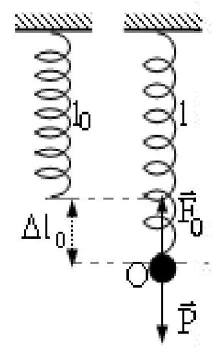
PHẦN 1

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC LÒ XO

CHỦ ĐỀ 1.Liên hệ giữa lực tác dụng, độ giãn và độ cứng của lò xo:

Phương pháp:

1.*Cho biết lực kéo F, độ cứng k: tìm độ giãn Δl_0, tìm l:*



+Điều kiện cân bằng: $\vec{F} + \vec{F_0} = 0$ hay$F = k\Delta l_0$ hay $\boxed{\Delta l_0 = \frac{F}{k}}$

+Nếu $F = P = mg$ thì $\boxed{\Delta l_0 = \frac{mg}{k}}$

+Tìm l: $l = l_0 + \Delta l_0$, $l_{max} = l_0 + \Delta l_0 + A; l_{min} = l_0 + \Delta l_0 - A$

Chú ý: Lực đàn hồi tại mọi điểm trên lò xo là như nhau, do đó lò xo giãn đều.

2.*Cắt lò xo thành n phần bằng nhau (hoặc hai phần không bằng nhau): tìm độ cứng của mỗi phần?*

Áp dụng công thức Young: $\boxed{k = E\frac{S}{l}}$

a. Cắt lò xo thành n phần bằng nhau (cùng k): $\frac{k}{k_0} = \frac{l_0}{l} = n \to k = nk_0$.

b. Cắt lò xo thành hai phần không bằng nhau: $\frac{k_1}{k_0} = \frac{l_0}{l_1}$ và $\frac{k_2}{k_0} = \frac{l_0}{l_2}$

CHỦ ĐỀ 2.Viết phương trình dao động điều hòa của con lắc lò xo:

Phương pháp:

Phương trình li độ và vận tốc của dao động điều hòa:

$$\begin{cases} x = Asin(\omega t + \varphi) & (cm) \\ v = \omega Acos(\omega t + \varphi) & (cm/s) \end{cases}$$

•Tìm ω:

+ Khi biết k, m: áp dụng: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

+ Khi biết T hay f: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

• Tìm A:

+ Khi biết chiều dài qũy đạo: $d = BB' = 2A \to A = \frac{d}{2}$

+ Khi biết x_1, v_1: $\boxed{A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}}}$

+ Khi biết chiều dài l_{max}, l_{min} của lò xo: $A = \dfrac{l_{max} - l_{min}}{2}$.

+ Khi biết năng lượng của dao động điều hòa: $E = \dfrac{1}{2}kA^2 \rightarrow A = \sqrt{\dfrac{2E}{k}}$

•Tìm φ: Dựa vào điều kiện ban đầu: khi $t_0 = 0 \leftrightarrow x = x_0 = A\sin\varphi \rightarrow \sin\varphi = \dfrac{x_0}{A}$

•Tìm A và φ cùng một lúc:Dựa vào điều kiện ban đầu:

$$t_0 = 0 \leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x_0 = & Asin\varphi \\ v_0 = & \omega Acos\varphi \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} A \\ \varphi \end{cases}$$

Chú ý:Nếu biết số dao động n trong thời gian t, chu kỳ: $T = \dfrac{t}{n}$

CHỦ ĐỀ 3.Chứng minh một hệ cơ học dao động điều hòa:

Phương pháp:

Cách 1: ***Phương pháp động lực học***

1.Xác định lực tác dụng vào hệ ở vị trí cân bằng: $\sum \vec{F}_{0k} = 0$.

2.Xét vật ở vị trí bất kì (li độ x), tìm hệ thức liên hệ giữa $\vec{F}$ và $\vec{x}$, đưa về dạng đại số: $F = -kx$ (k là hằng số tỉ lệ, F là lực hồi phục.

3.Áp dụng định luật II Newton: $F = ma \Leftrightarrow -kx = mx$", đưa về dạng phương trinh: $x" + \omega^2 x = 0$. Nghiệm của phương trình vi phân có dạng: $x = Asin(\omega t + \varphi)$. Từ đó, chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa theo thời gian.

Cách 2: ***Phương pháp định luật bảo toàn năng lượng***

1.Viết biểu thức động năng $E_đ$ (theo v) và thế năng E_t (theo x), từ đó suy ra biểu thức cơ năng:

$$E = E_đ + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = const \qquad (*)$$

2.Đạo hàm hai vế $(*)$ theo thời gian: $(const)' = 0; (v^2)' = 2v.v' = 2v.x"; (x^2)' = 2x.x' = 2x.v$.

3.Từ $(*)$ ta suy ra được phương trình:$x" + \omega^2 x = 0$. Nghiệm của phương trình vi phân có dạng: $x = Asin(\omega t + \varphi)$. Từ đó, chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa theo thời gian.

CHỦ ĐỀ 4.Vận dụng định luật bảo toàn cơ năng để tìm vận tốc:

Phương pháp:

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$E = E_đ + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = E_{đmax} = E_{tmax} \qquad (*)$$

Từ $(*)$ ta được: $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{k}{m}(A^2 - x^2)}}$ hay $\boxed{v_{0max} = A\sqrt{\dfrac{k}{m}}}$

CHỦ ĐỀ 5.Tìm biểu thức động năng và thế năng theo thời gian:

Phương pháp:

Thế năng: $E_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 sin^2(\omega t + \varphi)$

Động năng: $E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 cos^2(\omega t + \varphi)$

Chú ý: Ta có: $\omega t = \frac{2\pi}{T}t$

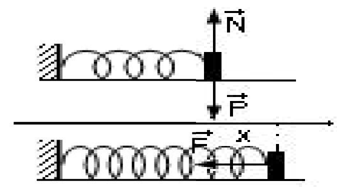
CHỦ ĐỀ 6.Tìm lực tác dụng cực đại và cực tiểu của lò xo lên giá treo hay giá đở:

Phương pháp:

Lực tác dụng của lò xo lên giá treo hay giá đở chính là lực đàn hồi.

1.Trường hợp lò xo nằm ngang:

Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{N} = 0$, do đó lực của lò xo tác dụng vào giá đở chính là lực đàn hồi.Lực đàn hồi: $F = k\Delta l = k|x|$.



Ở vị trí cân bằng: lò xo không bị biến dạng: $\Delta l = 0 \rightarrow F_{min} = 0$.

Ở vị trí biên: lò xo bị biến dạng cực đại: $x = \pm A \rightarrow F_{max} = kA$.

2.Trường hợp lò xo treo thẳng đứng:

Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{F_0} = 0$,

độ giản tỉnh của lò xo: $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$.

Lực đàn hồi ở vị trí bất kì: $\boxed{F = k(\Delta l_0 + x)}$ (*).

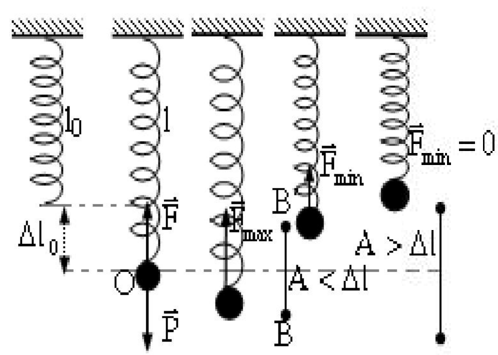
Lực đàn gồi cực đại(khi qủa nặng ở biên dưới):

$x = +A \rightarrow F_{max} = k(\Delta l_0 + A)$

Lực đàn hồi cực tiểu:

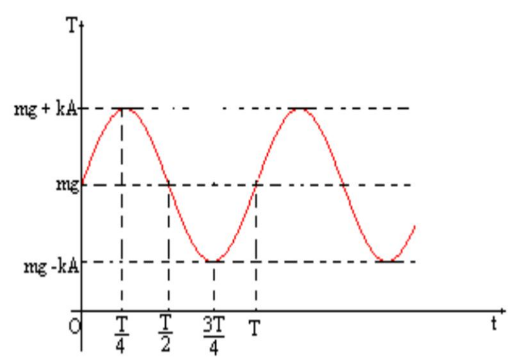
Trường hợp $A < \Delta l_0$: thì $F = min$ khi $x = -A$: $F_{min} = k(\Delta l_0 - A)$

Trường hợp $A > \Delta l_0$: thì $F = min$ khi $x = \Delta l_0$ (lò xo không biến dạng): $F_{min} = 0$



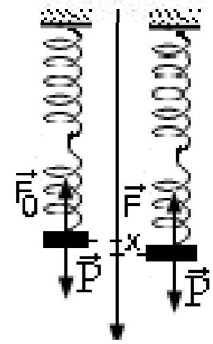
3.Chú ý: *Lực đàn hồi phụ thuộc thời gian: thay $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ vào (*) ta được: $F = mg + kA\sin(\omega t + \varphi)$

Đồ thị:



CHỦ ĐỀ 7.Hệ hai lò xo ghép nối tiếp: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$, từ đó suy ra chu kỳ T:

Phương pháp:



•Ở vị trí cân bằng:

+ Đối với hệ nằm ngang: $\vec{P} + \vec{N} = 0$

+ Đối với hệ thẳng đứng: $\vec{P} + \vec{F_0} = 0$

•Ở vị trí bất kì($OM = x$):

Lò xo L_1 giãn đoạn x_1: $F = -k_1x_1 \rightarrow x_1 = -\dfrac{F}{k_1}$

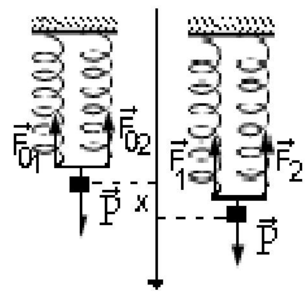
Lò xo L_2 giãn đoạn x_2: $F = -k_2x_2 \rightarrow x_2 = -\dfrac{F}{k_2}$

Hệ lò xo giãn đoạn x: $F = -k_{\text{hệ}}x \rightarrow x = -\dfrac{F}{k_{\text{hệ}}}$

Ta có :$x = x_1 + x_2$, vậy: $\boxed{\dfrac{1}{k_{\text{hệ}}} = \dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}}$, chu kỳ: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_{\text{hệ}}}}}$

CHỦ ĐỀ 8.Hệ hai lò xo ghép song song: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$, từ đó suy ra chu kỳ T:

Phương pháp:



•Ở vị trí cân bằng:

+ Đối với hệ nằm ngang: $\vec{P} + \vec{N} = 0$

+ Đối với hệ thẳng đứng: $\vec{P} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = 0$

•Ở vị trí bất kì($OM = x$):

Lò xo L_1 giãn đoạn x: $F_1 = -k_1x$

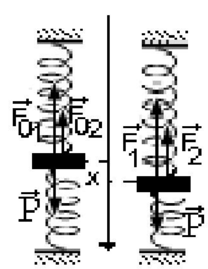
Lò xo L_2 giãn đoạn x: $F_2 = -k_2x$

Hệ lò xo giãn đoạn x: $F_{\text{hệ}} = -k_{\text{hệ}}x$

Ta có :$F = F_1 + F_2$, vậy: $\boxed{k_{\text{hệ}} = k_1 + k_2}$, chu kỳ: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_{\text{hệ}}}}}$

CHỦ ĐỀ 9.Hệ hai lò xo ghép xung đối: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$, từ đó suy ra chu kỳ T:

Phương pháp:



•Ở vị trí cân bằng:

+ Đối với hệ nằm ngang: $\vec{P} + \vec{N} = 0$

+ Đối với hệ thẳng đứng: $\vec{P} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = 0$

•Ở vị trí bất kì($OM = x$):

Lò xo L_1 giãn đoạn x: $F_1 = -k_1x$

Lò xo L_2 nén đoạn x: $F_2 = -k_2x$

Hệ lò xo biến dạng x: $F_{\text{hệ}} = -k_{\text{hệ}}x$

Ta có :$F = F_1 + F_2$, vậy: $\boxed{k_{\text{hệ}} = k_1 + k_2}$, chu kỳ: $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_{\text{hệ}}}}}$

CHỦ ĐỀ 10.Con lắc liên kết với ròng rọc(không khối lượng): chứng minh rằng hệ

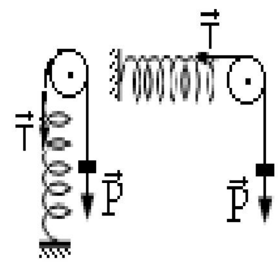
dao động điều hòa, từ đó suy ra chu kỳ T:

Phương pháp:

Dạng 1.*Hòn bi nối với lò xo bằng dây nhẹ vắt qua ròng rọc:*

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:$E = E_đ + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = const$

Đạo hàm hai vế theo thời gian:$\frac{1}{2}m2vv' + \frac{1}{2}k2xx' = 0$.



Đặt: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, ta suy ra được phương trình:$x" + \omega^2 x = 0$.
Nghiệm của phương trình vi phân có dạng: $x = Asin(\omega t + \varphi)$. Từ đó, chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa theo thời gian.Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

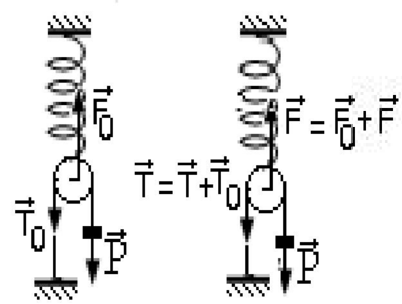
Dạng 2.*Hòn bi nối với ròng rọc di động, hòn bi nối vào dây vắt qua ròng rọc:*

Khi vật nặng dịch chuyển một đoạn x thì lò xo biến dạng một đoạn $\frac{x}{2}$.

Điều kiện cân bằng: $\Delta l_0 = \frac{F_0}{k} = \frac{2T_0}{k} = \frac{2mg}{k}$.

Cách 1: Ở vị trí bất kỳ(li độ x): ngoài các lực cân bằng, xuất hiện thêm các lực đàn hồi

$$|F_x| = kx_L = k\frac{x}{2} \Leftrightarrow |T_x| = \frac{|F_x|}{2} = \frac{k}{4}x$$



Xét vật năng:$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} \Leftrightarrow mg - (|T_0| + |T_x|) = mx" \Leftrightarrow x" + \frac{k}{4m}x = 0$.

Đặt: $\omega^2 = \frac{k}{4m}$, phương trình trở thành:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà.

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ hay $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$

Cách 2:Cơ năng:$E = E_đ + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_L^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(\frac{x}{2})^2 = const$

Đạo hàm hai vế theo thời gian: $\frac{1}{2}m2vv' + \frac{1}{2}\frac{k}{4}2xx' = 0 \Leftrightarrow x" + \frac{k}{4m}x = 0$.

Đặt: $\omega^2 = \frac{k}{4m}$, phương trình trở thành:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà.

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ hay $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$

Dạng 3.*Lò xo nối vào trục ròng rọc di động, hòn bi nối vào hai lò xo nhờ dây vắt qua ròng rọc:*

Ở vị trí cân bằng: $\vec{P} = -2\vec{T_0}; \vec{F}_{02} = -2\vec{T}$ với $(\vec{F}_{01} = \vec{T_0})$

Ở vị trí bất kỳ(li độ x) ngoài các lực cân bằng nói trên, hệ còn chịu tác dụng thêm các lực:

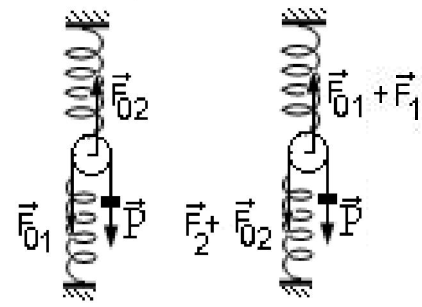
L_1 giãn thêm x_1, xuất hiện thêm $\vec{F_1}$, m dời x_1.

L_2 giãn thêm x_2, xuất hiện thêm $\vec{F_2}$, m dời $2x_2$.

Vậy: $x = x_1 + 2x_2$ (1)

Xét ròng rọc: $(F_{02} + F_2) - 2(T_0 + F_1) = m_R a_R = 0$ nên: $F_2 = 2F_1 \Leftrightarrow k_2x_2 = 2k_1x_1$,

hay: $x_2 = \frac{2k_1}{k_2}x_1$ (2)



Thay (2) vào (1) ta được: $\boxed{x_1 = \frac{k_2}{k_2 + 4k_1}x}$

Lực hồi phục gây ra dao động của vật m là:
$F_x = F_1 = -k_1x_1$ (3)

Thay (2) vào (3) ta được: $F_x = \frac{k_2k_1}{k_2 + 4k_1}x$,

áp dụng: $F_x = ma_x = mx"$.

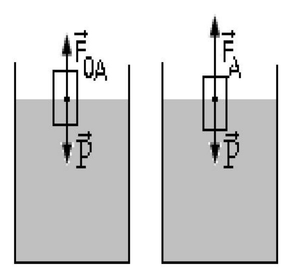
Cuối cùng ta được phương trình: $$x" + \frac{k_2k_1}{m(k_2 + 4k_1)}x = 0.$$

Đặt: $\omega^2 = \frac{k_2k_1}{m(k_2 + 4k_1)}$, phương trình trở thành:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà.

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ hay $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{k_2k_1}{m(k_2 + 4k_1)}}}$

CHỦ ĐỀ 11.Lực hồi phục gây ra dao động điều hòa không phải là lực đàn hồi như: lực đẩy Acximet, lực ma sát, áp lực thủy tỉnh, áp lực của chất khí...: chứng minh hệ dao động điều hòa:

Dạng 1.$\vec{F}$ *là lực đẩy Acximet:*



Vị trí cân bằng: $\vec{P} = -\vec{F}_{0A}$

Vị trí bất kỳ (li độ x): xuất hiện thêm lực đẩy Acximet: $\vec{F}_A = -VD\vec{g}$. Với $V = Sx$, áp dụng định luật II Newton: $F = ma = mx"$.

Ta được phương trình:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà.

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$, với $\omega = \sqrt{\frac{SDg}{m}}$

Dạng 2.$\vec{F}$ *là lực ma sát:*

Vị trí cân bằng: $\vec{P} = -(\vec{N}_{01} + \vec{N}_{02})$ và $\vec{F}_{ms_{01}} = -\vec{F}_{ms_{02}}$

Vị trí bất kỳ (li độ x):Ta có: $\vec{P} = -(\vec{N}_1 + \vec{N}_2)$ nhưng $\vec{F}_{ms_1} \neq -\vec{F}_{ms_2}$

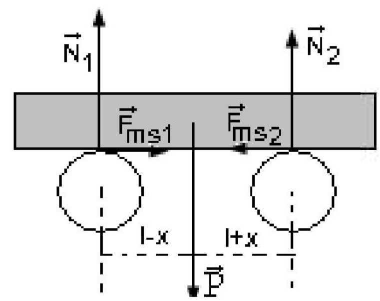
Hợp lực: $|F| = F_1 - F_2 = \mu(N_1 - N_2)$ (*)

Mà ta có: $M_{\vec{N}_1/G} = M_{\vec{N}_2/G}$

$\Leftrightarrow N_1(l-x) = N_2(l+x) \Leftrightarrow \dfrac{N_1}{(l+x)} = \dfrac{N_2}{(l-x)} = \dfrac{N_1+N_2}{2l} = \dfrac{N_1-N_2}{2x}$

Suy ra: $N_1 - N_2 = (N_1+N_2)\dfrac{x}{l} = P\dfrac{x}{l} = mg\dfrac{x}{l}$

Từ (*) suy ra: $|F| = \mu mg\dfrac{x}{l}$, áp dụng định luật II Newton: $F = ma = mx"$.



Ta được phương trình:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà.

Chu kỳ: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, với $\omega = \sqrt{\dfrac{\mu g}{l}}$

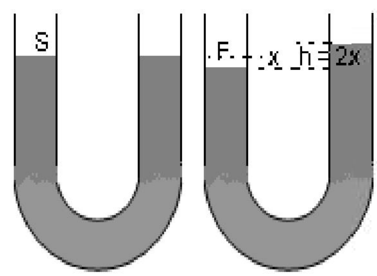
Dạng 3.*Áp lực thủy tỉnh:*

Ở vị trí bất kỳ, hai mực chất lỏng lệch nhau một đoạn $h = 2x$.

Áp lực thuỷ tỉnh: $p = Dgh$ suy ra lực thuỷ tỉnh: $|F| = pS = Dg2xS$, giá trị đại số:$F = -pS = -Dg2xS$, áp dụng định luật II Newton: $F = ma = mx"$.

Ta được phương trình:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà.

Chu kỳ: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, với $\omega = \sqrt{\dfrac{2SDg}{m}}$



Dạng 4.*$\vec{F}$ là lực của chất khí:*

Vị trí cân bằng: $p_{01} = p_{02}$ suy ra $F_{01} = F_{02}; V_0 = Sd$

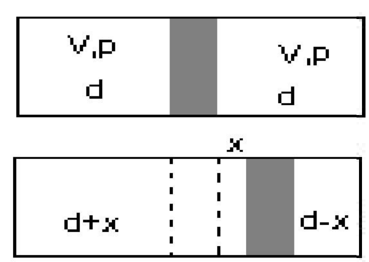
Vị trí bất kỳ (li độ x):Ta có: $V_1 = (d+x)S; V_2 = (d-x)S$

áp dụng định luật Bôilơ-Mariốt: $p_1V_1 = p_2V_2 = p_0V_0$

Suy ra: $p_1 - p_2 = \dfrac{2p_0 d}{d^2 - x^2}x$

Hợp lực: $|F| = F_2 - F_1 = (p_1 - p_2)S = \dfrac{2p_0 dS}{d^2 - x^2}x \approx \dfrac{2p_0 dS}{d^2}x$

Đại số: $F = -\dfrac{2p_0 dS}{d^2}x$, áp dụng định luật II Newton: $F = ma = mx"$.



Ta được phương trình:$x" + \omega^2 x = 0$, nghiệm của phương trình có dạng:$x = Asin(\omega t + \varphi)$, vậy hệ dao động điều hoà. Chu kỳ: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, với $\omega = \sqrt{\dfrac{md^2}{2p_0V_0}}$