ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z=3-4i$. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là 3 và -4.

B. Môđun của số phức z là 5.

C. Số phức liên hợp của z là $-3+4i$.

D. Biểu diễn số phức z lên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(3;-4)$.

Lời giải

$z=3-4i$ có số phức liên hợp là $\overline{z}=3+4i$ **chọn C**

Câu 2. Tìm phần ảo của số phức z biết $\overline{z}=\left(\sqrt{3}+i\right)^2\left(\sqrt{3}-i\right)$.

A. $4\sqrt{3}$. B. $-4\sqrt{3}$. C. 4. D. -4.

Lời giải.

$\overline{z}=\left(\sqrt{3}+i\right)^2\left(\sqrt{3}-i\right)=4\sqrt{3}+4i \Rightarrow z=4\sqrt{3}-4i$ **chọn D**

Câu 3. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(9-x)\le 3$.

A. 8. B. 7. C. 6. D. 9.

Lời giải.

ĐK $x<9$ bất phương trình tương đương $9-x\le 2^3 \Leftrightarrow x\ge 1$ Vậy $1\le x<9$

Số nghiệm nguyên la 8 **chọn A**

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\log_2(1+2^x)$. Tính giá trị $S=f'(0)+f'(1)$.

A. $S=\frac{7}{6}$. B. $S=\frac{7}{5}$. C. $S=\frac{6}{5}$. D. $S=\frac{7}{8}$.

Lời giải.

$f'(x)=\frac{2^x\ln 2}{(1+2^x)\ln 2}=\frac{2^x}{1+2^x}\Rightarrow S=f'(0)+f'(1)=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$ **chọn A**

Câu 5. Cho số phức $z=1+2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $M(3;3)$. B. $N(2;3)$. C. $P(-3\,;\,3)$. D. $Q(3;2)$.

Lời giải.

$w=z+i\overline{z}=1+2i+i(1-2i)=3+3i\Rightarrow M(3,3)$ **chọn A**

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x(1+e^{-x})$.

A. $\int f(x)dx=e^x+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+x+C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{-x} + C$.

Lời giải.

$f(x) = e^x(1+e^{-x}) = e^x + 1 \Rightarrow \int (e^x+1)dx = e^x + x + C$ **chọn B**

Câu 7. Cho hàm số $y = \dfrac{x+3}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ $D = R \mid \{1\}$ $f'(x) = \dfrac{4}{(1-x)^2} > 0\, \forall x \in D$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn D**

Câu 8. Hàm số $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$. Biết rằng hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại duy nhất điểm x_0. Tìm x_0.

A. $x_0 = 0$. **B.** $x_0 = 1$. C. $x_0 = 2$. D. $x_0 = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

TXĐ $D = [0;2]$ $f'(x) = \dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ $\forall x \in (0,2)$, $f(0) = f(2) = 0;\ f(1) = 1$

Hàm số đạt GTLN tại $x = 1$ **chọn B**

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = x^3 + mx^2 + x + 1$. Gọi k là hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có hoành độ $x = 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $k.f(-1) < 0$.

A. $-2 < m < 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq -2$. D. $m > 2$.

Lời giải

TXĐ $D = R$, $f'(x) = 3x^2 + 2mx + 1 \Rightarrow k = f'(1) = 2m + 4$ **;** $f(-1) = m - 1$

$k.f(-1) < 0 \Leftrightarrow (m+2)(m-1) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$ **Chọn A**

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+1}{x-m}$ với tham số $m\neq 0$. Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây ?

A. $2x+y=0$; **B.** $y=2x$; C. $x-2y=0$; D. $x+2y=0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số luôn có hai tiệm cận là $x=m, y=2m$. Giao điểm của hai tiệm cận $I(m;2m)$ với $m\neq 0$

Từ đó giao điểm hai tiệm cận nằm trên đường thẳng $y=2x$. **Chọn B**.

Câu 11.Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x+1$ tại ba điểm phân biệt M,N,P biết N nằm giữa M và P. Tính độ dài MP.

A. $MP=2$. B. $MP=3$. C. $MP=1$. D. $MP=4$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị $x^3-3x^2+2x+1=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Tọa độ giao điểm $M(0;1)$; $N(1;1)$; $P(2;1) \Rightarrow MP=2$ **chọn A**

Câu 12. Cho $\log_a b=2$ với a và b là các số thực dương và khác 1. Tính giá trị biểu thức $T=\log_{a^2} b^6+\log_a \sqrt{b}$.

A. $T=7$. B. $T=6$. C. $T=8$. D. $T=5$.

Lời giải

$T=\log_{a^2} b^6+\log_a \sqrt{b}=3\log_a b+\dfrac{1}{2}\log_a b=7$

Câu 13. Anh Nam đã tiết kiệm được x triệu đồng và dùng số tiền đó để mua một căn nhà nhưng thực tế giá căn nhà $1,6x$ triệu đồng. Anh Nam quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7%/ năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm anh Nam có đủ số tiền cần thiết (bao gồm cả vốn và lãi) để mua căn nhà đó? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi, anh Nam không rút tiền ra và giá bán căn nhà đó không thay đổi.

A. 7 năm. **B.** 6 năm. **C.** 8 năm. **D.** 5 năm.

Lời giải

Số tiền gửi tiết kiệm sau n năm $x.(1+7\%)^n$

Ta cần tìm n để $x.\left(1+\dfrac{7}{100}\right)^n=1,6x \Leftrightarrow n\approx 6.95$

Do đó anh Nam gửi tiết kiệm cần gửi trọn 7 kỳ hạn, tức là 7 năm

Vậy: sau 7 năm anh Nam đủ số tiền cần thiết để mua căn nhà

Câu 14. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $x=4$.Tìm diện tích S của hình phẳng (H) .

A. $S=\dfrac{16}{3}$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\dfrac{15}{4}$. **D.** $S=\dfrac{17}{3}$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng (H) $S=\int_0^4 \sqrt{x}\,dx = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big|_0^4=\dfrac{16}{3}$ **chọn A**

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+1} & khi\ \ 0\le x\le 1\\ 2x-1 & khi\ 1\le x\le 3\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)dx$.

A. $6+\ln 4$ **B.** $4+\ln 4$ **C.** $6+\ln 2$ **D.** $2+2\ln 2$

Lời giải

. $\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 \dfrac{2}{x+1}dx+\int_1^3 (2x-1)dx=2\ln|x+1|\Big|_0^1+(x^2-x)\Big|_1^3=\ln 4+6$

Chọn A

Câu 16. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}-2=0$, $abc\ne 0$, xét điểm $M=(a,b,c)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Điểm M thuộc mặt phẳng (P).

B. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của đoạn OM.

C. Mặt phẳng (P) đi qua hình chiếu của M trên trục Ox .

D. Mặt phẳng (P) đi qua hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oxz).

Lời giải

Hình chiếu của M trên mặt phẳng Ozx có tọa độ $(a;0;c)$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Chọn D.

Câu 17. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\,;\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\right),k\in\mathbb{Z}$.

C. $(-\pi+k2\pi\,;k2\pi),k\in\mathbb{Z}$. **D.** $(k2\pi\,;\pi+k2\pi),k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Tính chất của hàm số $y=\sin x$ **Chọn A.**

Câu 3. Phương trình $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Lời giải

$$\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\3x+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\3x=\pi+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{2\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}\\x=\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.$$

Vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $x=\frac{\pi}{3}$; $x=\frac{4\pi}{9}$ **Chọn B.**

Câu 19. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2018 . **D.** -2018 .

Lời giải

Xét khai triển $(1-2x)^{2018}=C_{2018}^{0}-2x.C_{2018}^{1}+(-2x)^{2}.C_{2018}^{2}+(-2x)^{3}.C_{2018}^{3}+...+(-2x)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Tổng các hệ số trong khai triển là

$S=C_{2018}^{0}-2.C_{2018}^{1}+(-2)^{2}.C_{2018}^{2}+(-2)^{3}.C_{2018}^{3}+...+(-2)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Cho $x=1$ ta có

$(1-2.1)^{2018}=C_{2018}^{0}-2.1.C_{2018}^{1}+(-2.1)^{2}.C_{2018}^{2}+(-2.1)^{3}.C_{2018}^{3}+...+(-2.1)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

$\Leftrightarrow(-1)^{2018}=S\Leftrightarrow S=1$

Chọn A.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;\ 0;\ 0)$, $N(0;\ 0;\ 4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN=10$. **B.** $MN=5$. **C.** $MN=1$. **D.** $MN=7$.

Lời giải

$\overrightarrow{MN}=(-3;4)\Rightarrow MN=5$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-3x+2z-1=0$. Véctơ $\vec{n}$ nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}=(-3;\ 2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;\ 2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(-3;\ 0;\ 2)$. **D.** $\vec{n}=(3;\ 0;\ 2)$.

Lời giải

$(P):-3x+2z-1=0\Rightarrow\vec{n}=(-3;\ 0;\ 2)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$ có bán kính $R=5.$ Tìm giá trị của $m.$

A. $m=-16.$ **B.** $m=16.$ **C.** $m=4.$ **D.** $m=-4.$

Lời giải

$R=\sqrt{1+4+4+m}=5 \Leftrightarrow m=16$

Câu 23. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3.$ Tính chiều cao h của hình lăng trụ đã cho.

A. $h=a.$ **B.** $h=3a.$ **C.** $h=9a.$ **D.** $h=\frac{a}{3}.$

Lời giải

$V=S_{ABCD}.h \Rightarrow h=\frac{V}{S_{ABCD}}=\frac{3a^3}{a^2}=3a$ **chọn B**

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(a;\ 0;\ 0),$ $B(0;\ b;\ 0)$ và $C(0;\ 0;\ c)$ với $abc\neq 0.$ Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0.$ **B.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0.$

C. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}+1=0.$ **D.** $ax+by+cz-1=0.$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$ **chọn B**

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}.$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\Delta//(\alpha).$ **B.** $\Delta\perp(\alpha).$

C. Δ cắt và không vuông góc với $(\alpha).$ **D.** $\Delta\subset(\alpha).$

Lời giải

$\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{u_\Delta}=-1-2+3=0 \Rightarrow \Delta//(\alpha)\ hay\ \Delta\subset(\alpha).$

Mặt khác $A(-1;-1;3)\in\Delta$ và $A(-1;-1;3)\in(\alpha)$ nên $\Delta\subset(\alpha).$

Chọn D

Câu 26. Cho phương trình $4x^4+2x^2-x-3=0$ $(1).$ Chọn khẳng định đúng.

A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Sử dụng chức năng TABLE của MTCT với

+ $f(X)=4X^4+2X^2-X-3$.

+ Start: -1; End: 1; Step: $0,1$.

Ta thấy giá trị $f(x)$ tại các điểm đổi dấu hai lần. Suy ra $f(x)$ ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Vậy đáp án đúng là D.

Hoặc ta cũng có $f(-1).f(0)<0; f(1).f(0)<0$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(3;13;2)$, $N(7;29;4)$, $P(31;125;16)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. M,N,P thẳng hàng, N ở giữa M và P.
B. M,N,P thẳng hàng, P ở giữa M và N.
C. M,N,P thẳng hàng, M ở giữa P và N.
D. M,N,P không thẳng hàng.

Lời giải

$\overrightarrow{MP}=(28;112;14)$, $\overrightarrow{MN}=(4;16;2)$. Ta thấy $\overrightarrow{MP}=7\overrightarrow{MN}$ nên N ở giữa M và P. **Chọn A.**

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x=0$ và mặt cầu $(S'): x^2+y^2+z^2-2x+z=0$. Kí hiệu I là tâm của (S), I' là tâm của (S'). Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. I nằm bên ngoài mặt cầu (S').

B. I' nằm bên ngoài mặt cầu (S).

C. Đường thẳng II' vuông góc với mặt phẳng có phương trình $z=1$.

D. Khoảng cách II' bằng 2.

Lời giải

. $I=(1;0;0)$, $I'=\left(1;0;-\frac{1}{2}\right)$ nên thấy ngay C đúng. $R=1, R'=\frac{\sqrt{5}}{2}$. $II'=\frac{1}{2}$ **Chọn C.**

Câu 29. Một hình trụ có bán kính đáy $r=5cm$, chiều cao $h=7cm$. Tính diện tích S_{xq} xung quanh của hình trụ.

A. $S_{xq}=35\pi(cm^2)$.
B. $S_{xq}=70\pi(cm^2)$.
C. $S_{xq}=\frac{70}{3}\pi(cm^2)$.
D. $S_{xq}=\frac{35}{3}\pi(cm^2)$.

Lời giải

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.5.7 = 70\pi\left(cm^2\right)$. **Chọn B**

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1,\ n = 1,2,...$ Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.

A. $u_1 = 6, q = 5.$ **B.** $u_1 = 5, q = 4.$ **C.** $u_1 = 4, q = 5.$ **D.** $u_1 = 5, q = 6.$

Lời giải

Ta có $u_1 = S_1 = 4$ và $u_2 = S_2 - S_1 = 20.$ Suy ra $q = \dfrac{u_2}{u_1} = 5.$ **Chọn C.**

Thông hiểu và vận dụng

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $z - (2+3i)\overline{z} = 1 - 9i$. Tìm tích phần thực và phần ảo của số phức z.

A. -1 **B.** 2 **C.** -2 **D.** 1

Lời giải

Gọi $z = a + bi \quad (a,b \in R)$

$z - (2+3i)\overline{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2+3i)(a-bi) = 1 - 9i$

$-a - 3b + (3b - 3a)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3a = 1 \\ 3b - 3a = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a.b = -2$ **chọn C**

Câu 32. Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$ và $g(x) = \dfrac{ax+1}{x+2}$ với $a \neq \dfrac{1}{2}$.Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4.

A. $a = 1.$ B. $a = 6.$ **C.** $a = 3.$ D. $a = 4.$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ có hai tiệm cận là $x = -1$ và $y = 2$. Tương tự đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+1}{x+2}$ có hai tiệm cận là $x = -2$ và $y = a$. Bốn đường tiệm cận này tạo thành hình chữ nhật có hai kích thước là 1 và $|a-2|$ nên có diện tích là $|a-2|$. Từ giả thiết có $|a-2| = 4 \Rightarrow a = 6$ hoặc $a = -2$. **Chọn B.**

Câu 33.Xác định số thực dương m để tích phân $\int_0^m (x - x^2)dx$ có giá trị lớn nhất.

A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Lời giải

$$P = \int_0^m (x - x^2)dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^m = \frac{m^2}{2} - \frac{m^3}{3}$$

$$f(m) = \frac{m^2}{2} - \frac{m^3}{3} \Rightarrow f'(m) = m - m^2 \Rightarrow f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = 1$$

Lập bảng biến thiên suy $f(m)$ đạt GTLN tại $m=1$

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$ .Tìm tất cả các giá thực của tham số m thỏa mãn $f(x)\le m$ với mọi $x\in[-1;1]$.

A. $m=\sqrt{2}.$ **B.** $m\ge\sqrt{2}.$ C. $m<\sqrt{2}.$ D. $m<0.$

Lời giải

TXĐ $D=\left[-1;1\right]$ Ta có

$$y'=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}=1-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}},\ y'=0\Leftrightarrow x=\sqrt{1-x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2=1-x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$f(1)=f(-1)=0,f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}$. Từ đó $\max y=\sqrt{2}$.

Bất đẳng thức $f(x)\le m$ đúng vỡi mọi $x\in[-1;1]\Leftrightarrow \max y=\sqrt{2}\le m$. **Chọn B.**

Câu 35. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $xy=4$, $x=0$, $y=1$ và $y=4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục tung.

A. $V=8\pi.$ B. $V=10\pi.$ C. $V=12\pi.$ D. $V=16\pi.$

Lời giải

$$V=\pi\int_1^4\left(\frac{4}{y}\right)^2dy=16\pi\int_1^4\frac{1}{y^2}dy=12\pi$$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y=\frac{2x-m}{x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ và hàm số $y=\frac{-2x-m}{x+2}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Ta có với $y=\frac{2x-m}{x+1}$ thì $y'=\frac{2+m}{(x+1)^2}$ và với $y=\frac{-2x-m}{x+2}$ thì $y=\frac{m-4}{(x+2)^2}$. Từ yêu cầu bài toán ta có

$2+m>0$ và $m-4<0\Rightarrow -2<m<4$. Từ đó $m\in\{-1;0;1;2;3\}$. Như thế số các giá trị nguyên của m là 5.

chọn D.

Câu 37. Tìm bộ ba số nguyên dương $(a;b;c)$ thỏa mãn

$$\log 1+\log(1+3)+\log(1+3+5)+\ldots+\log(1+3+5+\ \ldots+19)-2\log(7!)=a+b\log 2+c\log 3$$

A. (2; 6; 4) B. (1; 3; 2) C. (2; 4; 4) D. (2; 4; 3)

Lời giải

$\log 1+\log(1+3)+\log(1+3+5)+\ ...\ +\log(1+3+5+\ ...\ +19)-2\log(7!)=a+b\log 2+c\log 3$

$\Leftrightarrow \log 1+\log 4+\log 9+\ ...\ +\log 100-2\log(7!)=a+b\log 2+c\log 3$

$\Leftrightarrow 2\log(10!)-2\log(7!)=a+b\log 2+c\log 3$

$\Leftrightarrow 2\log\dfrac{10!}{7!}=a+b\log 2+c\log 3$

$\Leftrightarrow 2\log(10.9.8)=a+b\log 2+c\log 3$

$\Leftrightarrow 2+6\log 2+4\log 3=a+b\log 2+c\log 3 \Rightarrow (a;b;c)=(2;6;4)$ **chọn A**

Câu 38. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$ với m là tham số thực khác 0. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $3x+3y-8=0$.

A. $m=5$. B. $m=2$. C. $m=6$. D. $m=4$.

Lời giải

TXĐ $D=R$, $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Tọa độ 2 điểm cực trị là $A(0;m)$; $B(2;\ m-4)$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G(\dfrac{2}{3};\ \dfrac{2m-4}{3})$

Điểm G thuộc đường thẳng: $3x+3y-8=0$ nên: $2+2m-4-8=0 \Leftrightarrow m=5$ **Chọn A**

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+y-2z-6=0$ và mặt phẳng (P') có phương trình $-x-y+2z+2=0$. Xác định tập hợp tâm các mặt cầu tiếp xúc với (P) và tiếp xúc với (P').

A. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x+y-2z-8=0$.

B. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x+y-2z+8=0$.

C. Tập hợp là hai mặt phẳng có phương trình $x+y-2z=\pm 8$.

D. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x+y-2z-4=0$.

Lời giải

Tâm mặt cầu là $I(x_0;y_0;z_0)$ thì $|x_0+y_0-2z_0-6|=|x_0+y_0-2z_0-2| \Leftrightarrow x_0+y_0-2z_0-4=0$. **Chọn D.**

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\dfrac{1}{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}$. **C.** $V=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE}{SC} \Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3}V_{S.CBD} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$

Chọn A

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có hai cặp cạnh đối vuông góc. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Tứ diện có ít nhất một mặt là tam giác nhọn.

B. Tứ diện có ít nhất hai mặt là tam giác nhọn.

C. Tứ diện có ít nhất ba mặt là tam giác nhọn.

D. Tứ diện có cả bốn mặt là tam giác nhọn.

Lời giải

Chọn tứ diện vuông: có ba mặt là tam giác vuông; một mặt là tam giác nhọn. **chọn A**

Câu 42. Giả sử rằng, trong Đại hội thể dục thể thao tỉnh Gia Lai năm 2018 có 16 đội bóng đăng ký tham gia giải, được chia thành 4 bảng A, B, C, D, mỗi bảng gồm 4 đội. Cách thức thi đấu như sau:

Vòng 1: Các đội trong mỗi bảng thi đấu vòng tròn một lượt, tính điểm và chọn ra đội nhất của mỗi bảng.

Vòng 2 (bán kết): Đội nhất bảng A gặp đội nhất bảng C; Đội nhất bảng B gặp đội nhất bảng D.

Vòng 3 (chung kết): Tranh giải 3: Hai đội thua trong bán kết; tranh giải nhất: Hai đội thắng trong bán kết.

Biết rằng tất cả các trận đấu đều diễn ra trên sân vận động Pleiku vào các ngày liên tiếp, mỗi ngày 4 trận. Hỏi Ban tổ chức cần mượn sân vận động trong bao nhiêu ngày?

A. 5 . **B.** 6 . **C.** 7 . **D.** 8 .

Lời giải

Số trận đấu diễn ra trong vòng 1: $4.C_4^2 = 24$.

Số trận đấu diễn ra trong vòng 2: 2.

Số trận đấu diễn ra trong vòng 3: 2.

Có tất cả 28 trận đấu.

Vậy ban tổ chức cần mượn sân trong $\frac{28}{4} = 7$ ngày.

Câu 43: Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{19}{90}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Ta gọi A là biến cố "Gọi đúng số"

A_i là biến cố "Gọi đúng số lần thứ i" (i = 1, 2).

Để gọi đúng số mà không phải thử số quá 2 lần thì có 2 khả năng xảy ra :

- Gọi đúng số ngay lần thứ nhất
- Lần gọi thứ nhất sai, lần thứ hai gọi đúng số

Từ đó ta có $A = A_1 \cup \overline{A_1}A_2$.

Vì có 10 chữ số (từ chữ số 0 đến chữ số 9) nên P(A_1) $=\dfrac{1}{10}$, P($\overline{A_1}$) $=\dfrac{9}{10}$.

Sau khi gọi lần thứ nhất không đúng thì chỉ còn 9 chữ số nên P (A_2) $=\dfrac{1}{9}$.

Ta có P(A) = P(A_1) + P($\overline{A_1}$).P (A_2) = $\dfrac{1}{10}+\dfrac{9}{10}.\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{5}$.

Câu 44. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh bằng *a*, *SA* vuông góc với đáy. Biết *SC* tạo với mặt phẳng *(ABCD)* một góc 45^0. Tính Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp *S.ABCD*.

A. $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$ **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi a^3$ **C.** $V=\dfrac{2}{3}\pi a^3$ **D.** $V=\pi a^3$

Lời giải

Góc giữa SC và (ABCD) là góc SCA bằng 45^0. Suy ra tam giác SAC vuông cân tại A nên SC= 2a. Dễ thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp là trung điểm SC. Bán kính $R=\dfrac{SC}{2}=a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD là: $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **Chọn A.**

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, tập hợp các điểm có tọa độ $(x;y;z)$ sao cho $-1\le x\le 3, -1\le y\le 3, -1\le z\le 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tìm tọa độ của tâm đối xứng đó.

A. $(0;0;0)$ B. $(2;2;2)$ C. $(1;1;1)$ D. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B vì dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có hoành độ (tung độ, cao độ) là $\dfrac{3-(-1)}{2}=2$.

Vận dụng cao

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(1;7;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;4;-4)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với d là $2x+2y-z+9=0$ khi đó (P) chứa Δ.

Mặt khác $d(A;\Delta)\geq d(A;(P))$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow$ hình chiếu của A xuống mặt phẳng (P) nằm trên Δ.

Gọi H là hình chiếu của A xuống mặt phẳng (P).

Phương trình AH là : $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+2t\Rightarrow H(1+2t;2+2t;-3-t)\\ z=-3-t\end{cases}$

Cho $H\in(P)$ ta có :

$2(1+2t)+2(2+2t)+3+t+9=0\Rightarrow t=-2\Rightarrow H(-3;-2;-1)\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{HM}(1;0;2)$

Chọn B

Câu 47. Cho a,b,c là các số thực lớn hơn 1.Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P=\frac{4}{\log_{\sqrt{bc}}a}+\frac{1}{\log_{ac}\sqrt{b}}+\frac{8}{3\log_{ab}\sqrt[3]{c}}$$

A. $P_{\min}=20$. B. $P_{\min}=10$. C. $P_{\min}=10$. D. $P_{\min}=10$.

Lời giải

$$P=\frac{4}{2\log_{bc}a}+\frac{1}{\frac{1}{2}\log_{ac}b}+\frac{8}{\log_{ab}c}=2\log_a bc+2\log_b ac+8\log_c ab$$

$=2\log_a b+2\log_a c+2\log_b a+2\log_b c+8\log_c a+8\log_c b$

Ta có: $2\log_a b+2\log_b a\geq 4;\ 2\log_a c+8\log_c a\geq 8;\ 2\log_b c+8\log_c b\geq 8$

Khi đó $P\geq 20$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ 2\log_a c=8\log_c a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ \log_a c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ \log_b c=2\end{cases}$

Vậy: $P_{\min}=20$

Câu 48.Tìm các giá trị nguyên dương $n\geq 2$ để hàm số $y=(2-x)^n+(2+x)^n$ với $x\in[-2;2]$ có giá trị lớn nhất gấp 8 lần giá trị nhỏ nhất.

A. $n=5$. B. $n=2$. C. $n=6$. D. $n=4$.

Lời giải

$\forall x \in [-2;\, 2]$ Ta có $y' = -n(2-x)^{n-1} + n(2+x)^{n-1}$.

Như thế $y' = 0 \Leftrightarrow (2+x)^{n-1} = (2-x)^{n-1}$. Trong cả hai trường hợp n chẵn và n lẻ ta đều có x = 0 .

Ta có $f(-2) = 4^n, f(2) = 4^n, f(0) = 2^{n+1}$.

Theo giả thiết $4^n = 8.2^{n+1} \Leftrightarrow 2^{2n} = 2^{n+4} \Leftrightarrow 2n = n+4 \Leftrightarrow n = 4$. **Chọn D.**

Câu 49. Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 - 2\cos 2x}$. Tính tích phân

$$I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx.$$

A. $I = 3$. B. $I = 4$. C. $I = 6$. D. $I = 8$.

Lời giải

$$I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx$$

* xét $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0} f(x)dx.$ Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$; $x = -\dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \dfrac{3\pi}{2}$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$

$$\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{0} f(x)dx = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{0} f(-t)(-dt) = \int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} f(-t)dt = \int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} f(-x)dx$$

$$\Rightarrow I = \int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} (f(x) + f(-x))dx = \int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2 - 2\cos x}\, dx = 2\int_{0}^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x| dx = 2\int_{0}^{\pi} \sin x\, dx - 2\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx = 6$$

Câu 50. Cho parabol (P) $y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất S_{max} của S.

A. $S_{max} = \dfrac{2018^3}{6}$. B. $S_{max} = \dfrac{2018^3}{3}$. C. $S_{max} = \dfrac{2018^3 - 1}{6}$. D. $S_{max} = \dfrac{2018^3 + 1}{3}$.

Lời giải

Giả sử $A(a; a^2); B(b; b^2)\,(b > a)$ sao cho $AB = 2018$

Phương trình đường thẳng d $y = (a+b)x - ab$

$$S = \int_a^b \left|(a+b)x - ab - x^2\right| dx = \int_a^b \left((a+b)x - ab - x^2\right) dx = \frac{1}{6}(b-a)^3$$

Vì $AB = 2018$ nên $|b-a| = b - a \le 2018 \Rightarrow S \le \dfrac{2018^3}{6}$ **chọn A**

Dấu bằng xảy ra $a=-1009$ và $b=1009$