

Bài 9: Biết $\frac{1}{2}$ số học sinh của lớp 3A bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh của lớp 3B. Hãy tìm tỉ số giữa số học sinh lớp 3A và học sinh lớp 3B.

Bài 10: Tìm số học sinh của khối lớp 4, biết $\frac{1}{3}$ số học sinh của khối lớp 4 là 50 em.

VI. SO SÁNH PHÂN SỐ

1. So sánh phân số bằng cách so sánh phần bù với đơn vị của phân số

- Phần bù với đơn vị của phân số là hiệu giữa 1 và phân số đó.
- Trong hai phân số, phân số nào có phần bù lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn và ngược lại.

Ví dụ: So sánh các phân số sau bằng cách thuận tiện nhất.

$$\frac{2000}{2001} \text{ và } \frac{2001}{2002}$$

B- óc 1: (Tìm phần bù)

$$\text{Ta có : } 1 - \frac{2000}{2001} = \frac{1}{2001} \qquad 1 - \frac{2001}{2002} = \frac{1}{2002}$$

B- óc 2: (So sánh phần bù với nhau, kết luận hai phân số cần so sánh)

$$\text{Vì } \frac{1}{2001} > \frac{1}{2002} \text{ nên } \frac{2000}{2001} < \frac{2001}{2002}$$

* Chú ý: Đặt A = Mẫu 1 - tử 1

$$B = \text{mẫu 2} - \text{tử 2}$$

Cách so sánh phần bù đ- ợc dùng khi A = B. Nếu trong tr- ờng hợp A ≠ B ta có thể sử dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi đ- a về 2 phân số mới có hiệu giữa mẫu số và tử số của hai phân số bằng nhau:

$$\text{Ví dụ: } \frac{2000}{2001} \text{ và } \frac{2001}{2003}$$

$$\text{+) Ta có: } \frac{2000}{2001} = \frac{2000 \times 2}{2001 \times 2} = \frac{4000}{4002}$$

$$1 - \frac{4000}{4002} = \frac{2}{4002} \qquad 1 - \frac{2001}{2003} = \frac{2}{2003}$$

$$\text{+) Vì } \frac{2}{4002} < \frac{2}{2003} \text{ nên } \frac{4000}{4002} > \frac{2001}{2003} \text{ hay } \frac{2000}{2001} > \frac{2001}{2003}$$

2. So sánh phân số bằng cách so sánh phần hơn với đơn vị của phân số:

- Phần hơn với đơn vị của phân số là hiệu của phân số và 1.
- Trong hai phân số, phân số nào có phần hơn lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

Ví dụ: So sánh: $\frac{2001}{2000}$ và $\frac{2002}{2001}$

B- óc 1: Tìm phần hơn

$$\text{Ta có: } \frac{2001}{2000} - 1 = \frac{1}{2000} \qquad \frac{2002}{2001} - 1 = \frac{1}{2001}$$

B- óc 2: So sánh phần hơn của đơn vị, kết luận hai phân số cần so sánh.

$$\text{Vì } \frac{1}{2000} > \frac{1}{2001} \text{ nên } \frac{2001}{2000} > \frac{2002}{2001}$$

* Chú ý: Đặt C = tử 1 - mẫu 1

$$D = \text{tử 2} - \text{mẫu 2}$$

Cách so sánh phân hơn đ- ợc dùng khi C = D. Nếu trong tr- òng hợp C ≠ D ta có thể sử dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi đ- a về hai phân số mới có hiệu giữa tử số và mẫu số của hai phân số bằng nhau.

Ví dụ: So sánh hai phân số sau: $\frac{2001}{2000}$ và $\frac{2003}{2001}$

B- óc1: Ta có: $\frac{2001}{2000} = \frac{2001 \times 2}{2000 \times 2} = \frac{4002}{4000}$

$$\frac{4002}{4000} - 1 = \frac{2}{4000} \qquad \frac{2003}{2001} - 1 = \frac{2}{2001}$$

B- óc 2: Vì $\frac{2}{4000} < \frac{2}{2001}$ nên $\frac{4002}{4000} < \frac{2003}{2001}$ hay $\frac{2001}{2000} < \frac{2003}{2001}$

3. So sánh phân số bằng cách so sánh cả hai phân số với phân số trung gian

Ví dụ 1: So sánh $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{9}$

B- óc 1: Ta có:

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \qquad \frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

B- óc 2: Vì $\frac{3}{5} > \frac{1}{2} > \frac{4}{9}$ nên $\frac{3}{5} > \frac{4}{9}$

Ví dụ 2: So sánh $\frac{19}{60}$ và $\frac{31}{90}$

B- óc 1: Ta có:

$$\frac{19}{60} < \frac{20}{60} = \frac{1}{3} \qquad \frac{31}{90} > \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

B- óc 2: Vì $\frac{19}{60} < \frac{1}{3} < \frac{31}{90}$ nên $\frac{19}{60} < \frac{31}{90}$

Ví dụ 3: So sánh $\frac{101}{100}$ và $\frac{100}{101}$

$$\forall i \frac{101}{100} > 1 > \frac{100}{101} \text{ nên } \frac{101}{100} > \frac{100}{101}$$

Ví dụ 4: So sánh hai phân số bằng cách nhanh nhất.

$$\frac{40}{57} \text{ và } \frac{41}{55}$$

Bài giải

+) Ta chọn phân số trung gian là : $\frac{40}{55}$

+) Ta có: $\frac{40}{57} < \frac{40}{55} < \frac{41}{55}$

+) Vậy $\frac{40}{57} < \frac{41}{55}$

* Cách chọn phân số trung gian :

- Trong một số trường hợp đơn giản, có thể chọn phân số trung gian là những phân số dễ tìm được như: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ (ví dụ 1, 2, 3) bằng cách tìm thương của mẫu số và tử số của từng phân số rồi chọn số tự nhiên nằm giữa hai thương vừa tìm được. Số tự nhiên đó chính là mẫu số của phân số trung gian còn tử số của phân số trung gian chính bằng 1.

- Trong trường hợp tổng quát: So sánh hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ (a, b, c, d khác 0)

- Nếu $a > c$ còn $b < d$ (hoặc $a < c$ còn $b > d$) thì ta có thể chọn phân số trung gian là $\frac{a}{d}$ (hoặc $\frac{c}{b}$)

- Trong trường hợp hiệu của tử số của phân số thứ nhất với tử số của phân số thứ hai và hiệu của mẫu số phân số thứ nhất với mẫu số của phân số thứ hai có mối quan hệ với nhau về tỉ số (ví dụ: gấp 2 hoặc 3 lần, ... hay bằng $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \dots$) thì ta nhân cả tử số và mẫu số của cả hai phân số lên một số lần sao cho hiệu giữa hai tử số và hiệu giữa hai mẫu số của hai phân số là nhỏ nhất. Sau đó ta tiến hành chọn phân số trung gian như trên.

Ví dụ: So sánh hai phân số $\frac{15}{23}$ và $\frac{70}{117}$

B- óc 1: Ta có: $\frac{15}{23} = \frac{15 \times 5}{23 \times 5} = \frac{75}{115}$

Ta so sánh $\frac{70}{117}$ với $\frac{75}{115}$

B- óc 2: Chọn phân số trung gian là: $\frac{70}{115}$

B- óc 3: Vì $\frac{70}{117} < \frac{70}{115} < \frac{75}{115}$ nên $\frac{70}{117} < \frac{75}{115}$ hay $\frac{70}{117} < \frac{15}{23}$

4. Đ- a hai phân số về dạng hỗn số để so sánh

- Khi thực hiện phép chia tử số cho mẫu số của hai phân số ta đ- ợc cùng th- ơng thì ta đ- a hai phân số cần so sánh về dạng hỗn số, rồi so sánh hai phân số của hai hỗn số đó.

Ví dụ: So sánh hai phân số sau: $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$.

Ta có: $\frac{47}{15} = 3\frac{2}{15}$ $\frac{65}{21} = 3\frac{2}{21}$

Vì $\frac{2}{15} > \frac{2}{21}$ nên $3\frac{2}{15} > 3\frac{2}{21}$ hay $\frac{47}{15} > \frac{65}{21}$

- Khi thực hiện phép chia tử số cho mẫu số, ta đ- ợc hai th- ơng khác nhau, ta cũng đ- a hai phân số về hỗn số để so sánh.

Ví dụ: So sánh $\frac{41}{11}$ và $\frac{23}{10}$

Ta có:

$$\frac{41}{11} = 3\frac{8}{11} \qquad \qquad \qquad \frac{23}{10} = 2\frac{3}{10}$$

Vì $3 > 2$ nên $3\frac{8}{11} > 2\frac{3}{10}$ hay $\frac{41}{11} > \frac{23}{10}$

* Chú ý: Khi mẫu số của hai phân số cùng chia hết cho một số tự nhiên ta có thể nhân cả hai phân số đó với số tự nhiên đó rồi đ- a kết quả vừa tìm đ- ợc về hỗn số rồi so sánh hai hỗn số đó với nhau

Ví dụ: So sánh $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$.

+) Ta có: $\frac{47}{15} \times 3 = \frac{47}{5} = 9\frac{2}{5}$ $\frac{65}{21} \times 3 = \frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}$

+) Vì $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$ nên $9\frac{2}{5} > 9\frac{2}{7}$ hay $\frac{47}{15} > \frac{65}{21}$

5. Thực hiện phép chia hai phân số để so sánh

- Khi chia phân số thứ nhất cho phân số thứ hai, nếu th- ơng tìm đ- ợc bằng 1 thì hai phân số đó bằng nhau; nếu th- ơng tìm đ- ợc lớn hơn 1 thì phân số thứ nhất lớn hơn phân số thứ hai; nếu th- ơng tìm đ- ợc nhỏ hơn 1 thì phân số thứ nhất nhỏ hơn phân số thứ hai.

Ví dụ: So sánh $\frac{5}{9}$ và $\frac{7}{10}$

Ta có: $\frac{5}{9} : \frac{7}{10} = \frac{50}{63} < 1$ Vậy $\frac{5}{9} < \frac{7}{10}$.

Nếu Chi bù 6 viên bi cho hai bạn còn lại rồi chia đều thì số bi của ba bạn sẽ bằng nhau và bằng trung bình cộng của cả ba bạn.

Vậy trung bình cộng số bi của ba bạn là:

$$(20 + 10 + 6) : 2 = 18 \text{ (viên)}$$

Số bi của Chi là:

$$18 + 6 = 24 \text{ (viên)}$$

Đáp số: 24 viên bi

Ví dụ 3:

An có 20 nhãn vở, Bình có 20 nhãn vở. Chi có số nhãn vở kém trung bình cộng của ba bạn là 6 nhãn vở. Hỏi Chi có bao nhiêu nhãn vở?

Bài giải

Nếu An và Bình bù cho Chi 6 viên bi rồi chia đều thì số bi của ba bạn sẽ bằng nhau và bằng trung bình cộng của cả ba bạn.

Vậy số trung bình cộng của ba bạn là:

$$(20 + 20 - 6) : 2 = 17 \text{ (nhãn vở)}$$

Số nhãn vở của Chi là:

$$17 - 6 = 12 \text{ (nhãn vở)}$$

Đáp số: 12 nhãn vở

Ví dụ 4:

Có bốn bạn An, Bình, Dũng, Minh cùng chơi bi. Biết An có 18 viên bi, Bình có 16 viên bi, Dũng có số bi bằng trung bình cộng số bi của An và Bình. Minh có số bi bằng trung bình cộng số bi của cả bốn bạn. Hỏi Bạn Minh có bao nhiêu viên bi?

Bài giải

Dũng có số bi là :

$$(18 + 16) : 2 = 17 \text{ (viên)}$$

Minh có số bi là :

$$18 + 16 + 17 = 17 \text{ (viên bi)}$$

Đáp số : 17 viên bi

Ví dụ 5 :

Một ô tô trong 3 giờ đầu, mỗi giờ đi đ-ợc 40km, trong 3 giờ sau, mỗi giờ đi đ-ợc 50 km. Nếu muốn tăng mức trung bình cộng mỗi giờ tăng thêm 1km nữa thì đến giờ thứ 7, ô tô đó cần đi bao nhiêu ki-lô-mét nữa?

Bài giải

Trong 6 giờ đầu, trung bình mỗi giờ ô tô đi đ-ợc:

$$(40 \times 3 + 50 \times 3) : 6 = 45 \text{ (km)}$$

Quãng đ-ờng ô tô đi trong 7 giờ là :

$$(45 + 1) \times 7 = 322 \text{ (km)}$$

Giờ thứ 7 ô tô cần đi là:

$$322 - (40 \times 3 + 50 \times 3) = 52 \text{ (km)}$$

Đáp số: 52km

Bài tập

Bài 1: Tìm số trung bình cộng của các số cách đều nhau 4 đơn vị : 3, 7, 11, ...,95, 99, 103.

Bài giải

Trung bình cộng của dãy là:

$$(103+3) : 2 = 53$$

Bài 2: Tìm số trung bình cộng của các số : 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18.

Em có cách nào tính nhanh số trung bình cộng của các số trên không?

Bài giải

$$(4 + 18) : 2 = 11$$

Bài 3: Trung bình cộng tuổi của bố, mẹ, Bình và Lan là 24 tuổi, trung bình cộng tuổi của bố, mẹ và Lan là 28 tuổi. Tìm tuổi của mỗi ng-ời, biết tuổi Bình gấp đôi tuổi Lan,

tuổi Lan bằng $\frac{1}{6}$ tuổi mẹ.

Bài giải

Tuổi của bố, mẹ, Bình và Lan là : $24 \times 4 = 96$ tuổi

Tuổi của bố, mẹ và Lan là : $28 \times 3 = 84$ tuổi

Tuổi của Bình là : $96 - 84 = 12$ tuổi

Tuổi Lan là : $12 : 2 = 6$ Tuổi

Tuổi mẹ Lan là : $6 \times 6 = 36$ tuổi

Tuổi Bố Lan là : $96 - (36 + 12 + 6) = 42$ tuổi

Đáp số :

Bài 5: Hai ng-ời đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm cách nhau 216km và đi ng-ợc chiều nhau. Họ đi sau 3 giờ thì gặp nhau. Hỏi trung bình một giờ mỗi ng-ời đi đi đ-ợc bao nhiêu ki-lô-mét?

Bài giải

Trung bình mỗi giờ mỗi ng-ời đi đ-ợc số ki lô mét là :

$$216 : (3 \times 2) = 36 \text{ km/giờ}$$

Bài 6: Con lợn và con chó nặng 102kg, con lợn và con bò nặng 231kg, con chó và con bò nặng 177kg. Hỏi trung bình mỗi con nặng bao nhiêu ki-lô-gam?

Bài giải

Hai lần con chó , 2 lần con bò , 2 lần con lợn cân nặng là :

$$102 + 231 + 177 = 510 \text{ kg}$$

Trung bình mỗi con nặng số ki-lô-gam:

$$510 : 6 = 85 \text{ (kg)}$$

Đ/s: 85 kg

Bài 7: Tìm số có ba chữ số, biết trung bình cộng ba chữ số của số đó bằng 6 và chữ số hàng trăm gấp ba chữ số hàng chục, chữ số hàng chục kém chữ số hàng đơn vị là 2.

Tổng của 3 số là : $6 \times 3 = 18$

Bài 8: Ba số có trung bình cộng là 60. Tìm ba số đó, biết nếu viết thêm một chữ số chữ số 0 vào bên phải số thứ nhất thì ta đ-ợc số thứ hai và số thứ nhất bằng $\frac{1}{4}$ số thứ ba.

Bài giải

Ta có số thứ hai gấp 10 lần số thứ nhất và số thứ ba gấp 4 lần số thứ nhất

Tổng số phần bằng nhau là : $1+4+ 10 = 15$

Số thứ nhất là : $60 \times 3 : 15 = 12$

Số thứ hai là : $12 \times 10 = 120$

Số thứ ba là : $12 \times 4 = 48$

Đáp số : 12,48 ,120

Bài 9: Lớp 5A và lớp 5B trồng đ-ợc một số cây, biết trung bình cộng số cây hai lớp đã trồng đ-ợc bằng 235 cây và nếu lớp 5A trồng thêm 80 cây, lớp 5B trồng thêm 40 cây thì số cây hai lớp trồng sẽ bằng nhau. Tìm số cây mỗi lớp đã trồng .

Bài giải

Tổng số cây của hai lớp là : $235 \times 2 = 470$ cây

Ta có số cây của lớp 5A ít hơn số cây của lớp 5B là : $80 - 40 = 40$ cây

Số cây của lớp 5A là : $(470 - 40) : 2 = 215$ cây

Số cây của lớp 5B là : $215 + 40 = 255$ cây

Bài 10: Lớp 5A, 5B, 5C trồng cây. Biết trung bình số cây 3 lớp trồng là 220 cây và nếu lớp 5A trồng bớt đi 30 cây, 5B trồng thêm 80 cây, 5C trồng thêm 40 cây thì số cây 3 lớp trồng đ-ợc bằng nhau. Tính số cây mỗi lớp đã trồng.

Bài giải

Tổng số cây của 3 lớp là ; $220 \times 3 = 660$ cây

Tổng số cây mới là : $660 - 30 + 80 + 40 = 750$ cây

Trung bình mỗi lớp trồng đ-ợc số cây là: $750 : 3 = 250$

Lớp 5ê trồng đ-ợc số cây là : $250 + 30 + 280$ cây