có đạo hàm. Nên từ các dữ kiện đề cho ta có:

$$\int_0^5 (3at^2 + bt) dt = \left(at^3 + \frac{1}{2} bt^2 \right) \Big|_0^5 = 125a + \frac{25}{2} b = 150.$$

Tương tự ta có $1000a + 50b = 1100$.

Vậy từ đó ta tính được $a = 1; b = 2$.

$$\text{Vậy thể tích nước sau khi bơm được 20 giây là: } \int_0^{20} h'(t) dt = (t^3 + t^2) \Big|_0^{20} = 8400.$$

Câu 24: Đáp án C.

STUDY TIPS

Đây là một bài toán ứng dụng số mũ khá đơn giản. Tuy nhiên vì có các biến m, n nên quý độc giả dễ bị bối rối khi thực hiện bài toán.

STUDY TIPS

Quý độc giả có thể dùng máy tính để thử nếu không nhớ công thức liên quan đến tích phân như trên. Tuy nhiên, chúng ta đang trong quá trình ôn luyện nên hãy ôn nhớ công thức chứ không nên dùng máy tính nhiều. Nếu bạn đọc đã rèn luyện được khả năng tư duy tốt, lúc đó bạn sẽ tư duy nhanh hơn là bấm máy tính rất nhiều.

Ta lần lượt đi xem xét từng mệnh đề một. Trước khi đi xem xét các mệnh đề, tôi xin củng cố thêm cho quý độc giả một công thức như sau:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

Từ công thức trên ta suy ra được mệnh đề B là mệnh đề đúng.

Tiếp theo với mệnh đề A: Ta có $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a -f(x)dx$, nên mệnh đề này đúng.

Với mệnh đề D, ta thấy đây là mệnh đề đúng.

Và chỉ còn đáp án C.

Câu 25: Đáp án D.

Phân tích: Ta nhận thấy $(\cos x + 8)' = -\sin x$.

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{8 + \cos x} dx = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8 + \cos x} d(8 + \cos x)$$

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
u	9	8

$$\text{Khi đó } I = -\int_9^8 \sqrt{u} du = \int_8^9 \sqrt{u} du.$$

Câu 26: Đáp án A.

Bài toán đặt ra cho quý độc giả khá nhiều giả thiết: hàm số, trục tung, tiếp tuyến tại điểm có hoành độ thỏa mãn $y'' = 0$.

Bước đầu tiên: Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn:

$$1. \text{ Tìm điểm uốn: } y' = 3x^2 - 12x + 9;$$

$$y'' = (y')' = (3x^2 - 12x + 9)' = 6x - 12$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow \text{điểm uốn } I(2; 2).$$

$$2. \text{ Tìm phương trình tiếp tuyến tại điểm uốn}$$

$$y = y'(2)(x - 2) + 2 = -3(x - 2) + 2 = -3x + 8.$$

$$3. \text{ Viết CT tính diện tích hình phẳng.}$$

Ta có đồ thị như hình bên.

Trong khi làm bài thi ta không cần vẽ đồ thị, nhưng ở đây, tôi vẫn vẽ đồ thị để quý độc giả có thể hiểu rõ ràng bản chất của bài toán:

Với bài toán tổng quát dạng:

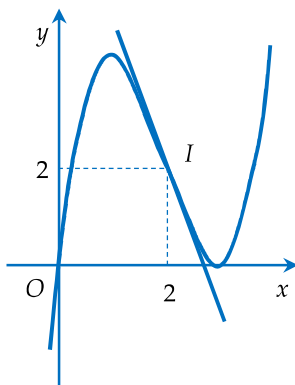
Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = f(x); y = g(x); x = 0; x = a$, với $a > 0$

$$\text{thì } S_p = \int_0^a |f(x) - g(x)| dx$$

Ở đây ta có: Hình phẳng được giới hạn bởi $y = f(x); y = -3x + 8; x = 0; x = 2$.

(Vì sao tìm được cận 2 thì đó là do ta xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và tiếp tuyến).

$$\text{Khi đó: } S_p = \int_0^2 |x^3 - 6x^2 + 9x - (-3x + 8)| dx$$



Mà nhìn vào đồ thị ta thấy rõ ràng trên $[0;2]$ thì $-3x + 8 \geq x^3 - 6x^2 + 9x$.

$$\text{Do đó } S_p = \int_0^2 (-x^3 + 6x^2 - 12x + 8) dx.$$

Cách làm nhanh: Khi đi thi quý độc giả không thể có đủ thời gian để ngồi vẽ đồ thị như tôi vừa giải thích kĩ lưỡng ở trên. Chúng ta có thể làm nhanh như sau: Sau khi đã viết được phương trình tiếp tuyến. Ta bấm máy tính với một giá trị của $x \in [0;2]$ xem hàm số nào lớn hơn trên đoạn đang xét, từ đó phá trị tuyệt đối. Đây là mẹo làm bài, chỉ áp dụng tùy bài thôi bạn nhé.

Câu 27: Đáp án A.

Với bài toán này ta không cần thực hiện đủ các bước tính diện tích hình phẳng mà vẫn có thể tìm được đáp án đúng như sau:

Thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = f(x); x = a; x = b; y = 0;$

$$\text{với } a > b \text{ khi quay quanh trục } Ox \text{ là: } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Nhìn vào đáp án A ta có thể nhận thấy ngay đáp án này sai do

$$(\sqrt{1-x^2})^2 \neq (1-x^2)^2.$$

Vì thế nhiều khi không nhất thiết quý độc giả phải giải chi tiết bài toán ra, hãy tư duy sao cho nhanh nhất có thể bạn nhé.

Câu 28: Đáp án B.

Phân tích: Cách làm rút gọn cơ bản:

$$z = \frac{(3-i)(1-i)}{1^2 - i^2} + \frac{(2+i)i}{i^2} = \frac{i^2 - 4i + 3}{1+1} + \frac{-1+2i}{-1} = \frac{-1-4i+3}{2} - (-1+2i) = 2-4i.$$

Cách làm trên là cách diễn giải về mặt bản chất toán học, tuy nhiên nếu nhằm nhanh như trên thì khá là lâu, nên trong khi làm bài thi, quý độc giả có thể sử dụng công cụ máy tính trợ giúp như sau:

Bước 1: chọn **MODE** → chọn 2: **CMPLX** để chuyển sang dạng tính toán với số phức trên máy tính.

Bước 2: Nhập vào máy tính biểu thức $z = \frac{3-i}{1+i} + \frac{2+i}{i}$ như sau:



Đến đây, quý độc giả đã có thể giải quyết bài toán như đến bước này ở cách trên.

Câu 29: Đáp án B.

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề 1.

Với mệnh đề A: ta có $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$ đây là một số thuần ảo. Vậy đáp án A đúng.

Với mệnh đề B: ta có $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 - b^2 \cdot i^2 = a^2 + b^2$ (do $i^2 = -1$).

Đây là số thực, vậy mệnh đề này sai, ta có thể khoanh luôn đáp án B mà không cần xét 2 đáp án còn lại nữa. Tuy nhiên, khi quý độc giả đang đọc phần phân tích này có nghĩa là bạn đang trong quá tình ôn luyện, vì thế bạn nên đọc cả 2 mệnh

STUDY TIPS

Trong cuốn sách này tôi đã phân tích rất rõ phần thực và phần ảo của số phức z , tuy nhiên tôi vẫn nhắc lại với quý độc giả một lần nữa: Với số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì a là phần thực và b là phần ảo. Rất nhiều độc giả cho rằng bi là phần ảo là sai.

đề đúng sau đó để khắc ghi nó trong đầu, có thể nó sẽ có ích cho bạn trong khi làm bài thi.

Câu 30: Đáp án C.

Ta đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} = \frac{a-bi}{a^2-b^2i^2} = \frac{a-bi}{a^2+b^2}$$

$$\text{Để } \frac{1}{z} \text{ là một số thuần ảo thì } \frac{a}{a^2+b^2} = 0 \text{ và } \frac{-b}{a^2+b^2} \neq 0.$$

Khi đó $z = 0 + bi$ là số thuần ảo. Và tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x = 0$, mà $b \neq 0$ do đó tập hợp đó sẽ trừ đi O .

Đáp án C.

Câu 31: Đáp án B.

Với bài dạng này thì ta sẽ nghĩ đến điều gì? Ta thấy ở đây có z , có i , tại sao ta không nghĩ đến tạo ra i^2 để có phương trình đẳng cấp bậc 2 và khi đó ta sẽ giải bài toán một cách dễ dàng.

Một điều rất đỗi quen thuộc đó là $i^2 = -1$.

Ta có thể thêm vào phương trình như sau:

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow z^2 + 2iz - 15i^2 = 0 \Leftrightarrow (z - 3i)(z + 5i) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3i \\ z = -5i \end{cases}$$

Câu 32: Đáp án A.

$$\text{Đề bài cho } |z| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4.$$

Vậy đáp án là A.

Câu 33: Đáp án B.

Ta lần lượt có thể tìm được tọa độ các điểm A, B, C và A', B', C' theo các dữ kiện đề bài

Vì A là điểm biểu diễn số phức $1 - i$ nên $A(1; -1)$. Tương tự ta có $B(2; 3), C(3; 1)$ và $A'(0; 3); B'(3; -2); C'(3; 2)$. Có các dữ kiện này, ta lần lượt đi phân tích từng mệnh đề:

Với mệnh đề A : Ta thấy để xem xét xem 2 tam giác có đồng dạng hay không khá là lâu, nên ta tạm thời để mệnh đề này lại và tiếp tục xét sang mệnh đề B .

Với mệnh đề B : Ta lần lượt tìm trọng tâm của từng tam giác: ta có $G\left(2; \frac{3}{2}\right);$

$G'\left(2; \frac{3}{2}\right)$. Nhận thấy $G \equiv G'$ nên mệnh đề này đúng, ta không cần tiếp tục xét

các mệnh đề còn lại nữa, vì chỉ có duy nhất một mệnh đề đúng cần chúng ta tìm mà thôi.

Câu 34: Đáp án A.

Cách làm trình bày rõ ràng về mặt toán học như sau:

$$\begin{aligned} A &= (3 + 2i)(5 + 6i) + 5(3 + 2i) + 6(5 + 6i) \\ &= 12i^2 + 28i + 15 + 15 + 10i + 30 + 36i = 48 + 74i \end{aligned}$$

Tuy nhiên, nếu bạn không có tư duy nhằm tốt, có thể nhập vào máy tính để làm như sau:

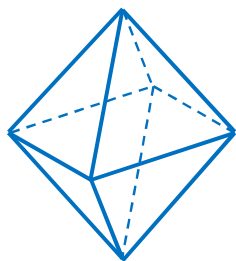
STUDY TIPS

Rất nhanh phải không bạn? Có thể ban đầu quý độc giả sẽ thấy bối rối khái niệm tập hợp điểm, nhưng cách làm lại khá nhanh. Vì thế, hãy thật sáng suốt trong quá trình làm bài nhé.

Chọn chế độ phức như tôi đã trình bày ở câu 28. Tiếp theo là gán các giá trị $z_1 \rightarrow A; z_2 \rightarrow B$

Bằng cách bấm: $3 + 2i$ **SHIFT** **STO** **A**; $5 + 6i$ **SHIFT** **STO** **B**

Và bấm biểu thức: $AB + 5A + 6B =$, ta nhận ngay được đáp án A.



Câu 35: Đáp án D.

Ta có hình vẽ hình bát diện đều như hình bên.

Vậy đáp án đúng là **D. 4**

Câu 36: Đáp án A.

Ta có $V = S_{ABCD} \cdot AA'$; $V_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot AA'$

$$\text{Mà } S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{2 \cdot S_{ABD} \cdot AA'}{\frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot AA'} = 6 \Rightarrow V = 6V_1$$

Chú ý: Nhiều độc giả tư duy nhanh nên chỉ xét tỉ số giữa diện tích đáy mà quên mất rằng với khối chóp thì còn tích với $\frac{1}{3}$ nữa, và nhanh chóng chọn ý D là sai.

Vì thế, nhanh nhưng cần phải chính xác bạn nhé!

Câu 37: Đáp án A.

Gọi O là giao điểm của AC và BD . Suy ra IO song song với AM , suy ra IO vuông góc với mặt phẳng $ABCD \Rightarrow IO \perp AC$

Mà $AC \perp BD$; OI và BD là 2 đường thẳng cắt nhau cùng thuộc mặt phẳng (IBD) .

Khi đó $AC \perp (IBD)$; hay $AO \perp (IBD)$.

$$\text{Ta có } MN \text{ giao với } (IBD) \text{ tại } I \Rightarrow \frac{d(M; (IBD))}{d(N; (IBD))} = \frac{IM}{IN} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{V_{MIBD}}{V_{NIBD}} = 1 \Rightarrow V_{MIBD} = V_{NIBD} = \frac{1}{2} V_{MNBD} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } V_{MIBD} = \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{IBD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{AC}{2} \cdot S_{IBD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow V_{MNBD} = \frac{1}{3} \cdot AC \cdot S_{IBD}. \text{ Đáp án A.}$$

Trên đây là cách trình bày chi tiết để quý độc giả có thể hiểu chi tiết được bài toán, tuy nhiên khi làm mà không phải trình bày rõ ràng ra, chỉ suy luận sẽ rất nhanh chứ không dài dòng như thế này. Suy luận nhanh đòi hỏi độ chính xác cao, nên các công thức, các số liệu phải thật cẩn thận, có thể bạn mới đạt điểm cao mà không bị mất điểm đáng tiếc.

Câu 38: Đáp án A.

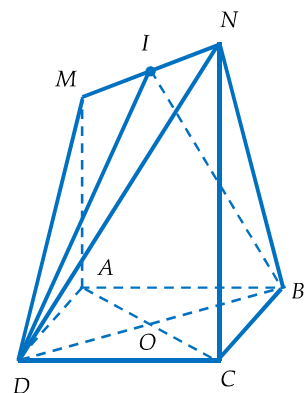
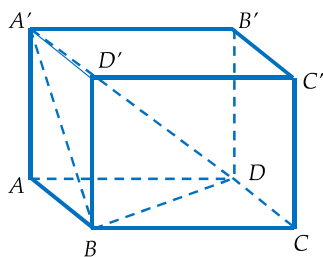
Khi quay quanh trục MN thì khối được tạo thành sẽ là hình trụ với đáy là hình tròn có đường kính là AB .

$$\text{Khi đó, bán kính hình tròn là } r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Thể tích của khối trụ là } V = B \cdot h = \pi r^2 \cdot b = \frac{a^2 b}{4} \pi \text{ (đvtt).}$$

Câu 39: Đáp án B.

Ta thấy $AB^2 + BC^2 = CA^2$, suy ra tam giác ABC vuông tại B .



Vì mặt cầu cắt mặt phẳng (P) với thiết diện là hình tròn có đường kính bằng 2

$$\Rightarrow \text{bán kính của hình tròn là } r = \frac{2}{2} = 1.$$

$$\text{Khoảng cách từ } I \text{ đến mặt phẳng } (P) \text{ là: } h = d(I; (P)) = \frac{|1 + 2 + 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{Khi đó bán kính của mặt cầu là: } R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{6})^2} = 5$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu: } (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$$

Câu 44: Đáp án B.

Mặt phẳng (α) song song với (β) suy ra vtpt của (α) cùng phương với vtpt (β) .

$$\text{Khi đó } (\alpha) \text{ có dạng } 2x - 3y + z + m = 0.$$

$$\text{Mà } (\alpha) \text{ đi qua } M(1; -2; 3)$$

$$\text{Khi đó phương trình } \Leftrightarrow 2 \cdot 1 + (-3) \cdot (-2) + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -11.$$

$$\text{Khi đó } (\alpha): 2x - 3y + z - 11 = 0.$$

Vậy đáp án là B.

Câu 45: Đáp án A.

Bước 1: Tìm được giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng (α) . Nếu để phương trình đường thẳng như đề cho quý độc giả sẽ không tìm được tọa độ giao điểm. Vậy tại sao không chuyển về dạng tham số t . Chỉ còn một biến, khi đó thay vào phương trình mặt phẳng (α) ta sẽ tìm được ngay điểm đó.

$$d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

Khi đó thay vào phương trình (α) ta được:

$$3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow M(0; 0; -2)$$

Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (β)

$$(\beta) \text{ vuông góc với } d \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_{(\beta)} = (4; 3; 1), (\beta) \text{ qua } M(0; 0; -2)$$

$$\Rightarrow (\beta): 4x + 3y + z + 2 = 0.$$

Câu 46: Đáp án B

Phân tích: Độ dài đường cao AH chính là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng đáy (BCD) .

Vì đề đã cho tất cả tọa độ các điểm của tứ diện $ABCD$ nên ta có thể viết được phương trình mặt phẳng đáy (BCD) . Có tọa độ điểm A và phương trình mặt phẳng đáy ta có thể tính được khoảng cách từ A đến mặt phẳng đáy.

1. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) :

Như ở đề số 2 tôi đã đề cập về cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm:

$$\vec{BC} = (-1; 2; -5); \vec{CD} = (1; 2; -1); \vec{n}_{BCD} = [\vec{BC}, \vec{CD}] = (8; -6; -4)$$

STUDY TIPS

Nhiều độc giả khi đến đây so vào không thấy có đáp án giống y như thế nên bối rối, tuy nhiên nếu nhìn kĩ vào ý B thì thấy ý B chính là đáp án đúng (chỉ có điều đáp án B chưa tối giản hẳn như kết quả chúng ta tìm được, đây vẫn là đáp án đúng).

(Với bước này quý độc giả có thể sử dụng cách bấm máy để tính tích có hướng của hai vectơ và ra được tọa độ của vtpt như trên).

Khi đó (BCD) qua $B(1;0;6)$ và có vtpt $\vec{n} = (8; -6; -4)$.

Khi đó $(BCD): 8x - 6y - 4z + 16 = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y - 2z + 8 = 0$

$$2. \text{ Tính khoảng cách: } AH = \frac{|4 \cdot (-2) - 3 \cdot 6 - 2 \cdot 3 + 8|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2 + (-2)^2}} = \frac{24}{\sqrt{29}}$$

Câu 47: Đáp án D.

STUDY TIPS

Đây là dạng toán đã được đề cập trong Bài 3: Phương trình đường thẳng trong không gian sách giáo khoa hình học cơ bản lớp 12.

Ta chuyển phương trình đường thẳng d về dạng tham số $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Ta xét hệ phương trình $\begin{cases} 1 + t = 2 - 2t' \\ 2 + 3t = -2 + t' \\ 3 - t = 1 + 3t' \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $t = -1; t' = 1$.

Vậy 2 đường thẳng này là 2 đường thẳng cắt nhau.

Câu 48: Đáp án A.

Với dạng toán này ta nên viết công thức tính tổng quát ra để sau đó thay số vào sẽ nhanh hơn: $x_A - x_M + 2(x_B - x_M) - 2(x_C - x_M) = 0 \Leftrightarrow x_M = x_A + 2x_B - 2x_C = 7$

Tương tự thì $y_M = y_A + 2y_B - 2y_C = 3; z_M = 1$.

Câu 49: Đáp án B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, bán kính $R = 1$.

Ta xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu. Cách để xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng với mặt cầu là so sánh khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng đó với bán kính mặt cầu.

Để (S) và (P) giao nhau thì $d(I; (P)) \leq R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 6 \cdot (-1) + m|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} \leq 1 \Leftrightarrow |m - 2| \leq 7 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 9$$

Câu 50: Đáp án A.

Ta có công thức tổng quát như sau:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0 \Leftrightarrow (x + a)^2 + (y + b)^2 + (z + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d$$

Để phương trình trên là phương trình mặt cầu thì $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ (điều kiện để có R)

Áp dụng vào bài toán này ta có:

$$(m-1)^2 + (2m-3)^2 + (2m+1)^2 + m - 11 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$$