

## D. Hướng dẫn , đáp án.

### Hướng dẫn.

**Bài 1.** Gọi độ dài cạnh hình tam giác đều là  $x$  ( $x > 0$ ), ta có cạnh hình vuông là :  $\frac{6-3x}{4}$ .

Tổng diện tích của hai hình là:  $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} + \left(\frac{6-3x}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}[(9+4\sqrt{3})x^2 - 36x + 36]$ .

$$S_{\min} \text{ khi } x = -\frac{-36}{2(9+4\sqrt{3})} \Leftrightarrow x = \frac{54-24\sqrt{3}}{11}$$

**Bài 2.** Gọi chiều dài và chiều rộng của khu đất rào được là  $x$  và  $y$  ( $0 < y < x < 200$ ).

Ta có:  $x + 2y = 200 \Leftrightarrow x = 200 - 2y$ .

Diện tích rào được :  $f(y) = x.y = (200 - 2y).y = -2y^2 + 200y$ .

Diện tích lớn nhất khi :  $y = -\frac{200}{2(-2)} = 50 \Rightarrow x = 100 \Rightarrow \max S = 5000$ .

**Bài 3.** Ta sẽ tính xem bạn Hoa cần ít nhất bao nhiêu thời gian để đi từ A đến C.

Giả sử  $CD = x$ , ( $0 < x < 5$ )  $\Rightarrow BD = 5 - x \Rightarrow AD = \sqrt{3^2 + (5 - x)^2}$

Thời gian Hoa đi từ A đến C là :  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 34}}{4} + \frac{x}{5} \Rightarrow f'(x) = \frac{x-5}{4\sqrt{x^2 - 10x + 34}} + \frac{1}{5}$ .

Ta có:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ . Mà  $f(1) = 1,45$ . Như vậy bạn Hoa cần ít nhất 1 h 27 phút để di chuyển do đó muộn nhất 6h03 phút Hoa phải xuất phát.

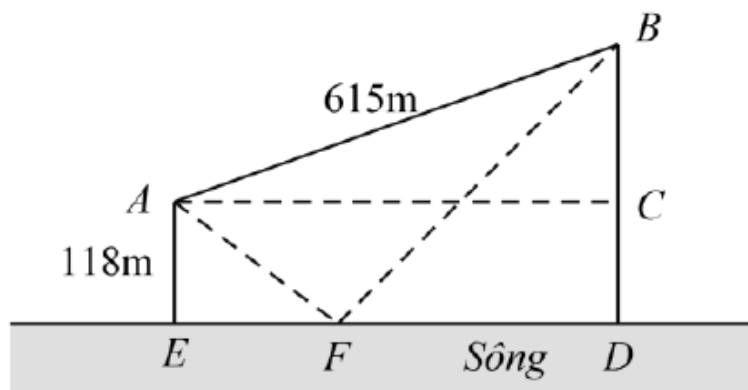
**Bài 4.** Giả sử  $AS = x$ , ( $0 < x < 12$ )  $\Rightarrow BS = \sqrt{3^2 + (12 - x)^2} = \sqrt{x^2 - 24x + 153}$

Số tiền để mắc đường dây điện là:  $f(x) = 80x + 100\sqrt{x^2 - 24x + 153}$

Ta có:  $f(4) = 1174,400375$ ,  $f(8) = 1140$ ,  $f(6) = 1150,820393$ ,  $f(10) = 1160,555123$ .

Suy ra:  $x = 8$ .

### Bài 5.



Ta có :  $ED = AC = 492$

Đặt  $EF = x \Rightarrow FD = 492 - x$

Đoạn đường mà người đó phải đi là:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \sqrt{x^2 + 13924} + \sqrt{x^2 - 984x + 479233}.$$

Ta có:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 13924}} + \frac{x - 492}{\sqrt{x^2 - 984x + 479233}}$$

Do đó:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}$ . Suy ra đoạn đường ngắn nhất có thể đi

là:  $f\left(\frac{59056}{605}\right) = 779,8$

**Bài 6.** Đặt  $AM = x$ , ( $0 < x < 24$ ). Ta có tổng độ dài hai sợi dây là:

$$f(x) = \sqrt{10^2 + x^2} + \sqrt{30^2 + (24 - x)^2}$$

Ta có:

$$f(6) = 8\sqrt{34}; f(7) = 46,68843491; f(4) = 2\sqrt{29} + 10\sqrt{13}; f(12) = 2\sqrt{61} + 6\sqrt{29}.$$

**Bài 7.**  $V = 1.1.4 = 4(\text{cm}^3)$

**Bài 8.** HD: Giả sử .  $EF = x$

Suy ra quãng đường mà người này phải bơi là:  $S(x) = 1,25 + \sqrt{1^2 + x^2} + \sqrt{5^2 + (3 - x)^2}$

**Bài 9.** HD: Do mặt nước tạo với mặt đáy góc  $45^\circ$  nên chiều cao của hình trụ bằng đường kính của đáy.

**Bài 10.**  $V = \frac{10\pi(5^2 - 3^2)}{2} = 80\pi.$

**Bài 11.** Đáy hộp là một hình bình hành, thể tích của hộp lớn nhất khi diện tích đáy hộp lớn nhất. Gọi  $\alpha$  là một góc của mặt đáy, ta có diện tích đáy là:

$$S = xy \cdot \sin \alpha \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \cdot 1 = \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 225$$

Đẳng thức xảy ra khi:  $x = y$  và một góc của hình bình hành bằng  $90^\circ$ . Như vậy đáy của hộp là hình vuông cạnh 15 cm.

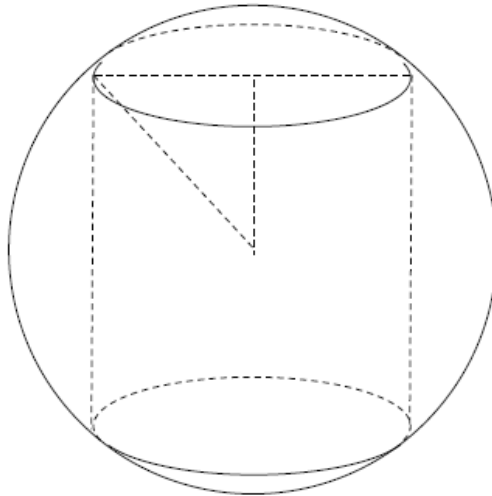
Ta tính được diện tích toàn phần của hộp là  $1650 \text{ cm}^2$ .

**Bài 12.** Diện tích của phần giấy cứng để làm hộp chính là diện tích xung quanh của hộp này.

Chu vi của đáy hộp là:  $2.4=8$  (cm).

Diện tích giấy để làm hộp là:  $S = 8.12(\text{cm}^2)$

**Bài 13.**



Gọi  $r$  và  $h$  lần lượt là bán kính và đường cao của khối hình trụ nội tiếp được.

$$\text{Ta có: } r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 = R^2 \Leftrightarrow r^2 + \frac{h^2}{4} = 1$$

Thể tích của khối hình trụ nội tiếp được là:  $V = \pi r^2 h$ .

Suy ra :  $V = \pi \left(1 - \frac{h^2}{4}\right) h$  , như vậy  $V$  lớn nhất khi  $\left(1 - \frac{h^2}{4}\right) h$  lớn nhất.

Ta chú ý rằng  $0 < 2h < 2R$  hay  $0 < h < 2$ .

$$\text{Xét } f(h) = \left(1 - \frac{h^2}{4}\right) h \Leftrightarrow f(h) = h - \frac{h^3}{4}$$

$$\text{Ta có: } f'(h) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{3h^2}{4} \Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Dễ thấy  $f(h)$  lớn nhất khi  $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  và khi đó  $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9} (dm^3)$

**Bài 14.** Ta có :  $V = 293ml = 293cm^3$

Gọi bán kính của đáy hộp là  $R$  cm. Ta có chiều cao của hộp là:  $h = \frac{V}{\pi R^2}$

Để hộp sữa có trọng lượng vỏ hộp nhẹ nhất thì diện tích toàn phần của nó phải nhỏ nhất.

$$\text{Ta có: } S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R.h \Leftrightarrow S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} \Leftrightarrow S_{tp} = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}$$

Theo bất đẳng thức *AM-GM* ta có:

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + \frac{V}{R} + \frac{V}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2 \cdot \frac{V}{R} \cdot \frac{V}{R}} \Rightarrow S_{tp} \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi : } 2\pi R^2 = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \Rightarrow d = 2R = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$$

$$\text{Áp dụng cho bài toán này : } d = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{293}{2.3,14}} = 7,20(\text{cm}).$$

**Bài 15.** Thể tích ban đầu cả khối gỗ là:  $V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi$

$$\text{Thể tích của khối gỗ bị khoét đi là: } V_1 = 2 \left[ \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \right] \Leftrightarrow V_1 = \frac{4}{3} \pi.$$

$$\text{Thể tích của khối gỗ bị khoét đi là : } V_1 = 2 \left[ \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \right] \Leftrightarrow V_1 = \frac{4}{3} \pi.$$

$$\text{Thể tích còn lại của khối gỗ sau khi khoét là: } V_2 = V - V_1 = 2\pi - \frac{4}{3} \pi = \frac{2}{3} \pi.$$

$$\text{Tỉ số cần tính là: } \frac{V_2}{V} = \frac{\frac{2}{3} \pi}{2\pi} = \frac{1}{3}$$

**Bài 16.** HD: Nếu úp ngược lại thì cái xô có hình nón cụt, hãy tính diện tích xung quanh của nó thông qua diện tích của hai hình nón khác.  $S_{xq} = \pi \cdot 12 \cdot (36 + 108) - \pi \cdot 9 \cdot 108 = 756\pi.$

$$\text{Bài 17. } S = (\pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 5^2) + \pi \cdot 5 \cdot 30 = 350\pi.$$

$$\text{Bài 18 } V = \frac{4}{3} \pi 9^3 + \pi 9^2 \cdot 36 = 3888\pi = 4^2 \cdot 3^5 \cdot \pi.$$

**Bài 19.**  $V = \pi 7^2 \cdot 7 + \frac{1}{3} \pi 7^2 \cdot 9 = 490\pi.$

**Bài 20.** Xem ví dụ 7

**Bài 21.**

Gọi bán kính đáy của khối trụ là  $r$  ta có:  $2\pi r = 60 \Rightarrow r = \frac{30}{\pi}.$

Thể tích của khối trụ là:  $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{30}{\pi}\right)^2 \cdot 40 = \frac{36000}{\pi} (cm^3)$

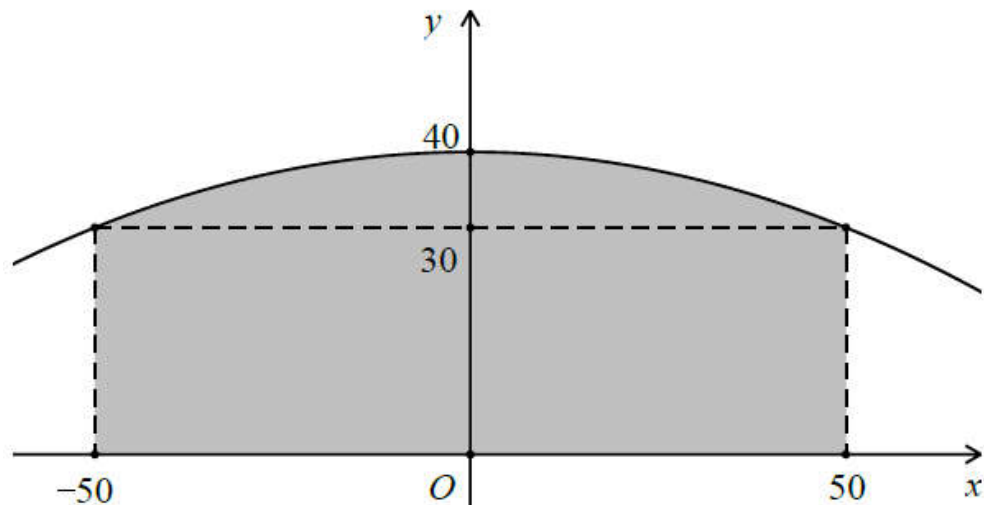
**Bài 22.** Ta có:  $V = (18 - 2x)^2 \cdot x = \frac{1}{4} (18 - 2x)(18 - 2x) \cdot 4x \leq \frac{1}{4} \frac{18 - 2x + 18 - 2x + 4x}{27} = \frac{1}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi:  $4x = 18 - 2x \Leftrightarrow x = 3$

**Bài 23.** Ta có  $k = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi \left(\frac{200}{2\pi}\right)^2}{\left(\frac{200}{4}\right)^2} = \frac{4}{\pi}$

**Bài 24.** Thể tích hộp là:  $V(x) = 7(12 - 2x)(8 - 2x) \cdot x$ . Thể tích hộp lớn nhất khi  $x = \frac{10 - 2\sqrt{7}}{3}$

**Bài 25.**



HD: Toạ độ hoá như hình vẽ. Thể tích của thùng rượu chính là thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$  trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = -50$ ,  $x = 50$  (như trong hình vẽ bên) xung quanh trục  $Ox$ . Công việc tính toán tiếp theo xin để lại cho bạn đọc.

**Bài 26.** Xem ví dụ 12.

**Bài 27.** Ta có:  $\frac{50 - (9 - 1,5)}{1,5} 28, (3)$ . Suy ra số lượng quả cầu long đưng đưng trong hộp là 28 quả.

**Bài 28.** Gọi  $R_1$  là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, ta có:

$$2\pi R_1 = 3 \Leftrightarrow R_1 = \frac{3}{2\pi} \Rightarrow V_1 = \frac{27}{4\pi}.$$

Gọi  $R_2$  là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, ta có:  $2\pi R_2 = 1 \Leftrightarrow R_2 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow V_2 = \frac{9}{4\pi}$ .

Suy ra:  $\frac{V_1}{V_2} = 3$

**Bài 29.** Gọi chiều dài là  $x$  thì chiều rộng là  $60 - x$ . Bán kính đáy chiều cao  $h = 60 - x$ .

$$\text{Suy ra: } V = \pi R^2 h = \frac{-x^3 + 60x^2}{4\pi}.$$

Xét hàm số:  $f(x) = -x^3 + 60x^2, x \in (0; 60)$ .

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 120x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 40 \end{cases}$$

Suy ra chiều dài bằng 40 cm, chiều rộng bằng 20 cm.

**Bài 30.** Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi thì hình vuông có diện tích lớn nhất. Bài toán này có thể giải quyết nhờ bất đẳng thức *AM-GM* hoặc khảo sát sự biến thiên của hàm số.

**Bài 31.** Gọi hai cạnh của miếng đất là  $x, y$ . Ta có:  $x + y = 400$  (m).

$$\text{Ta có: } xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{400^2}{4} = 40000^2$$

Đẳng thức xảy ra khi:  $x = y = 200$  (m).

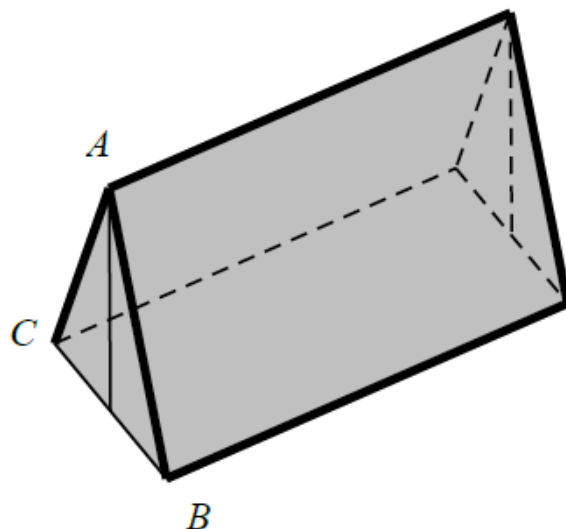
**Bài 32.** Gọi bán kính của cái thùng là  $r$  ta có:  $2\pi r = 100 \Leftrightarrow r = \frac{50}{\pi}$ .

$$\text{Thể tích của cái hộp là: } V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{50}{\pi}\right)^2 \cdot 50 = \frac{125000}{\pi} (\text{cm}^3)$$

**Bài 33.** Xem ví dụ 9.

**Bài 34 .**





Không gian trong lều lớn nhất khi diện tích tam giác  $ABC$  lớn nhất.

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{3^2}{2} \sin A \leq \frac{9}{2} \sin 90^\circ = \frac{9}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi:  $ABC = 90^\circ$

$$\text{Suy ra chiều cao của gậy chống là: } \frac{3 \cdot 3}{\sqrt{3^2 + 3^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

**Bài 35.** Gọi  $r_1, r_2$  lần lượt là bán kính đáy của hình nón  $(N_1), (N_2)$

$$\text{Ta có: } S_{xqN_1} = \pi r_1 l = \frac{3}{4} \pi R^2 \Rightarrow r_1 = \frac{3}{4} R; S_{xqN_2} = \pi r_2 l = \frac{1}{4} \pi R^2 \Rightarrow r_2 = \frac{1}{4} R.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_1 h_1}{\frac{1}{3} S_2 h_2} = \frac{\pi r_1^2 \sqrt{R^2 - r_1^2}}{\pi r_2^2 \sqrt{R^2 - r_2^2}} = \frac{\frac{9}{16} R^2 \cdot \frac{R\sqrt{7}}{4}}{\frac{1}{16} R^2 \cdot \frac{R\sqrt{15}}{4}} = \frac{3\sqrt{105}}{5}$$

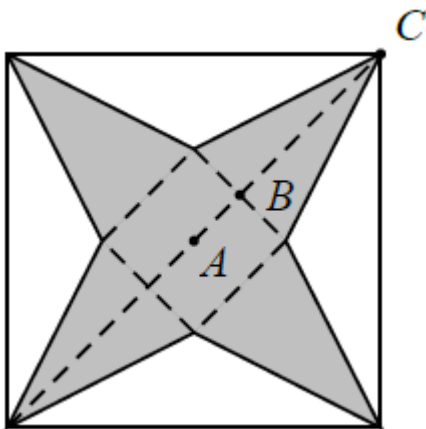
**Bài 36.** Gọi  $S$  là đỉnh của khối tứ diện gấp được,  $ABC$  là tam giác đáy,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Do tứ diện gấp được là tứ diện đều nên  $SG \perp (ABC)$

$$\text{Ta có: } AG = \frac{2}{3} AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Suy ra: } SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{1^2 - \frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Thể tích của tứ diện gấp được là: } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

### Bài 37.



Gọi độ dài cạnh đáy của mô hình là  $x$ , chiều cao của mô hình là  $h$ .

$$\text{Ta có: } x + 2BC = 5\sqrt{2} \Rightarrow BC = \frac{5\sqrt{2} - x}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } h = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{\frac{x^2 - 10\sqrt{2}x + 50}{4} - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{50 - 10\sqrt{2}x}}{2}$$

$$\text{Thể tích của mô hình là: } V(x) = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \frac{\sqrt{50 - 10\sqrt{2}x}}{2}.$$

Ta có:  $V^2(x) = \frac{1}{18} \cdot x^4 \cdot (25 - 5\sqrt{2}x)$ .  $V(x)$  lớn nhất khi  $V^2(x)$  lớn nhất hay

$$f(x) = -5\sqrt{2}x^5 + 25x^4 \text{ lớn nhất}$$

$$\text{Mà } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -25\sqrt{2}x^4 + 100x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases} \text{ Suy ra } x = 2\sqrt{2} \text{ thỏa mãn đề bài.}$$

**Bài 38.** Mỗi hộp đựng được 30 viên phần, suy ra 12 hộp đựng được 260 viên phần. Do đó thiếu 10 viên phần.

**Bài 39.** Thể tích của bốn viên bi là:  $4 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3\right) = \frac{16\pi}{9}$ .

Chiều cao nước dâng lên là:  $\frac{16\pi}{9} : (\pi \cdot 2^2) = \frac{4}{3} (cm)$ . Như vậy nước sẽ cách mép cốc  $\frac{2}{3} (cm)$ .

**Bài 40.**  $S_{xq} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \sqrt{150^2 + 110^2} \cdot 220\right) = 4400\sqrt{346} (m^2)$

**Bài 41.** Tổng diện tích của ba quả bóng là:  $S_1 = 2 \cdot 4\pi r^2 = 12\pi r^2$ .

Diện tích xung quanh của cái hộp là:  $S_2 = 2\pi r \cdot 6r = 12\pi r^2$ .

Suy ra:  $\frac{S_1}{S_2} = 1$ .

**Bài 42.** Thể tích của cái cốc là:  $V = \frac{1}{3} [\pi \cdot 4^2 \cdot (12 + 36) - \pi \cdot 3^2 \cdot 36] = 464,72 (cm^3)$ .

Suy ra:  $V = 0,46472$  (lít). Do đó nếu dùng cốc này để đựng 10 lít nước thì phải đựng ít nhất 22 lần.

**Bài 43.** Người chơi chỉ đủ điều kiện tham gia khi có chiều cao thấp hơn đường kính quả bóng.

**Bài 44.** Ta có:  $S_1 = 2 \cdot (2r \cdot 2r) + 4 \cdot (8r \cdot 2r) = 72r^2$ ;  $S_2 = 2 \cdot (4r \cdot 4r) + 4 \cdot (4r \cdot 2r) = 64r^2$ .

Suy ra:  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{72r^2}{64r^2} = \frac{9}{8}$ .

**Bài 45.** Diện tích xung quanh của cái mũ là:  $\pi \cdot 20^2 \cdot \frac{360 - 75}{360} = \frac{950\pi}{3}$ .

$$\text{Suy ra: } \pi r \cdot 20 = \frac{950\pi}{3} \Rightarrow r = \frac{95}{6}.$$

$$\text{Chiều cao của cái mũ là: } h = \sqrt{20^2 - \left(\frac{95}{6}\right)^2} = \frac{5\sqrt{215}}{6}.$$

$$\text{Thể tích của cái mũ là: } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{95}{6}\right)^2 \cdot \frac{5\sqrt{215}}{6} = \frac{45125\sqrt{215}\pi}{648}.$$

**Bài 46.** Thể tích của 1 viên phân là:  $\pi \cdot 0,5^2 \cdot 6 = 4,71(\text{cm}^3)$ .

Ta có:  $330 = 70 \cdot 4,71 + 0,3$  nên có thể đúc được tối đa 70 viên phân.

**Bài 47.** Gọi chiều cao mực nước dâng lên là  $x$  (cm).

$$\text{Bán kính của viên bi là: } r = \frac{x + 4,56}{2}.$$

Vì phần nước dâng lên có thể tích bằng thể tích viên bi nên:  $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{x+4,56}{2}\right)^3 = x \cdot \pi \cdot 6,12^2$ .

Sử dụng tính năng nhẩm nghiệm của MTCT ta tính được:  $x = 0,6176533847 \Rightarrow r \approx 0,59$ .

**Bài 48.** Gọi  $r$  là bán kính miệng ly,  $h$  là chiều cao (phần hình nón) của ly.

$$\text{Thể tích của ly là: } V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h.$$

$$\text{Thể tích của lượng nước đổ vào là: } V_n = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{r}{3}\right)^2 \cdot \frac{h}{3} = \frac{1}{81} \cdot \pi r^2 h.$$

$$\text{Thể tích còn lại của cốc là: } \frac{26}{81} \pi r^2 h \quad (1)$$

Gọi  $h - k$  là chiều cao của nước khi úp ngược lại.

Thể tích còn lại của cốc là:  $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{h}{k} \cdot r\right)^2 \cdot k$  (sử dụng tam giác đồng dạng) (2).

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{1}{3} \pi r^2 \frac{h^2}{k^3} = \frac{26}{81} \pi r^2 h \Rightarrow \frac{k}{n} = \frac{\sqrt[3]{26}}{3} \Rightarrow \frac{h-k}{h} = \frac{3-\sqrt[3]{26}}{4}$

**Bài 49.** Ta có:  $abc = 1,296$ .

Diện tích của phần kính dùng để làm bể cá

$$\text{là: } S = ab + 2ac + 3bc \stackrel{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{ab \cdot 2ac \cdot 3bc} = 3\sqrt[3]{6 \cdot a^2 b^2 c^2} = \frac{9\sqrt[3]{36}}{5}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } S = ab = 2ac = 3bc \Rightarrow \begin{cases} b = 2c \\ a = 3c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1,8 \\ b = 1,2 \\ c = 0,6 \end{cases}$$

**Bài 50.** Chiều cao của cái gàu là:  $h = \sqrt{4^2 - 1,5^2} = \frac{\sqrt{55}}{2} (dm)$

Thể tích của cái gàu là:  $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 1,5^2 \cdot \frac{\sqrt{55}}{2} = 8,732573719 (dm^3)$ .

Suy ra cần múc ít nhất 28 lần để đổ đầy cái thùng có thể tích 240 lít.

**Bài 51.** Diện tích xung quanh của hình nón là:  $S = \pi r l$ , mà ta lại có:  $S = \frac{\pi l^2}{3}$ .

$$\text{Suy ra: } \pi r l = \frac{\pi l^2}{3} \Leftrightarrow r = \frac{l}{3}$$

$$\text{Do đó: } \sin \varphi = \frac{r}{l} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{3}.$$

**Bài 52.** Thể tích khối lăng trụ lớn nhất khi diện tích đáy của nó lớn nhất.

$$\text{Diện tích đáy của lăng trụ là: } S(x) = \frac{1}{2} (60 - 2x) \cdot \sqrt{x^2 - (30 - x)^2} = (30 - x) \sqrt{60x - 900}$$

Sử dụng MTCT ta tính được:  $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$

Nếu để ý một chút bạn đọc sẽ thấy chỉ có đáp án A thoả mãn vì các đáp án B, C,

D  $2x \geq 60$ .

**Bài 53.** Gọi  $r$  là bán kính khối nón,  $h$  là chiều cao của khối nón. Không mất tính tổng quát ta có thể xem  $R = 1$ . Ta có:  $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{1 - r^2}$

Do diện tích xung quanh của hình nón bằng diện tích phần hình quạt đem quấn

$$\text{nên: } \pi R^2 \cdot \frac{x}{2\pi} = \pi r R \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pi r \Leftrightarrow r = \frac{x}{2\pi}.$$

$$\text{Thể tích của khối nón là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2}$$

$$\text{Đặt } \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = y (y > 0) . \text{ Xét hàm số: } g(y) = y\sqrt{1-y} , \text{ ta có: } g'(y) = \sqrt{1-y} - \frac{1}{2\sqrt{1-y}} y.$$

$$\text{Suy ra: } g'(y) = 0 \Leftrightarrow 2(1-y) = y \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Do đó: } \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}.$$

**Bình luận:** Nếu bạn đọc tính theo  $R$  thì bài toán sẽ khó khăn và phức tạp hơn rất nhiều.

**Bài 54.** Gọi độ dài của hàng rào xây bằng xi măng là  $x$  ( $x > 5$ ) và độ dài hai hàng rào vuông góc với nó là  $y$ .

$$\text{Vì diện tích khu đất rào được bằng } 600\text{m}^2 \text{ nên: } xy = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x}.$$

$$\text{Độ dài dây thép để làm hàng rào là: } (x-5) + 2y = x - 5 + 2 \cdot \frac{600}{x} = x + \frac{1200}{x} - 5$$

$$\text{Suy ra tổng chi phí là: } f(x) = \left(x + \frac{1200}{x} - 5\right) \cdot 14000 + x \cdot 28000 = 42000x + \frac{16800000}{x} - 70000$$

$$\text{Theo bất đẳng thức } AM-GM \text{ ta có: } f(x) \geq 2\sqrt{42000x \cdot \frac{16800000}{x}} + 5 = 1610000.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } 42000x = \frac{16800000}{x} \Leftrightarrow x = 20$$

$$\text{Suy ra chu vi của khu đất là: } 2(x + y) = 2 \cdot \left(20 + \frac{600}{20}\right) = 100(m).$$

**Bài 55.** Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

$$\text{Dài dây ruy băng khi đã thắt nơ là: } 160 - 40 = 120 \text{ (cm).}$$

$$\text{Ta có: } (2x + y) \cdot 4 = 120 \Leftrightarrow y = 30 - 2x.$$

Thể tích của hộp quà là:

$$V(x) = \pi x^2 (30 - 2x) = \pi [x \cdot x (30 - 2x)] \leq \pi \cdot \frac{[x + x + (30 - 2x)]^3}{27}$$

$$\Leftrightarrow V(x) \leq 1000\pi.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } x = 30 - 2x \Leftrightarrow x = 10(\text{cm}).$$

**Bài 56.** Gọi chiều dài và chiều rộng của đáy khối gỗ lần lượt là  $x$  và  $y$ .

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 + y^2} = 2r \Rightarrow x^2 + y^2 = 1.$$

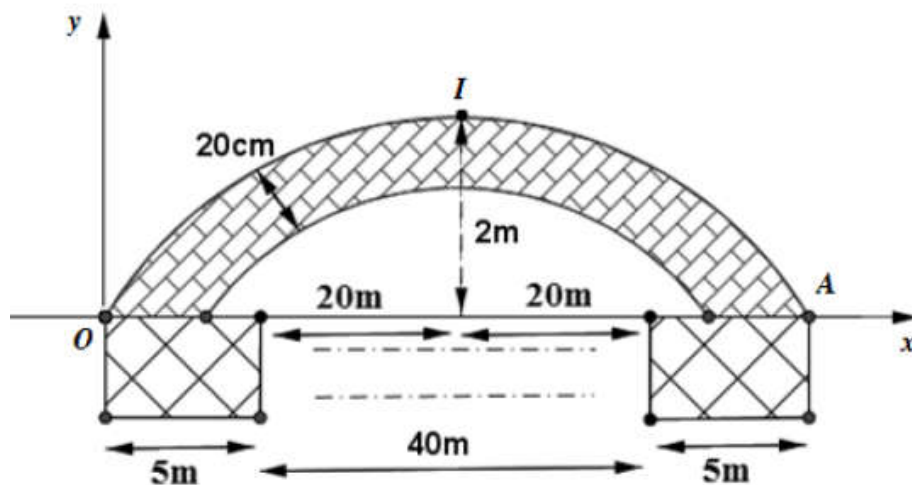
Thể tích của khối gỗ lớn nhất khi diện tích đáy của nó lớn nhất, tức là:  $xy$  lớn nhất.

$$\text{Theo bất đẳng thức } AM-GM \text{ ta có: } xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra thể tích lớn nhất của khối gỗ sau khi cưa xong là:  $V = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4(m^3)$ .

**Bài 57.**



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ. Gọi parabol đi qua điểm  $I$  là  $(P_1)$  và có phương trình:  $y = ax^2 + bx + x$ . Do  $(P_1)$  đi qua gốc tọa độ nên  $(P_1): y = ax^2 + bx$

Sử dụng tiếp dữ kiện  $(P_1)$  đi qua  $I$  và  $A$  ta suy ra  $(P_1): y = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x$

Do đó parabol phía dưới có phương trình là  $(P_2): y = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x - \frac{1}{5}$ .

Khi đó diện tích mỗi nhịp cầu là  $S = 2S_1$  với  $S_1$  phần diện tích giới hạn bởi các parabol  $(P_1)$  và  $(P_2)$  trong khoảng  $(0;25)$ .

$$\text{Suy ra: } S = 2 \left[ \int_0^{0,2} \left( -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x \right) dx + \int_{0,2}^{25} \frac{1}{5} dx \right] = 9,9(m^2).$$

Thể tích của mỗi nhịp cầu là:  $V_1 = S \cdot 0,2 = 9,9 \cdot 0,2 = 1,98(m^3)$ .

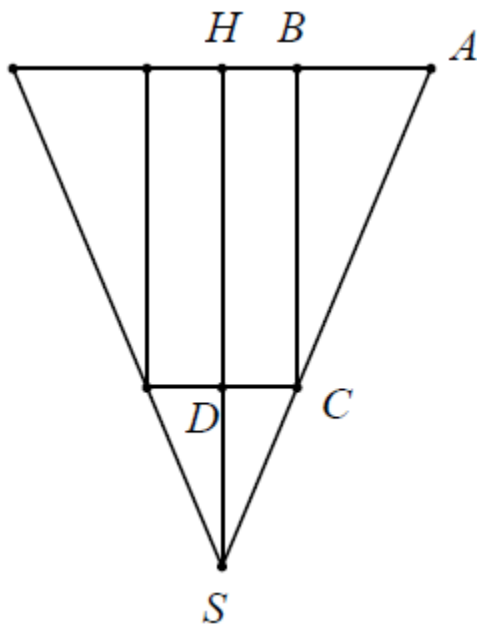
Suy ra lượng bê tông để xây dựng các nhịp cầu là:  $2 \cdot (1,98 \cdot 10) = 39,6(m^3)$  (\*).



Do làm tròn đến hàng đơn vị nên ta cần  $40m^3$

**Chú ý:** Tại (\*) chúng ta nhân 2 vì là chúng ta phải xây dựng cả hai bên cầu.

**Bài 58.**



Gọi bán kính đáy của hình nón là  $R$ , ( $R > 0$ ). Suy ra chiều cao của hình nón là  $3R$  chiều cao của hình trụ là  $2R$ .

Gọi bán kính của hình trụ là  $r$  thì  $HB = \frac{r}{2}$ .

Ta có:  $\frac{DC}{AH} = \frac{SD}{SH} \Rightarrow r = \frac{R}{3}$ .

Do thể tích của khối trụ bằng  $\frac{16}{9}\pi$  nên ta có:  $\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot 2R = \frac{16}{9}\pi \Leftrightarrow R = 2$

Suy ra đường sinh của hình nón là:  $l = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$ .

Diện tích xung quanh của hình nón là:  $\pi Rl = \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10}\pi (dm^2)$ .

**Bài 59.** Gọi  $m$  là số mảnh da ngũ giác,  $n$  là số mảnh da lục giác (để cho thuận tiện tác giả gọi mảnh da ngũ giác là mảnh da đen, mảnh da lục giác là mảnh da trắng).

Số mảnh da của quả bóng là:  $M = m + n$ .

Mỗi mảnh da đen tiếp xúc với 5 mảnh da trắng nên số đường khâu ghép giữa các mảnh da đen và các mảnh da trắng là  $5m$  (1).

Mỗi mảnh da trắng tiếp xúc với 3 mảnh da đen nên số đường khâu ghép giữa các mảnh da trắng và các mảnh da đen là  $3n$  (2).

Từ (1) và (2) ta có:  $5m = 3n \Leftrightarrow m = \frac{3n}{5}$ .

Suy ra số mảnh da của quả bóng là:  $m + n = \frac{3n}{5} + n = \frac{8n}{5}$ .

Số đường khâu ghép giữa các mảnh da trắng với nhau là  $\frac{3n}{2}$ . Vì cứ mỗi mảnh da trắng này lại tiếp xúc với 3 mảnh da trắng khác và mỗi đường khâu ghép ta đã đếm 2 lần.

Tổng số đường khâu ghép trên quả bóng là: *Số đường khâu giữa các mảnh da cùng màu* + *Số đường khâu giữa các mảnh da khác màu* =  $3n + \frac{3n}{2} = \frac{9n}{2}$ .

Số đỉnh của tất cả các mảnh da là  $5m$  hay  $3n$  (bằng tổng tất cả các đỉnh của các mảnh da đen).

Theo công thức Euler ta có: *Số đỉnh* + *Số mặt* = *Số cạnh* + 2 nên ta có:

$$3n + \frac{8n}{5} = \frac{9n}{2} + 2 \Leftrightarrow \frac{1}{10}n = 2 \Rightarrow m = \frac{3 \cdot 20}{5} = 12.$$

**Bài 60.** Gọi  $R$  và  $h$  theo thứ tự là bán kính và chiều cao của cái phễu.

Thiết diện song song với đáy phễu, qua tâm của viên gạch là hình tròn bán kính  $R_1 = \sqrt{3}$ .

$$\text{Ta có: } \frac{R_1}{R} = \frac{h - \sqrt{2}}{h} \Rightarrow \frac{h - \sqrt{2}}{h} R = \sqrt{3} \quad (1)$$

Thiết diện song song với đáy phễu, chứa cạnh đối diện với cạnh nằm trên đáy phễu là hình tròn có bán kính  $R_2 = 1$ .

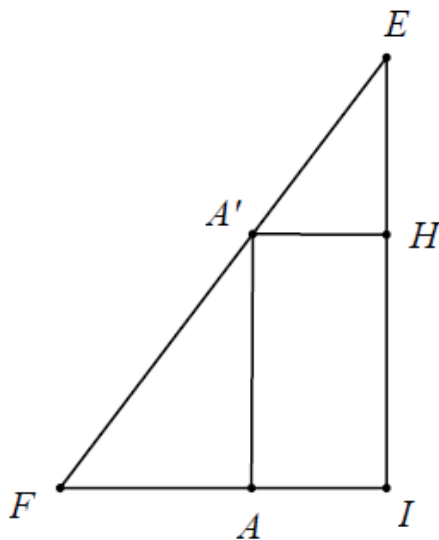
$$\text{Ta có: } \frac{R_2}{R} = \frac{h - \sqrt{2}}{h} \Rightarrow \frac{h - 2\sqrt{2}}{h} R = 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \frac{h - \sqrt{2}}{h - 2\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2} \text{ và } R = 2\sqrt{3} - 1$$

$$\text{Thể tích còn lại trong phễu là: } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h - 2^3 = 22,27$$

$$\text{Bài 61. } V = 50 \cdot 20 \cdot 10 - 10 \cdot 20 \cdot 1 - 49 \cdot 20 \cdot 1 = 8820 \text{ (lít)}$$

**Bài 62.**



Gọi  $I$  là tâm hình vuông  $ABCD$ ,  $H$  là tâm của hình vuông  $A'B'C'D'$ ,  $EF$  là đường sinh đi qua như hình vẽ bên.

Do hình lập phương có thể tích bằng 1 nên ta có:  $AA' = HI = 1$ ,  $A'H = AI = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Đặt  $EH = x$  ta có:  $\frac{x}{EI} = \frac{A'H}{FI} \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{\sqrt{2}}{2FI} \Leftrightarrow FI = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{x+1}{x} \right) (=r)$ .

Thể tích khối nón là:  $\frac{1}{3} \pi r^2 EI = \frac{1}{6} \pi \left( \frac{x+1}{x} \right)^2 (x+1) = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{(x+1)^3}{x^2}$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}$  trong đó  $x > 0$  ta có  $f'(x) = \frac{(x-2)(x+1)^2}{x^3}$ . Do đó thể tích khối

nón đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi  $x = 2$ . Thể tích khối nón khi đó là:  $\frac{9\pi}{8}$

**Bài 63.** Diện tích hình thang nhỏ nhất khi  $S = S_{AEH} + S_{CGF} + S_{DGH}$  lớn nhất.

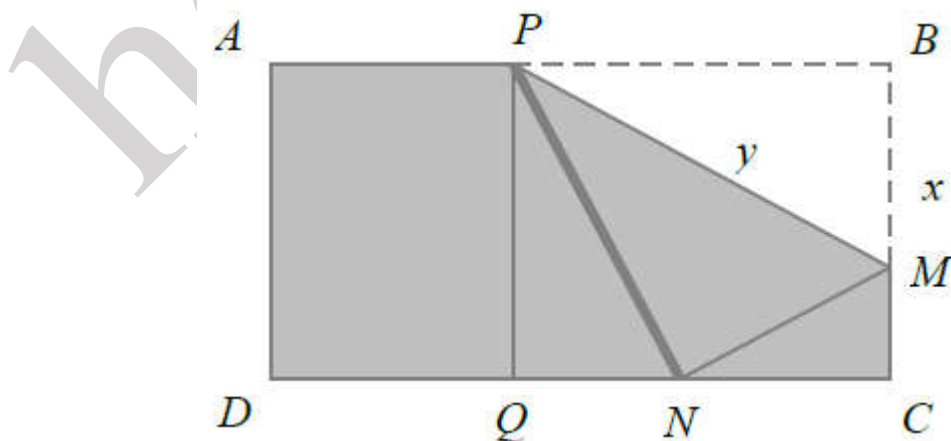
Ta có:  $2S = 2x + 3y + (6-x)(6-y) = xy - 4x - 3y + 36$  (1)

Mà hai tam giác  $AEH$  và  $CGF$  đồng dạng nên  $\frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \Rightarrow xy = 6$  (2)

Thay (2) vào (1) ta có:  $2S = 42 - \left( 4x + \frac{18}{x} \right)$   $2S$  lớn nhất khi  $4x + \frac{18}{x}$  nhỏ nhất

Suy ra:  $4x = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2} \Rightarrow x + y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

**Bài 64.**



Gọi các điểm như hình vẽ, kẻ  $PQ$  vuông góc với  $CD$ . Để  $N$  chạm đáy  $CQ$  thì  $MB > MC$  nên  $x > 4$ .

Hai tam giác  $MNC$  và  $NPQ$  đồng dạng nên ta

$$\text{có: } \frac{MN}{NP} = \frac{NC}{PQ} \Rightarrow \frac{x}{PB} = \frac{NC}{8} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{y^2 - x^2}} = \frac{\sqrt{x^2 - (8-x)^2}}{8}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{x^3}{x-4}$$

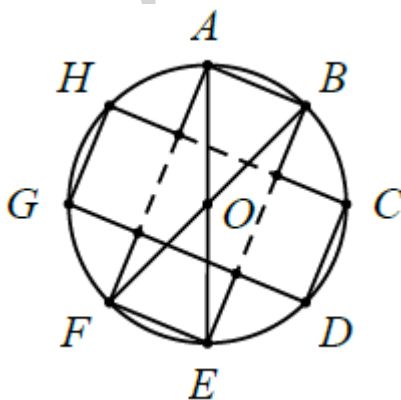
Ta chú ý thêm điều kiện  $PB \leq AB = 12 \Rightarrow \sqrt{y^2 - x^2} \leq 12 \Rightarrow 18 - 6\sqrt{5} \leq x \leq 18 + 6\sqrt{5}$

Suy ra:  $18 - 6\sqrt{5} \leq x \leq 8$ .

Xét hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{x-4}$  ta có:  $f'(x) = \frac{2x^2(x-6)}{(x-4)^2}$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$

Ta suy ra:  $\min y = \sqrt{f(6)} = 6\sqrt{3}$

### Bài 65.



Gọi  $O$  là tâm của miêng bìa. Ta có:  $AOB = 45^\circ$

$$\text{Suy ra: } AB = 2 \cdot AO \cdot \sin 22,5^\circ = 40 \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{2}} = 20\sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$$BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{40^2 - (20\sqrt{2 - \sqrt{2}})^2} = 20\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

Chiều cao của cái hộp gấp được là:

$$h = \frac{1}{2}(BE - AB) = 10(\sqrt{2 + \sqrt{2}} - \sqrt{2 - \sqrt{2}}).$$

$$\Rightarrow h = 10\sqrt{2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}} = 10\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$

Thể tích của hộp gấp được là:  $V = AB^2 h = 4000(2 - \sqrt{2})\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$ .

**Bình luận:** Nếu bạn đọc sử dụng định lý hàm số cos để tính  $AB$  thì sẽ đơn giản hơn một chút.

**Bài 66.** Gọi  $x$  là bán kính viên bi. Điều kiện:  $0 < 2x < 10 \Leftrightarrow 0 < x < 5$ .

Thể tích viên bi là:  $V_{bi} = \frac{4}{3}\pi x^3$

Thể tích của khối nước hình chỏm cầu khi chưa thả viên bi vào

$$\text{là: } V_1 = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right) = 16\pi \left( 10 - \frac{4}{3} \right) = \frac{416\pi}{3}$$

Thể tích của khối nước hình chỏm cầu khi thả viên bi vào là:

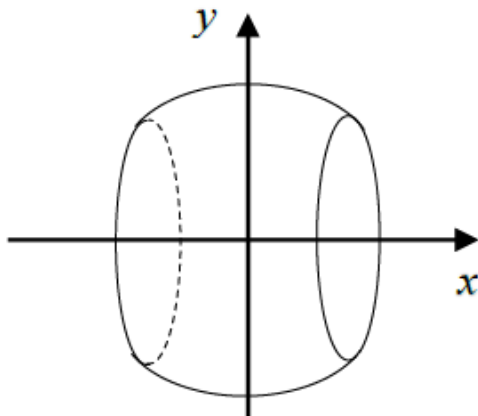
$$V_2 = \pi(2x)^2 \left( R - \frac{2x}{3} \right) = \frac{4\pi x^2(30 - 2x)}{3}$$

Ta có phương

$$\begin{aligned} \text{trình: } V_2 - V_1 = V_{bi} &\Leftrightarrow \frac{4\pi x^2(30 - 2x)}{3} - \frac{416\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi x^3 \Leftrightarrow 4\pi x^2(30 - 2x) - 416\pi = 4\pi x^3 \\ &\Leftrightarrow 3x^3 - 30x^2 + 104 = 0(1). \end{aligned}$$

Giải phương trình (1) được ba nghiệm sau đó so sánh với điều kiện và làm tròn đến hàng đơn vị ta được  $x = 2$ .

**Bài 67.** Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.



Thể tích của cái chum là thể tích của hình giới hạn bởi đường tròn có phương trình  $y = \sqrt{25 - x^2}$  và các đường thẳng  $x = \pm 3$  khi quay xung quanh trục  $Ox$ .

$$\text{Suy ra: } V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = 132\pi.$$

**Bài 68.** Gọi  $h$  là khoảng cách từ bóng đèn đến mặt bàn.

$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \frac{h}{l} \text{ và } h^2 = l^2 - 2.$$

$$\text{Suy ra cường độ sáng ở mép bàn là: } C = C(h) = c \frac{h}{l^3} = \frac{ch}{(\sqrt{h^2 + 2})^3}$$

$$\text{Ta có: } C(1) = \frac{c}{(\sqrt{3})^3}; C(1,2) = \frac{1,2c}{(\sqrt{3,44})^3}; C(1,5) = \frac{1,5c}{(\sqrt{4,25})^3}; C(2) = \frac{2c}{(\sqrt{6})^3}$$

Suy ra  $h = 1$  m thì cường độ sáng ở mép bàn là lớn nhất.

**Bài 69.** HD: Diện tích xung quanh của cái hộp bằng diện tích của miếng bìa.

**Bài 70.** Bán kính của đáy lọ là:  $R = r + 2r = 3r$ .

$$\text{Diện tích của đáy lọ là: } s = \pi R^2 = \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$$

**Bài 71.** Ta có:  $\frac{h}{y} = 4 \Rightarrow h = 4y$

Do thể tích của hồ ga là nên ta có:  $xyh = 3 \Rightarrow xy4y = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4y^2}$

Tổng diện tích của các mặt cần xây là:

$$xy + 2xh + 2yh = \frac{3}{4y^2} \cdot y + 2 \cdot \frac{3}{4y^2} \cdot 4y + 2y \cdot 4y = \frac{3}{4y} + \frac{6}{y} + 8y^2 = 8y^2 + \frac{27}{4y}$$

$$\text{Ta có: } 8y^2 + \frac{27}{4y} = 8y^2 + \frac{27}{8y} + \frac{27}{8y} \stackrel{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{8y^2 \cdot \frac{27}{8y} \cdot \frac{27}{8y}} = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } 8y^2 = \frac{27}{8y} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

**Bài 72.** Gọi  $x$  là độ dài của cạnh của bốn hình vuông cắt bỏ ( $0 < x < \frac{a}{2}$ ).

Thể tích của cái hộp

$$\text{là: } V = (a - 2x)(a - 2x)x = \frac{1}{4}[(a - 2x)(a - 2x) \cdot 4x] \stackrel{AM-GM}{\leq} \frac{1}{4} \left( \frac{a - 2a + a - 2x + 4x}{3} \right)^3 = \frac{2a^3}{27}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } a - 2x = 4x \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}.$$

**Bài 73.** Gọi  $x$  là độ dài một cạnh góc vuông ( $x > 0$ ), thì độ dài cạnh huyền là  $120 - x$  và độ dài cạnh góc vuông còn lại là  $\sqrt{14400 - 240x}$ .

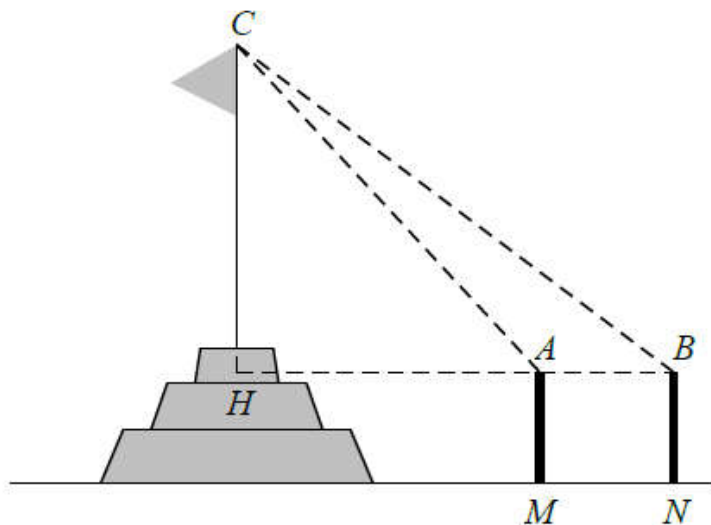
$$\text{Diện tích của miếng nhôm cắt được là: } f(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{14400 - 240x}$$

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2(14400 - 240x)} = \frac{1}{2 \cdot 120}\sqrt{120x \cdot 120x \cdot (14400 - 240x)}$$



Suy ra  $f(x)$  lớn nhất khi  $120x = 14400 - 240x \Leftrightarrow x = 40$  do đó cạnh huyền bằng 80 cm thì diện tích của miếng nhôm là lớn nhất.

**Bài 74.**



Gọi  $H$  là giao điểm của  $AB$  với tim cột cờ. Ta cần tính chiều cao của cột cờ tức là tính  $HC$ .

Xét tam giác  $ABC$  ta có:  $C = A - B = 6^{\circ}10'12''$

Theo định lý hàm sin trong tam giác  $ABC$  ta có:  $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{10 \cdot \sin 45^{\circ}39'}{\sin 6^{\circ}10'12''}$

Ta có:  $HC = AC \cdot \sin CAH = AC \cdot \sin 51^{\circ}49'12''$

$$\Leftrightarrow HC = \frac{10 \sin 45^{\circ}39' \sin 51^{\circ}49'12''}{\sin 6^{\circ}10'12''} \approx 52,30(m).$$

**Bài 75.** Đặt  $HM = x, (0 \leq x \leq 4,1)$ . Suy ra :  $AM = \sqrt{x^2 + 1,44}, BN = \sqrt{(4,1-x)^2 + 2,25}$ .

Gọi  $a$  là số tiền để làm 1 km đường bên bờ có điểm  $A$ . Không mất tính tổng quát giả sử  $a = 1$  thì số tiền để làm đường là:  $f(x) = 1 \cdot \sqrt{x^2 + 1,44} + 1,3 \cdot \sqrt{(4,1-x)^2 + 2,25}$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1,44}} + 1,3 \cdot \frac{4,1-x}{\sqrt{(4,1-x)^2 + 2,25}}$$

Sử dụng MTCT ta tính được  $f'(x) = 0$  khi  $x \approx 2,630356850 = x_0$ .

Suy ra:  $HM = 2,630$  (km).

**Bài 76.** Diện tích mặt cắt của ống là:  $S = \pi R^2 - \pi r^2$  với  $r = 0,0075$  (m) và  $R = 0,0095$  (m).

Thể tích của phần thép tạo nên một ống là:  $V = 6S(m^3)$

Khối lượng mỗi ống thép là:  $m = 7800 \cdot V(\text{kg})$ .

Suy ra số ống thép có thể tạo ra từ 10 tấn thép nguyên liệu là:  $\frac{10000}{7800V} \approx 2000$  (ống)

**Bài 77.** Ta có:  $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot h \Leftrightarrow S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} \Leftrightarrow S_{tp} = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}$ .

Theo bất đẳng thức *AM-GM* ta có:  $S_{tp} = 2\pi R^2 + \frac{V}{R} + \frac{V}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2 \cdot \frac{V}{R} \cdot \frac{V}{R}} \Rightarrow S_{tp} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$

Đẳng thức xảy ra khi:  $2\pi R^2 = \frac{V}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

**Bài 78.** Thể tích của lon sữa là:  $V = 10 \cdot \pi 3^2 = 90\pi(\text{cm}^3)$

Bán kính đáy của lon sữa mới là:  $8 \cdot \pi R^2 = 90\pi \Rightarrow R = \frac{\sqrt{45}}{2}(\text{cm})$

**Bài 79.** Thể tích của lượng vữa cần trát thêm vào mỗi cột

là:  $V = 400 \left[ \pi 21^2 - 6 \left( \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ \right) \right] = 138203,8062(\text{cm}^3)$

Thể tích xi măng tương ứng là:  $V' = (10V) \cdot 80\% = 1105630,449(\text{cm}^3)$

Số lượng bao xi măng cần dùng là:  $\frac{V'}{64000} = 17,27547577$  suy ra cần dùng 18 bao xi măng.

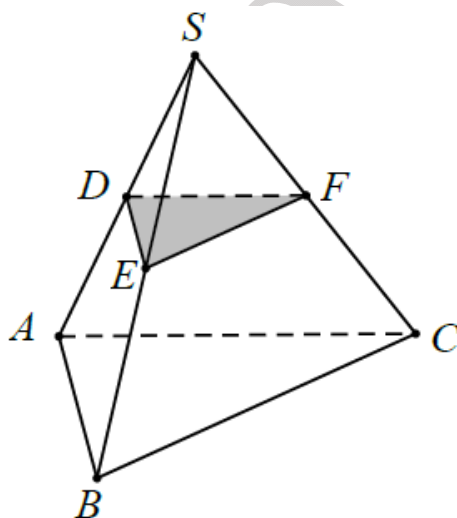
**Bài 80.** Diện tích của đáy hộp là:  $\frac{4800}{12} = 400(\text{cm}^2)$

Suy ra cạnh của đáy của hộp là: 20 (cm).

Cạnh của tấm bìa hình vuông là:  $20 + 2.12 = 44$  (cm).

**Bài 81.** Số khối lập phương nhỏ được sơn đỏ 2 trong số 6 mặt là:  $8, 12 = 96$  (khối).

**Bài 82.**



Gọi  $(DEF)$  là thiết diện cắt của viên đá. Ta có:  $\frac{V_{S.DEF}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2}$ .

Suy ra:  $\frac{SD}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{SD}{SA}\right)^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{SD}{SA} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Do đó:  $\frac{DE}{AB} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow DE = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$

Để thấy  $DEF$  là tam giác đều nên:  $S_{DEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4\sqrt[3]{4}}$

**Bài 83.** Ta có:  $2\pi R = a \Leftrightarrow R = \frac{a}{2\pi}$ .

**Đáp án.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	A	B	C	A	A	D	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	A	A	A	B	B	A	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	B	B	A	D	C	C	D	B	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	B	C	D	D	B	D	B	B	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	A	C	B	A	D	C	A
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
D	A	B	B	B	A	C	B	A	A
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
A	A	C	C	C	A	A	A	C	C
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
C	D	C	C	B	B	A	A	B	C
81	82	83							
D	D	C							