## HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ

**Câu 1.** Phương trình $3\cot^2 x + 2\sqrt{2}\sin^2 x = (2+3\sqrt{2})\cos x$ có các nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi; x = \beta + k2\pi, k \in Z, 0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$ thì $\alpha.\beta$ bằng:

**A.** $\frac{\pi^2}{12}$. **B.** - $\frac{\pi^2}{12}$. **C.** $\frac{7\pi}{12}$. **D.** $\frac{\pi^2}{12^2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \pm 1$

$Pt \Leftrightarrow 3\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin^4 x = 2\cos x.\sin^2 x + 3\sqrt{2}\cos x.\sin^2 x$

$\Leftrightarrow 3\cos x(\cos x - \sqrt{2}\sin^2 x) - 2\sin^2 x(\cos x - \sqrt{2}\sin^2 x) = 0$

$\Leftrightarrow (\cos x - \sqrt{2}\sin^2 x)(3\cos x - 2\sin^2 x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\cos^2 x + \cos x - \sqrt{2} = 0(1)\\ 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0(2)\end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos x = -\sqrt{2}(VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = \frac{1}{2}\\ \cos x = -2(VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy $\alpha = \frac{\pi}{4}; \beta = \frac{\pi}{3}; \alpha.\beta = \frac{\pi^2}{12}$

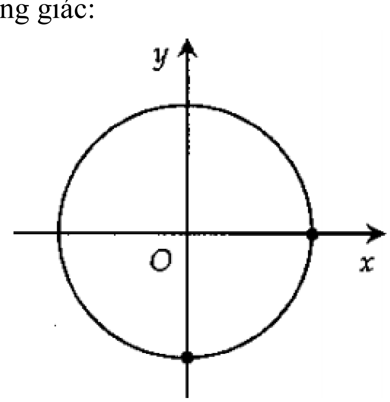
**Câu 2.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4}) = 1$ với $0 \le x \le 2\pi$ là:

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Đáp án C.**

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi\\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k2\pi\\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi\end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn trên đường trong lượng giác:



Vậy có $3$ nghiệm thuộc $\left[0;2\pi\right]$.

**Câu 3.** Số nghiệm của phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ Trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

$$2\sin x-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vậy phương trình có $2$ nghiệm thuộc $\left[0;2\pi\right]$ là $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\frac{2\pi}{3}$.

**Câu 4.** Từ $X=\left\{1;2;3;4;5;6\right\}$ lập được bao nhiêu số các số có $6$ chữ số khác nhau mà $1$ và $6$ không đứng cạnh nhau là

**A.** $720$. **B.** $480$. **C.** $240$. **D.** $120$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta dùng 6 ô sau để xếp số cần lập.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

* Xét trường hợp số có $6$ chữ số khác nhau : có $6!$ số.

* Xét trường hợp số có $6$ chữ số khác nhau mà $1$ và $6$ đứng cạnh nhau.

Chọn $2$ vị trí liên tiếp trong $6$ vị trí, có $5$ cách.

Xếp $1$ và $6$ vào 2 vị trí đó có $2$ cách.

Xếp $4$ số còn lại vào $4$ vị trí, có $4!$ cách.

Vậy có $5.2.4!=240$ số.

Vậy số các số thỏa bài toán là: $6!-240=480$ số.

Phân tích

A sai do đây là số có sau chữ số khác nhau.

C sai do kết quả số có 6 chữ số mà $1$ và $6$ đứng cạnh nhau.

D sai do tính toán nhầm lẫn.

**Câu 5.** Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất. Xác suất để hiệu số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng $2$ là:

**A.** $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phép thử $T$: Gieo hai con súc sắc.

Mỗi súc sắc có $6$ kết quả có thể xảy ra $\Rightarrow\left|\Omega\right|=6^2=36$.

Biến cố $A$: Hiệu số chấm bằng $2$.

Các cặp các số từ $1$ đến $6$ có hiệu bằng $2$ là: $\left\{1;3\right\};\left\{2;4\right\};\left\{3;5\right\};\left\{4;6\right\}$. Mỗi cặp này ứng với $P_2=2!=2$ cách gieo. Ta có: $\left|\Omega_A\right|=2\times 4=8$.

Vậy $P\left(A\right)=\frac{\left|\Omega_A\right|}{\left|\Omega\right|}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$.

***Phân tích phương án nhiễu:***

**A** sai vì tính nhầm $\left|\Omega_A\right|=4$.

**C** sai vì tính nhầm $|\Omega| = 6+6=12$ và $|\Omega_A| = 4$.

**Câu 6.** Cho hai đường thẳng song song $a$ và $b$. Trên đường thẳng $a$ lấy $6$ điểm phân biệt. Trên đường thẳng $b$ lấy $5$ điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên $3$ điểm. Xác xuất để ba điểm được chọn tạo thành một tam giác là:

**A.** $\frac{2}{11}$. **B.** $\frac{9}{11}$. **C.** $\frac{60}{169}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phép thử $T$: Chọn ngẫu nhiên $3$ điểm trong $11$ điểm $\Rightarrow |\Omega| = C_{11}^3 = 165$.

Biến cố $A$: ba điểm tạo thành tam giác, tức là ba điểm không thẳng hàng.

Xảy ra $2$ trường hợp: Hai điểm thuộc $a$ và một điểm thuộc $b$; Hai điểm thuộc $b$ và một điểm thuộc $a \Rightarrow |\Omega_A| = C_6^2.C_5^1 + C_6^1.C_5^2 = 135$.

Vậy $P(A) = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}$.

***Phân tích phương án nhiễu:***

**A** sai vì tính nhầm thành xác suất $3$ điểm không tạo thành tam giác.

**C** sai vì tính nhầm $|\Omega_A| = 6.C_5^2 = 60$.

**D** sai vì tính nhầm $|\Omega_A| = 5.C_6^2 = 75$.

**Câu 7.** Gọi $S$ là tổng tất cả các giá trị $m$ để phương trình $(x^2+2x-3)(x-2m)=0$ có $3$ nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng có công sai lớn hơn $2$. Tính $S$.

**A.** $S=-1$. **B.** $S=-\frac{3}{2}$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-4$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có: $(x^2+2x-3)(x-2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Ba nghiệm này lập thành một cấp số cộng có công sai lớn hơn $2$ nên có $3$ trường hợp:

**TH1:** CSC $-3$; $1$; $2m$. Suy ra $d=4$; $m=\frac{5}{2}$ (thỏa mãn)

**TH2:** CSC $-3$; $2m$; $1$. Suy ra $d=2$; $m=-\frac{1}{2}$ (loại)

**TH3:** CSC $2m$; $-3$; $1$. Suy ra $d=4$; $m=-\frac{7}{2}$ (thỏa mãn). Suy ra $S=\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=-1$.

**Câu 8.** Cho tam giác $ABC$ có $C-A=60°$ và $\sin A$, $\sin B$, $\sin C$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính *cosin* góc $B$.

**A.** $\frac{-1+\sqrt{13}}{4}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} \frac{-1+\sqrt{13}}{4} \\ \frac{-1-\sqrt{13}}{4} \end{array}\right.$.

**C.** $49°21'13,25''$.  **D.** $\dfrac{\sqrt{1+\sqrt{13}}}{2\sqrt{2}}$.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có:

$\sin A.\sin C = \sin^2 B$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\left[\cos(A+C)-\cos(C-A)\right] = 1-\cos^2 B$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\left[-\cos B-\cos 60°\right] = 1-\cos^2 B$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 B+\cos B-\dfrac{3}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos B = \dfrac{-1+\sqrt{13}}{4}\\ \cos B = \dfrac{-1-\sqrt{13}}{4}(l)\end{array}\right.$.

**Câu 9.** Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x}$.

**A.** $-\dfrac{1}{2}$.  **B.** $\dfrac{1}{2}$.  **C.** $-\infty$.  **D.** $+\infty$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-x+1}}{2x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{2} = -\frac{1}{2}.$$

**Câu 10.** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x-4} & khi\ x>4\\ 2a-\dfrac{5}{6} & khi\ x\le 4\end{cases}$. Tìm giá trị của a để $f(x)$ liên tục tại $x = 4$.

**A.** $a=\dfrac{1}{3}$.  **B.** $a=-\dfrac{1}{2}$.  **C.** $a=\dfrac{1}{12}$.  **D.** $a=\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x\to4^+} f(x) = \lim_{x\to4^+}\frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4} = \lim_{x\to4^+}\frac{x-4}{(x-4)\left(\sqrt{x+5}+3\right)} = \lim_{x\to4^+}\frac{1}{\sqrt{x+5}+3} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x\to4^-} f(x) = 2a-\frac{5}{6} = f(4)$$

Để hàm số liên tục tại $x=4$ thì $\lim\limits_{x\to4^+} f(x) = \lim\limits_{x\to4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 2a-\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{6} \Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}$

**Câu 11.** Cho hàm số $y=\dfrac{2x}{x-2}\,(C)$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C)$ cắt các trục $Ox$, $Oy$ lần lượt tại $A$ và $B$ sao cho $AB=\sqrt{2}.OA$ là

**A.** $y=-x$. **B.** $y=-x+4$. **C.** $y=-x-8$. **D.** $y=-x+8$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C),x_0\neq 2$. $y'=-\dfrac{4}{(x-2)^2}\Rightarrow y'(x_0)=\dfrac{-4}{(x_0-2)^2},(x_0\neq 2)$.

PTTT tại $M$: $y=\dfrac{-4}{(x_0-2)^2}.(x-x_0)+\dfrac{2x_0}{x_0-2}$.

Tam giác vuông $OAB$ có $AB=\sqrt{2}.OA$ nên $\Delta OAB$ vuông cân tại $O$. Do đó $d$ vuông góc với một trong hai đường phân giác $d_1: y=x$; $d_2: y=-x$ và không đi qua $O$.

Nếu $d\perp d_1$ thì $\dfrac{-4}{(x_0-2)^2}=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=4\Rightarrow y_0=4\\x_0=0\,(loai)\end{array}\right.\Rightarrow d: y=-(x-4)+4\Leftrightarrow y=-x+8$.

Nếu $d\perp d_2$ thì $\dfrac{-4}{(x_0-2)^2}=1\Rightarrow$ vô nghiệm.

Vậy PTTT cần tìm là: $y=-x+8$.

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho đường thẳng $d$ có phương trình $x+y-2=0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng qua tâm $O$ và phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}(3;2)$ biến $d$ thành đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

**A.** $x+y+2=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $3x+3y-2=0$. **D.** $x-y+2=0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi $d'=Đ_O(d)$ suy ra $d'$ có phương trình là $x+y+2=0$

Gọi $d''=T_{\vec{v}}(d')$ và $M(x;y)\in d'\Rightarrow M''(x_1;y_1)=T_{\vec{v}}(M)\Leftrightarrow\begin{cases}x=x_1-3\\y=y_1-2\end{cases}$

Suy ra $d''$ có phương trình là $x_1+y_1-3=0$ hay $x+y-3=0$.

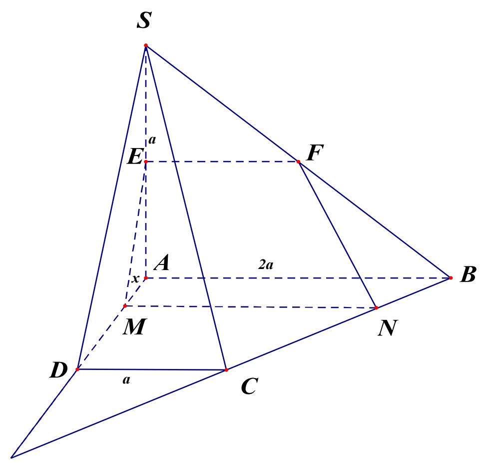
**Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$, có $ABCD$ là hình thang vuông tại $A,D$, biết $AB=2a$, $AD=DC=a$. Giả sử hai $(SAB)$ và $(SAD)$ cùng vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=a$. Gọi $E$ là trung điểm của $SA$, $M$ là một điểm trên cạnh $AD$, đặt $AM=x$, với $0\le x\le a$. Gọi $(Z)$ là mặt phẳng chứa $EM$ và vuông góc với mặt phẳng $(SAD)$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi $(Z)$ và hình chóp $S.ABCD$.

**A.** $\dfrac{1}{4}(3a-x)\sqrt{a^2+4x^2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}(a-x)\sqrt{2a^2-x^2}$.

**C.** $\dfrac{1}{4}(2a-x)\sqrt{a^2+3x^2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}(a-x)\sqrt{a^2+2x^2}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Ta có:

$\begin{cases}(Z)\perp(SAD)\\ AB\perp(SAD)\end{cases}\Rightarrow(Z)//AB//CD\Rightarrow(Z)\cap(SAB)=EF,\ \begin{cases}F\in(SB)\\ EF//AB\end{cases}$

Ta có $(Z)\cap(ABCD)=MN,\ \begin{cases}N\in CB\\ MN//CD\end{cases}$

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi $(Z)$ là hình thang vuông $EFMN$, vuông tại $E,M$.

Ta có $S_{EFNM}=\frac{1}{2}(EF+MN)EM$

+ $EF=a$

+ $EM=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+x^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+4x^2}$

+ $\frac{MN}{AB}=\frac{2a-x}{2a}\Rightarrow\frac{MN}{2a}=\frac{2a-x}{2a}\Rightarrow MN=2a-x$

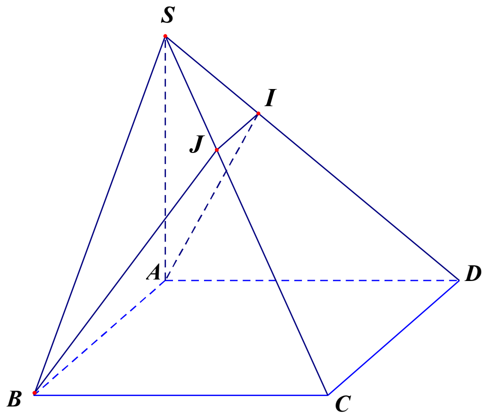
Vậy $S_{EFNM}=\frac{1}{4}(3a-x)\sqrt{a^2+4x^2}$.

**Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$, có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$ có $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi $(P)$ là mặt phẳng chứa $AB$ và vuông góc với mặt phẳng $(SCD)$. Diện tích của thiết diện là:

**A.** $\frac{a^2\sqrt{75}}{8}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{147}}{16}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{27}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Ta có:

$\begin{cases} AB \perp (SAD) \\ (P) \supset AB \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (SAD)$. Mặt khác $(P) \perp (SCD) \Rightarrow (P) \perp SD$

Gọi $I = (P) \cap SD \Rightarrow SD \perp AI$.

Ta có:

$\begin{cases} (P) \supset AB, (SCD) \supset CD, AB // CD \\ I \in (P) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (P) \cap (SCD) = IJ$.

Với $IJ // AB // CD, J \in SC$.

Ta có diện tích thiết diện là:

$S_{ABJI} = \frac{1}{2}(AB + IJ).AI$

$AB = a$

$SD = 2a$

$AI.SD = SA.AD \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}.a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$SA^2 = SI.SD \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{SD} = \frac{3a}{2}$

$\frac{IJ}{DC} = \frac{SI}{SD} \Rightarrow IJ = \frac{SI}{SD}.DC = \frac{3a}{4}$

Vậy $S_{ABJI} = \frac{a^2\sqrt{147}}{16}$.

**Câu 15.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ đạt cực trị $x_1$, $x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 = -4x_2$.

**A.** $m = -1$ hoặc $m = 1$. **B.** $m = -\frac{9}{2}$ hoặc $m = \frac{9}{2}$.

**C.** $m = -\frac{2}{9}$ hoặc $m = \frac{2}{9}$. **D.** $m = -2$ hoặc $m = 2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$y' = 12x^2 + 2mx - 3$

Ta có $a.c < 0$ suy ra $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm trái dấu suy ra hàm số luôn đạt cực trị $x_1,\ x_2$

Ta có $x_1 = -4x_2 \Leftrightarrow -3x_2 = x_1 + x_2 = -\frac{m}{6} \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{18} \Rightarrow x_1 = -\frac{2m}{9}$

$x_1.x_2 = -\frac{m^2}{81} \Leftrightarrow -\frac{m^2}{81} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm\frac{9}{2}$.

**Câu 16.** Biết rằng hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2+4m+3)x + \frac{1}{2}$ đạt cực trị tại $x_1, x_2$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)$

**A.** $\min P = -9$. **B.** $\min P = -1$. **C.** $\min P = -\frac{1}{2}$. **D.** $\min P = -\frac{9}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $y' = 2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3$

Vì hàm số đã cho đạt cực trị tại $x_1, x_2$ theo Viet ta có

$\begin{cases} x_1.x_2 = \frac{m^2+4m+3}{2} \\ x_1 + x_2 = -(m+1) \end{cases}$ thay vào biểu thức $P = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)$ ta được

$P = \frac{m^2+4m+3}{2} + 2(m+1) = \frac{m^2+8m+7}{2} = \frac{(m+4)^2 - 9}{2}$

Vậy để $p_{\min} \Leftrightarrow (m+4)^2 = 0$ hay $P_{\min} = -\frac{9}{2}$.

**Câu 17.** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{-x-1}$?

**A.** $x = 3$. **B.** $y = -3$. **C.** $x = 1$. **D.** $y = 1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{3x-1}{-x-1} = -3$

Do đó $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{-x-1}$.

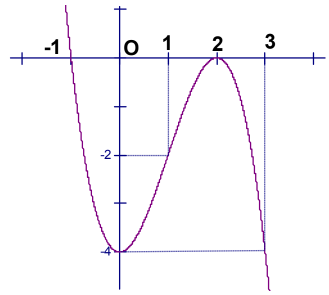
**Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;2)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0) \cup (2;3)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;1)$.




**Lời giải**

**Chọn C.**

Dựa vào hình vẽ

**Câu 19.** Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2-3x+1$ tại hai điểm phân biệt $A,B$. Tính độ dài đoạn $AB$

**A.** $AB=3$. **B.** $AB=2\sqrt{2}$. **C.** $AB=2$. **D.** $AB=1$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

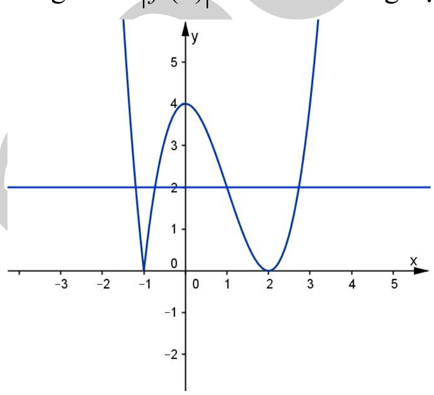
Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3-3x^2+2x-1=x^2-3x+1 \Leftrightarrow x^3-4x^2+5x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1=-1 \\ y_2=-1 \end{array}\right.$$

Suy ra $A(1;-1), B(2;-1)$

Vậy $AB=\sqrt{(2-1)^2+(-1+1)^2}=1$.

**Câu 20.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là hình sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m+1$ có 4 nghiệm thực phân biệt.




**A.** $m\le -4$ hay $m>0$.

**B.** $-4<m\le 0$.

**C.** $0<m<4$.

**D.** $-1<m<3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m+1$ là số giao điểm của hàm $y = |f(x)|$ và $y = m+1$.

Vậy để phương trình $|f(x)| = m+1$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m+1 < 4 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.

**Câu 21.** Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là $(C)$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để đường thẳng $(d)$ đi qua $A(0;2)$ có hệ số góc $m$ cắt đồ thị $(C)$ tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của đồ thị

**A.** $m \ge 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < -5$. **D.** $m > 0$; $m < -5$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình đường thẳng $d$ đi qua $A(0;2)$ và có hệ số góc $m$ có dạng: $y = mx+2$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x+1}{x-2} = mx+2, (x \ne 2)$.

$\Leftrightarrow mx^2 + 2x - 2mx - 4 = 2x+1 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx - 5 = 0 (1)$

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ nên

Để $d$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt nằm về hai nhánh của đồ thị thì khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ sao cho $x_1 < 2 < x_2$.

Đặt $t = x-2$ khi đó phương trình $(1)$ trở thành

$m(t+2)^2 - 2m(t+2) - 5 = 0 \Leftrightarrow mt^2 + 2mt - 5 = 0 (2)$

Khi đó **Ycbt** tương đương với phương trình $(2)$ có hai nghiệm trái dấu

$\Leftrightarrow a.c < 0 \Leftrightarrow m.(-5) < 0 \Leftrightarrow m > 0$. Vậy $m > 0$ thì thỏa **Ycbt.**

**Câu 22.** Bất phương trình $(2+\sqrt{3})^x + (7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^x \le 4(2+\sqrt{3})$ có nghiệm là đoạn $[a;b]$. Khi đó $b-a$ bằng:

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải:**

**Chọn C**

Tự luận: Đặt $t = (2+\sqrt{3})^x, t > 0$ Khi đó bất phương trình trở

thành $t + (7+4\sqrt{3})\dfrac{1}{t} \le 4(2+\sqrt{3}) \Leftrightarrow t^2 - 4(2+\sqrt{3})t + (7+4\sqrt{3}) \le 0 \Leftrightarrow 1 \le t \le 7+4\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^0 \le (2+\sqrt{3})^x \le (2+\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow 0 \le x \le 2$ nên chọn **C.**

**Câu 23.** Phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-3x+2}+2\right) + \left(\dfrac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1} = 2$ có tổng các nghiệm bằng?

**A.** $\sqrt{5}$. **B.** 3 **C.** $-3$. **D.** $-\sqrt{5}$.

**Lời giải:**

**Chọn C**

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\log_3\sqrt{x^2-3x+2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{3x-x^2-1}=2$$

Đặt: $u=\sqrt{x^2-3x+2}\Rightarrow u^2=x^2-3x+2\Rightarrow 3x-x^2-1=1-u^2$.

$pt\Leftrightarrow \log_3(u+2)+5^{u^2-1}=2$

Đặt $f(u)=\log_3(u+2)+5^{u^2-1}$ Nhận xét thấy vế phải là hàm tăng, và $f(1)=2$. Nên phương trình có nghiệm duy nhất u=1

hay $\sqrt{x^2-3x+2}=1 \Leftrightarrow x^2-3x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\\ x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$.

**Câu 24.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_3 x+\log_4 x=\log_{20} x$ là

**A.** $S=\{1\}$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{1;2\}$ **D.** $S=\{2\}$

**Lời giải:**

**Chọn A.**

Tự luận: ĐK $x>0$.

PT $\Leftrightarrow \log_2 x\left(1+\frac{1}{\log_2 3}+\frac{1}{\log_2 4}-\frac{1}{\log_2 20}\right)=0\Leftrightarrow \log_2 x=0\Leftrightarrow x=1$.

**Câu 25.** Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left[(x+1)^3+3(x+1)^2+3x+4\right]=2\log_2(x+1)$.

**A.** -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 11.

**Lời giải:**

**Chọn C**

$$\log_3\left[(x+1)^3+3(x+1)^2+3x+4\right]=2\log_2(x+1)$$

Điều kiện: $x>-1$

$$\log_3\left[(x+1)^3+3(x+1)^2+3(x+1)+1\right]=2\log_2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2)^3=2\log_2(x+1)\Leftrightarrow 3\log_3(x+2)=2\log_2(x+1)=6t$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\log_3(x+2)=2t\\ \log_2(x+1)=3t\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x+2=3^{2t}\\ x+1=2^{3t}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=3^{2t}-2\\ x=2^{3t}-1\end{cases}\Leftrightarrow 9^t=8^t+1\Leftrightarrow 1=\left(\frac{8}{9}\right)^t+\left(\frac{1}{9}\right)^t$$

Đặt $f\left(t\right)=\left(\frac{8}{9}\right)^{t}+\left(\frac{1}{9}\right)^{t}$ nhận thấy $f\left(t\right)$ là hàm luôn nghịch biến, nên pt có nghiệm duy nhất, và $f\left(1\right)=1$, vậy nghiệm t=1, hay x=7

**Câu 26.** Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2+x+1\right)$ là hàm số nào sau đây?

**A.** $y'=\frac{2x+1}{x^2+x+1}$ **B.** $y'=\frac{1}{x^2+x+1}$

**C.** $y'=\frac{-\left(2x+1\right)}{x^2+x+1}$ **D.** $y'=\frac{-1}{x^2+x+1}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Sử dụng công thức $\left(\ln u\right)'=\frac{u'}{u}\Rightarrow y'=\frac{\left(x^2+x+1\right)'}{x^2+x+1}=\frac{2x+1}{x^2+x+1}$. Chọn **A.**

**Câu 27.** Tích phân $I=\int_0^1\frac{1}{x^2-x-2}dx$ có giá trị bằng

**A.** $\frac{2\ln 2}{3}$. **B.** $-\frac{2\ln 2}{3}$. **C.** $-2\ln 2$. **D.** $2\ln 2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\int_0^1\frac{1}{x^2-x-2}dx=\int_0^1\frac{1}{(x-2)(x+1)}dx=\frac{1}{3}\int_0^1\left[\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+1}\right]dx=\frac{1}{3}\left[\ln|x-2|-\ln|x+1|\right]\Big|_0^1=-\frac{2\ln 2}{3}.$$

Học sinh có thể áp dụng công thức $\int\frac{1}{(x-a)(x-b)}dx=\frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x-a}{x-b}\right|+C$ để giảm **một** bước tính:

$$I=\int_0^1\frac{1}{x^2-x-2}dx=\int_0^1\frac{1}{(x-2)(x+1)}dx=\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-2}{x+1}\right|\Bigg|_0^1=-\frac{2\ln 2}{3}.$$

**Câu 28.** Cho hàm số $f$ liên tục trên đoạn $[0;3]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=2$ thì tích phân $\int_0^3[x-2f(x)]dx$ có giá trị bằng

**A.** $7$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $5$. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\int_0^3[x-2f(x)]dx=\int_0^3 xdx-2\int_0^3 f(x)dx=\frac{9}{2}-2\times 2=\frac{1}{2}.$$