

CHỦ ĐỀ

ĐẠI CƯƠNG VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

2

CON LẮC ĐƠN

I. KHẢO SÁT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC ĐƠN:

1. Khảo sát dao động điều hòa của con lắc đơn

Xét con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng m và dây treo có chiều dài l . Kéo vật lên ra khỏi vị trí cân bằng một góc α_0 rồi thả nhẹ cho vật dao động, cho rằng trong quá trình dao động của vật các lực cản có độ lớn không đáng kể, có thể bỏ qua:

Phương trình định luật II Newton cho vật:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

Chiều lên phương của quỹ đạo chiều dương hướng từ trái sang phải, ta thu được phương trình đại số:

$$-mg \sin \alpha = ma_t$$

Trong trường hợp con lắc dao động với li độ góc nhỏ, khi đó:

$$\sin \alpha \approx \alpha = \frac{s}{l}$$

Thay vào biểu thức trên:

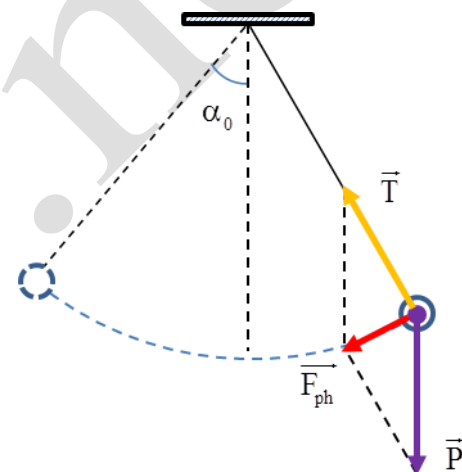
$$s'' + \frac{g}{l}s = 0$$

Phương trình này cho nghiệm dưới dạng:

$$s = s_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ trong đó } \omega^2 = \frac{g}{l}$$

Từ mối liên hệ $s = l\alpha$ ta cũng có phương trình tương đương: $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$

Các kết quả trên cho thấy rằng, dao động nhỏ của con lắc đơn là dao động điều hòa với chu kỳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$



2. Vận tốc của con lắc:

Trong quá trình dao động của con lắc, vận tốc luôn tiếp tuyến với quỹ đạo và được tính bằng đạo hàm bậc nhất theo thời gian của li độ cong

$$v = s' = -\omega s_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega s_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

⇒ Công thức độc lập thời gian giữa vận tốc và li độ cong:

$$\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 = 1$$

3. Gia tốc dao động điều hòa (tiếp tuyến) của con lắc:

Gia tốc của con lắc được tính bằng đạo hàm bậc hai theo thời gian của li độ cong:

$$a = s'' = -\omega^2 s_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 s = \omega^2 s_0 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi)$$

⇒ Công thức độc lập thời gian giữa gia tốc và vận tốc:

$$\left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 + \left(\frac{a}{\omega^2 s_0}\right)^2 = 1$$

Sử dụng công thức liên hệ $s = l\alpha$ ta cũng có được các công thức tương tự

CON LẮC ĐƠN		
Li độ dài	$s = s_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$	Các công thức độc lập thời gian $\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 = 1$ $\left(\frac{v}{\omega s_0}\right)^2 + \left(\frac{a}{\omega^2 s_0}\right)^2 = 1$ $a = -\omega^2 s$
Vận tốc	$v = -\omega s_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$	
Gia tốc	$a = -\omega^2 s_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$	

II. NĂNG LƯỢNG CỦA CON LẮC ĐƠN TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA:

Chọn mốc thế năng của vật tại vị trí cân bằng. Cơ năng của vật trong quá trình dao động điều hòa bằng tổng động năng và thế năng của vật:

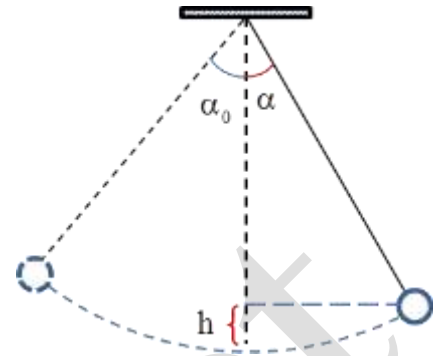
$$W = W_d + W_t = \frac{mv^2}{2} + mgl(1 - \cos \alpha)$$

Vì cơ năng của vật được bảo toàn nên cơ năng chính bằng thế năng cực đại của vật, ứng với vị trí có li độ góc $\alpha = \alpha_0$

$$W = mgl(1 - \cos \alpha_0)$$

Với trường hợp dao động bé, góc α_0 nhỏ ta có công thức gần đúng

$$W = \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2$$



III. TỐC ĐỘ, GIA TỐC VÀ LỰC CĂNG DÂY

1. Tốc độ:

Từ định luật bảo toàn cơ năng ta có cơ năng của con lắc tại vị trí có li độ góc α luôn bằng thế năng cực đại

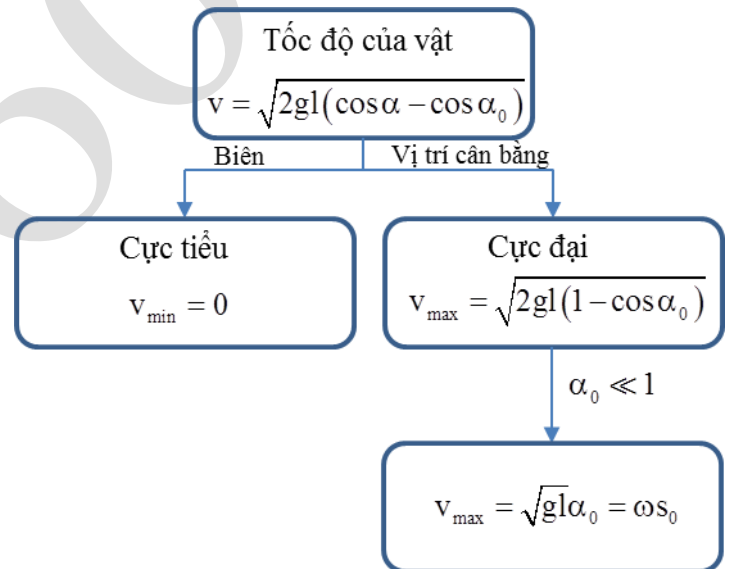
$$mgl(1 - \cos \alpha_0) = \frac{mv^2}{2} + mgl(1 - \cos \alpha)$$

Suy ra: $v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$

Từ biểu thức trên chúng ta có thể suy ra được rằng:

+ Vật đạt tốc độ cực đại khi đi qua vị trí cân bằng $\alpha = 0 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$

+ Vật đạt tốc độ cực tiểu khi đi qua vị trí biên $\alpha = \alpha_0 \Rightarrow v_{\min} = 0$



2. Gia tốc:

Gia tốc của con lắc trong quá trình chuyển động: $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

+ a_t : là gia tốc tiếp tuyến của vật, đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc về độ lớn

+ a_n : là gia tốc pháp tuyến (hướng tâm) của vật, đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc về phương chiều

Ta có:

$$+ a_n = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

$$+ a_t = s'' \text{ hoặc ta có thể dùng } a_t = g \sin \alpha$$

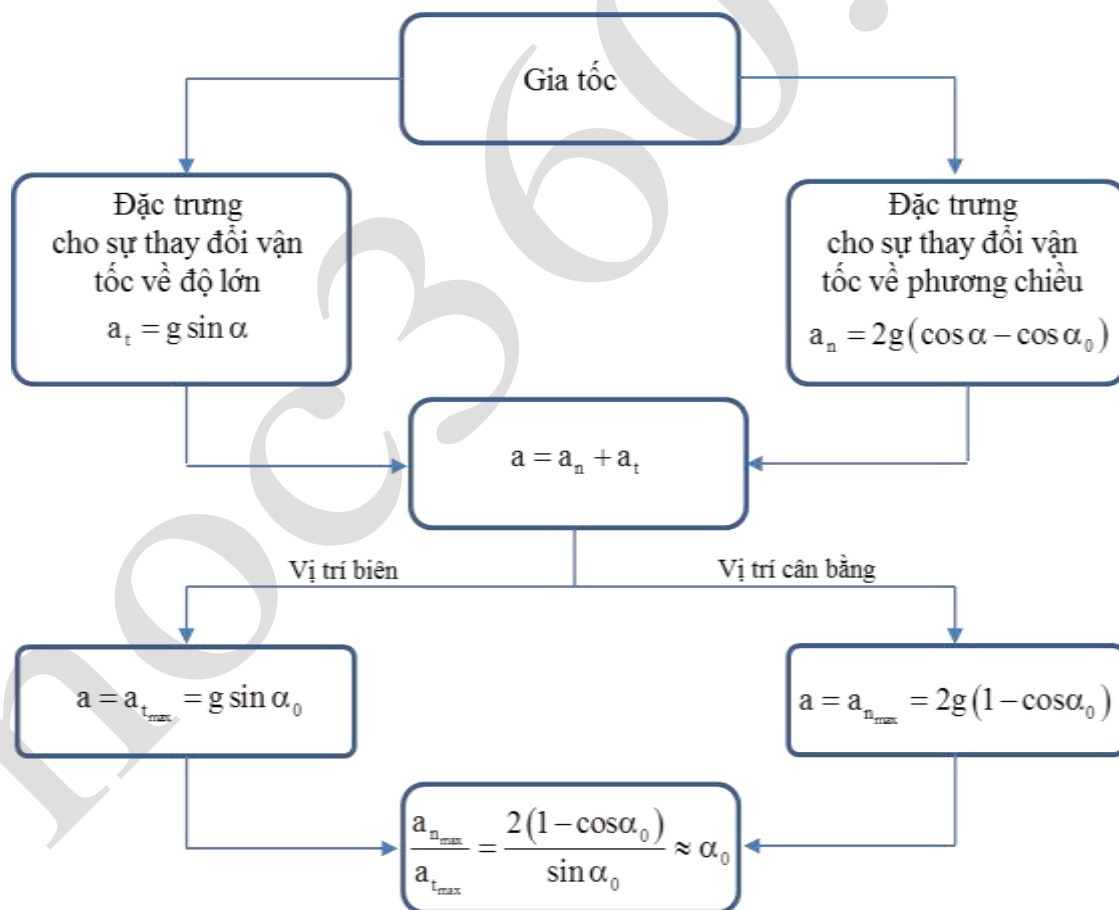
Từ các kết quả trên ta có thể suy ra rằng:

+ Khi vật ở vị trí cân bằng ứng với giá trị li độ góc $\alpha = 0$:

$$a_t = 0, a_n = a_{n_{\max}} = 2g(1 - \cos \alpha_0) \text{ và } a = a_n$$

+ Khi vật ở vị trí biên ứng với giá trị li độ góc $\alpha = \alpha_0$:

$$a_t = a_{t_{\max}} = g \sin \alpha_0, a_n = 0 \text{ và } a = a_t$$



3. Lực căng dây:

Phương trình định luật II Niuton cho vật:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

Chiều lên phương hướng tâm ta thu được phương trình đại số:

$$T - P \cos \alpha = ma_n$$

$$\text{Với } a_n = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

Biến đổi toán học ta thu được biểu thức của lực căng dây:

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$$

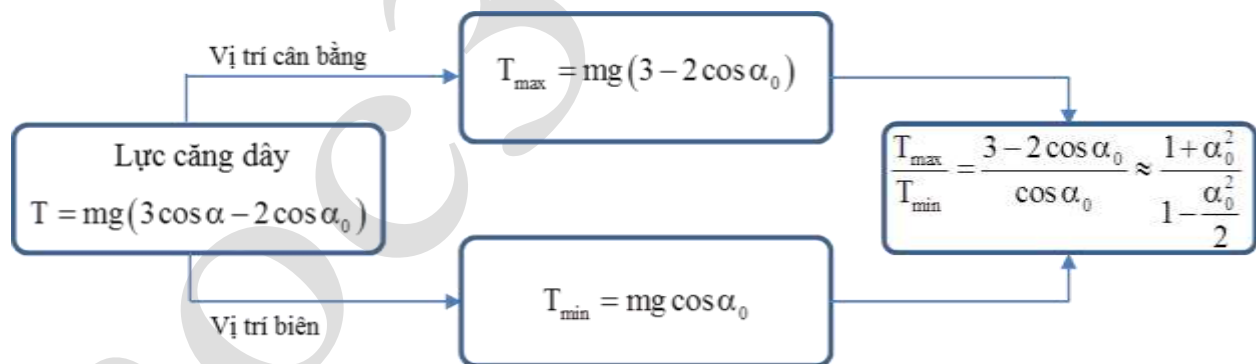
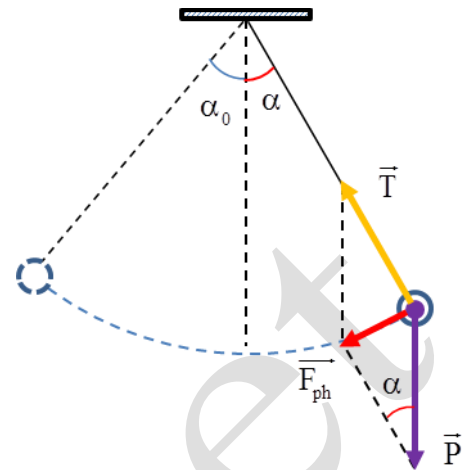
Từ biểu thức trên ta cũng có thể suy ra rằng:

+ Khi vật ở vị trí cân bằng ứng với giá trị li độ góc $\alpha = 0$:

$$T = T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$$

+ Khi vật ở vị trí biên ứng với giá trị li độ góc $\alpha = \alpha_0$:

$$T = T_{\min} = mg \cos \alpha_0$$



BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc vào:

- A. khối lượng của con lắc
- B. trọng lượng của con lắc
- C. tỉ số giữa trọng lượng và khối lượng của con lắc
- D. khối lượng riêng của con lắc

Câu 2: Tại nơi có gia tốc trọng trường g , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc nhỏ α_{\max} . Lấy mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần đều theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc α của con lắc bằng:

- A. $-\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{3}}$
- B. $\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$
- C. $-\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{2}}$
- D. $\frac{\alpha_{\max}}{\sqrt{3}}$

Câu 3: Con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động điều hòa với chu kì 1,5 s và biên độ góc là 0,05 rad. Độ lớn vận tốc của vật khi có li độ góc 0,04 rad là:

- A. 9π cm/s
- B. 3π cm/s
- C. 4π cm/s
- D. $\frac{4\pi}{3}$ cm/s

Câu 4: Một con lắc đơn có chiều dài 1 m được thả không vận tốc đầu từ vị trí có li độ góc 60^0 . Để tốc độ của vật bằng một nửa tốc độ cực đại thì li độ góc của con lắc là:

- A. $51,3^0$
- B. $26,3^0$
- C. $0,9^0$
- D. $40,7^0$

Câu 5: Phát biểu nào sau đây **sai** khi nói về dao động của con lắc đơn? (bỏ qua lực cản)

- A. Khi vật nặng ở vị trí biên cơ năng của con lắc bằng thế năng của nó
- B. Chuyển động của con lắc từ vị trí biên về vị trí cân bằng là nhanh dần
- C. Khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng, thì trọng lực tác dụng lên nó cân bằng với lực căng dây
- D. Với dao động nhỏ thì dao động của con lắc là dao động điều hòa

Câu 6: (Quốc gia – 2011) Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc α_0 tại nơi có gia tốc trọng trường là g . Biết lực căng dây lớn nhất bằng 1,02 lần lực căng dây nhỏ nhất. Giá trị của α_0 là:

- A. $6,6^0$
- B. $3,3^0$
- C. $5,6^0$
- D. $9,6^0$

Câu 7: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 43,2 cm, vật có khối lượng m dao động ở nơi có gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Biết rằng độ lớn của lực căng dây cực đại bằng 4 lần độ lớn lực căng dây cực tiểu. Tốc độ của vật khi lực căng dây bằng 2 lần lực căng dây cực tiểu:

A. 1 m/s

B. 1,2 m/s

C. 1,6 m/s

D. 2 m/s

Câu 8: Một con lắc đơn có dây treo dài 0,4 m và vật nặng có khối lượng 200 g. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$ và bỏ qua ma sát. Kéo con lắc để dây treo lệch ra khỏi vị trí cân bằng 60° rồi thả nhẹ. Lúc lực căng dây có độ lớn là 4 N thì tốc độ của vật là:

A. $\sqrt{2}$ m/s

B. $2\sqrt{2}$ m/s

C. 5 m/s

D. 2 m/s

Câu 9: Một con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng 100 g, dao động điều hòa với chu kỳ 2 s. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì lực căng dây có độ lớn 1,0025 N. Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, lấy $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$. Cơ năng của vật là:

A. $25 \cdot 10^{-3}$ J

B. $25 \cdot 10^{-4}$ J

C. $125 \cdot 10^{-5}$ J

D. $125 \cdot 10^{-4}$ J

Câu 10: Con lắc đơn dao động điều hòa, khi tăng chiều dài của con lắc lên 4 lần thì tần số dao động của con lắc sẽ:

A. giảm đi 4 lần

B. tăng lên 4 lần

C. giảm đi 2 lần

D. tăng lên 2 lần

Câu 11: Tại một nơi, con lắc đơn có chiều dài l_1 dao động điều hòa với tần số f_1 ; con lắc đơn có chiều dài $l_2 = 2l_1$ dao động điều hòa với tần số f_2 . Hệ thức đúng là

A. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

B. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

D. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{2}{1}$

Câu 12: Tại một nơi có gia tốc trọng trường g , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ α_0 . Biết vật có khối lượng m và dây dài l . Cơ năng của con lắc là:

A. $\frac{1}{2} mgl\alpha_0^2$

B. $mgl\alpha_0^2$

C. $\frac{1}{4} mgl\alpha_0^2$

D. $\frac{1}{4} mgl\alpha_0^2$

Câu 13: Treo một con lắc đơn tại nơi có gia tốc $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$, chiều dài của dây treo là 1 m và bỏ qua tác dụng của lực cản. Kéo vật lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc 6° rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn gốc thời gian là lúc buông vật, chiều dương là chiều chuyển động của vật ngay khi buông vật. Phương trình dao động của vật nhỏ là:

A. $s = \frac{\pi}{30} \cos(\pi + \pi) \text{ m}$

B. $s = \frac{\pi}{30} \cos(\pi) \text{ m}$

C. $s = 0,06 \cos(\pi) \text{ m}$

D. $s = 0,06 \cos(\pi + \pi) \text{ m}$

Câu 14: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo bằng 40 cm, khối lượng của vật nặng bằng 10 g. Vật dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 0,1 \text{ rad}$ tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 10 \text{ m/s}^2$. Vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là:

- A. $\pm 0,2 \text{ m/s}$ B. $\pm 0,4 \text{ m/s}$ C. $\pm 0,1 \text{ m/s}$ D. $\pm 0,3 \text{ m/s}$

Câu 15: Tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ một con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ $\frac{2\pi}{7} \text{ s}$ và biên độ góc $\alpha_0 = 0,1 \text{ rad}$. Vật dao động với biên độ dài:

- A. 1 m B. 10 cm C. 15 cm D. 2 cm

Câu 16: Trong khoảng thời gian Δt một con lắc có chiều dài l thực hiện được 12 dao động toàn phần. Nếu giảm chiều dài của con lắc 16 cm thì trong khoảng thời gian trên nó thực hiện được 20 dao động toàn phần. Giá trị của l là:

- A. 20 cm B. 25 cm C. 40 cm D. 50 cm

Câu 17: Con lắc đơn dao động điều hòa theo thời gian có ly độ góc mô tả theo hàm cosin với biên độ góc α_0 , tần số góc ω và pha ban đầu φ . Chiều dài giây treo là l . Phương trình ly độ góc biến thiên theo thời gian có dạng

- A. $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ B. $\alpha = \omega \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ C. $\alpha = \omega^2 \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ D. $\alpha = l \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Câu 18: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo là l , dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g với chu kỳ:

- A. $\pi \frac{g}{l}$ B. $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ C. $2\pi \sqrt{\frac{g}{l}}$ D. $\sqrt{\frac{l}{g}}$

Câu 19: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo l_1 dao động với biên độ góc nhỏ và chu kỳ dao động $T_1 = 0,6 \text{ s}$. Con lắc đơn có chiều dài l_2 có chu kỳ dao động cũng tại nơi đó $T_2 = 0,8 \text{ s}$. Chu kỳ của con lắc có chiều dài $l = l_1 + l_2$ là

- A. 0,48 s B. 1,0 s C. 0,7 s D. 1,4 s

Câu 20: Một con lắc đơn có chiều dài l , dao động điều hòa tại một nơi có gia tốc rơi tự do g với biên độ góc α_0 . Lúc vật đi qua vị trí có li độ α , nó có vận tốc là v . Biểu thức nào sau đây đúng?

- A. $\alpha^2 = \alpha_0^2 - \frac{v^2 g}{l}$ B. $\frac{v^2 g}{l} = \alpha_0^2 - \alpha^2$ C. $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2 g}{l}$ D. $\alpha^2 = \alpha_0^2 - glv^2$

Câu 21: Một con lắc đơn dao động điều hòa. Dây treo có độ dài không đổi. Nếu đặt con lắc tại nơi có gia tốc rơi tự do là g_0 thì chu kỳ dao động là 1s. Nếu đặt con lắc tại nơi có gia tốc rơi tự do là g thì chu kỳ dao động là

A. $\frac{g_0}{g} s.$

B. $\frac{g}{g_0} s.$

C. $\sqrt{\frac{g_0}{g}} s.$

D. $\sqrt{\frac{g}{g_0}} s.$

Câu 22: Một con lắc đơn đang dao động điều hòa với biên độ góc α_0 dưới tác dụng của trọng lực. Ở thời điểm t_0 , vật nhỏ của con lắc có li độ góc α và tốc độ dài v . Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Li độ cong của con lắc tại thời điểm t_0 được xác định theo công thức

A. $s = \frac{l\alpha v^2}{g(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$

B. $s = \frac{\alpha v^2}{g(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$

C. $s = \frac{\alpha v^2}{g(\alpha^2 - \alpha_0^2)}$

D. $s = \frac{v^2}{g(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$

Câu 23: (Minh họa – 2017) Một con lắc đơn có chiều dài 1 m, được treo tại nơi có gia tốc trọng trường $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$. Giữ vật nhỏ của con lắc ở vị trí có li độ góc -9° rồi thả nhẹ vào lúc $t = 0$. Phương trình dao động của vật là

A. $s = 5 \cos(\pi t + \pi) \text{ cm}$

B. $s = 5 \cos(2\pi t) \text{ cm}$

C. $s = 5\pi \cos(\pi t + \pi) \text{ cm}$

D. $s = 5\pi \cos(2\pi t) \text{ cm}$

Câu 24: (Quốc gia – 2010) Tại nơi có gia tốc trọng trường g , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc α_0 nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc α của con lắc bằng

A. $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$

C. $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$

D. $-\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$

Câu 25: Một con lắc đơn có chiều dài dây treo $l = 2\text{m}$ dao động điều hòa trọng trường biên độ góc $\alpha_0 = 0,175 \text{ rad}$. Chọn mốc thế năng của vật tại vị trí cân bằng. Ở vị trí tại đó vật có động năng bằng ba lần thế năng thì chiều dài cung tính từ vị trí cân bằng đến vị trí của vật gần bằng

A. 22,5 cm

B. 30,0 cm

C. 17,5 cm

D. 25,0 cm

Câu 26: Chọn phát biểu **sai**. Xét con lắc đơn dao động điều hòa dưới tác dụng của trọng lực và lực căng dây, chu kì dao động của con lắc sẽ thay đổi khi

A. giảm chiều dài của dây treo và giữ nguyên các thông số khác

B. tăng chiều dài của dây treo và giữ nguyên các thông số khác

C. thay đổi gia tốc trọng trường tại nơi đặt con lắc và giữ nguyên các thông số khác

D. thay đổi khối lượng của vật nặng và giữ nguyên các thông số khác

Câu 27: Một con lắc đơn dao động điều hòa với phương trình dao động $s = 7,2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$. Lấy $g = \pi^2 \text{ cm/s}^2$. Biên độ góc của dao động

A. 0,069 rad

B. 0,072 rad

C. 0,05 rad

D. 0,036 rad

Câu 28: (Quốc gia – 2013) Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là 81cm và 64cm được treo ở trần một căn phòng. Khi các vật nhỏ của hai con lắc đang ở vị trí cân bằng, đồng thời truyền cho chúng các vận tốc cùng hướng sao cho hai con lắc dao động điều hòa với cùng biên độ góc, trong hai mặt phẳng song song với nhau. Gọi Δt là khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc truyền vận tốc đến lúc hai dây treo song song nhau. Giá trị Δt gần giá trị nào nhất sau đây:

A. 2,36s

B. 8,12s

C. 0,45s

D. 7,20s

Câu 29: (Sở Bình Thuận – 2017) Để đo gia tốc trọng trường g tại một vị trí trên mặt đất ta có thể sử dụng con lắc đơn và

A. đo chu kì T , đo khối lượng m của con lắc, từ đó tính được gia tốc g .

B. đo chiều dài dây treo l , đo khối lượng m của con lắc, từ đó tính được gia tốc g .

C. đo biên độ A , đo chu kì T , từ đó tính được gia tốc g .

D. đo chiều dài dây treo l , đo chu kì T , từ đó tính được gia tốc g .

Câu 30: (Chuyên Lê Hồng Phong – 2017) Tại một nơi có hai con lắc đơn dao động điều hòa. Trong cùng một khoảng thời gian, người ta thấy con lắc thứ nhất thực hiện được 4 dao động, con lắc thứ hai thực hiện được 5 dao động. Tổng chiều dài của hai con lắc là 164 cm. Chiều dài của mỗi con lắc là

A. $l_1 = 100$ m, $l_2 = 6,4$ m

B. $l_1 = 64$ cm, $l_2 = 100$ cm

C. $l_1 = 1$ m, $l_2 = 64$ cm

D. $l_1 = 6,4$ cm, $l_2 = 100$ cm

Câu 31: (THPT Thực hành – sp HCM – 2017) Một con lắc đơn gồm vật nặng có khối lượng m gắn với dây treo có chiều dài l . Từ vị trí cân bằng kéo lệch sợi dây sao cho góc lệch của sợi dây với phương thẳng đứng là $\alpha_0 = 60^\circ$ rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua mọi ma sát. Độ lớn của gia tốc khi lực căng dây có độ lớn bằng trọng lực

A. $\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$

B. 0 m/s^2

C. $\frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ m/s}^2$

D. $\frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ m/s}^2$

Câu 32: (Chuyên Phan Bội Châu – 2017) Một con lắc đơn có chiều dài 40 cm, được treo tại nơi có gia tốc trọng trường bằng 10 m/s^2 . Bỏ qua lực cản của không khí. Đưa dây treo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $0,15$ rad rồi thả nhẹ. Tốc độ của quả nặng tại vị trí dây treo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $0,12$ rad bằng

A. 6 cm/s

B. 24 cm/s

C. 18 cm/s

D. 30 cm/s

Câu 33: (Cẩm Lý – 2017) Tại một nơi trên mặt đất, con lắc đơn có chiều dài l_1 dao động với tần số 3 Hz, con lắc đơn có chiều dài l_2 dao động với tần số 4 Hz. Con lắc có chiều dài $l_1 + l_2$ sẽ dao động với tần số là

A. 1 Hz

B. 5 Hz

C. 2,4 Hz

D. 7 Hz

Câu 34:(Yên Lạc – 2017) Một con lắc đơn có chiều dài 1 m được treo dưới gầm cầu cách mặt nước 12 m. Con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc $\alpha_0 = 0,1$ rad. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì dây bị đứt. Khoảng cách cực đại (tính theo phương ngang) từ điểm treo con lắc đến điểm mà vật nặng rơi trên mặt nước mà con lắc thể đạt được là.

A. 49 cm

B. 95 cm

C. 65 cm

D. 85 cm

Câu 35:(Chuyên Lê Quý Đôn – 2017) Hai con lắc đơn có khối lượng như nhau, cùng dao động điều hòa với biên độ nhỏ trong hai mặt phẳng thẳng đứng song song nhau. Biết chu kì con lắc thứ nhất gấp 2 lần chu kì con lắc thứ hai, biên độ của con lắc thứ hai gấp 3 lần biên độ của con lắc thứ nhất. Chọn mốc thế năng của mỗi con lắc ở vị trí cân bằng của chúng. Tại một thời điểm nào đó, hai con lắc có cùng li độ, đồng thời động năng con lắc thứ nhất gấp 3 lần thế năng của nó. Tỉ số giữa tốc độ của con lắc thứ hai và con lắc thứ nhất tại thời điểm đó bằng

A. $\frac{140}{3}$

B. $\frac{35}{3}$

C. $\sqrt{\frac{35}{3}}$

D. $\sqrt{\frac{140}{3}}$

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
C	C	C	A	C	A	B	D	C	C
Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16	Câu 17	Câu 18	Câu 19	Câu 20
C	A	A	A	D	B	A	B	B	C
Câu 21	Câu 22	Câu 23	Câu 24	Câu 25	Câu 26	Câu 27	Câu 28	Câu 29	Câu 30
C	C	C	C	C	D	C	C	D	B
Câu 31	Câu 32	Câu 33	Câu 34	Câu 35	Câu 36	Câu 37	Câu 38	Câu 39	Câu 40

B	C	C							
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1:

Chu kì dao động của con lắc đơn $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ với $g = \frac{P}{m}$ là tỉ số giữa trọng lượng và khối lượng của con lắc

✓ **Đáp án C**

Câu 2:

Ta có:

$$\begin{cases} W_d = W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow 2W_t = W \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$$

Vật đang chuyển động nhanh dần đều theo chiều dương, do đó $\alpha = -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$

✓ **Đáp án C**

Câu 3:

Từ công thức độc lập thời gian giữa vận tốc và li độ cong, ta có:

$$|v| = \omega\sqrt{s_0^2 - s^2} = \omega l\sqrt{\alpha_0^2 - \alpha^2} = \frac{2\pi}{T} l\sqrt{\alpha_0^2 - \alpha^2} = 4\pi \text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 4:

Theo giả thuyết bài toán, ta có:

$$v = \frac{1}{2}v_{\max} \Leftrightarrow \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \frac{1}{2}\sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)} \Leftrightarrow \cos\alpha - \cos\alpha_0 = \frac{1 - \cos\alpha_0}{4} \xrightarrow{\text{Sjft} \rightarrow \text{Solve}} \alpha = 51,3^\circ$$

✓ **Đáp án A**

Câu 5:

Từ biểu thức của lực căng dây $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

+ Tại vị trí cân bằng $\alpha = 0 \Rightarrow T = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \neq P = mg$

✓ **Đáp án C**

Câu 6:

Tỉ số giữa lực căng dây cực đại và cực tiểu

$$\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{1 + \alpha_0^2}{1 - \frac{\alpha_0^2}{2}} = 1,02 \xrightarrow{\text{shift} \rightarrow \text{Solve}} \alpha_0 = 0,115 \text{ rad} = 6,6^\circ$$

✓ **Đáp án A**

Câu 7:

Ta có

$$\frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{3 - 2 \cos \alpha_0}{\cos \alpha_0} = 4 \Rightarrow \cos \alpha_0 = 0,5$$

Khi lực căng dây bằng hai lần lực căng dây cực tiểu, vật có li độ góc

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) = 2mg \cos \alpha_0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{3} \cos \alpha_0 = \frac{2}{3}$$

Tốc độ tương ứng của vật

$$v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 43 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \left(\frac{2}{3} - 0,5 \right)} = 1,2 \text{ m}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 8:

Từ biểu thức của lực căng dây, ta có

$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) \Leftrightarrow 200 \cdot 10^{-3} \cdot 10(3 \cos \alpha - 2 \cos 60^\circ) = 4 \Rightarrow \cos \alpha = 1$$

Tốc độ của vật tại vị trí này

$$v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,4(1 - 0,5)} = 2 \text{ m/s}$$

✓ **Đáp án D**

Câu 9:

Lực căng dây khi vật đi qua vị trí cân bằng

$$T = T_{\max} = mg(3 - \cos \alpha_0) \Leftrightarrow 1,0025 = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 10(3 - 2 \cos \alpha_0) \Rightarrow \cos \alpha_0 = 0,99875$$

$$\text{Cơ năng của con lắc } W = mgl(1 - \cos \alpha_0) = 100 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \left(\frac{2}{2\pi} \right)^2 (1 - 0,99875) = 125 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 10:

Ta có $f \sim \frac{1}{\sqrt{l}} \Rightarrow$ tăng chiều dài lên 4 lần thì tần số giảm đi 2 lần

✓ **Đáp án C**

Câu 11:

Ta có $f \sim \frac{1}{\sqrt{l}} \xrightarrow{l_2=2l_1} \frac{f_1}{f_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

✓ **Đáp án C**

Câu 12:

Cơ năng của con lắc $W = \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2$

✓ **Đáp án A**

Câu 13:

Biên độ của dao động $s_0 = l\varphi = 1 \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{\pi}{30}$ rad

Tần số góc của dao động $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \pi$ rad/s

Vậy $s = \frac{\pi}{30} \cos(\pi t + \pi)$ m

✓ **Đáp án A**

Câu 14:

Khi vật đi qua vị trí cân bằng $v = \pm v_{\max} = \pm \omega s_0 = \pm \sqrt{gl}\alpha_0 = \pm \sqrt{10 \cdot 40 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,1 = \pm 0,2$ m/s

✓ **Đáp án A**

Câu 15:

Biên độ của dao động $s_0 = l\alpha_0 = g \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \alpha_0 = 9,8 \left(\frac{2\pi}{7,2\pi} \right)^2 \cdot 0,1 = 0,02$ m

✓ **Đáp án D**

Câu 16:

Chu kì dao động của các con lắc được xác định bởi $T = \frac{\Delta t}{N}$

Ta có

$$\begin{cases} T_1 = \frac{\Delta t}{12} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_2 = \frac{\Delta t}{20} = 2\pi\sqrt{\frac{l-16}{g}} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{20}{12}\right)^2 = \frac{l}{l-16} \Rightarrow l = 25\text{cm}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 17:

Phương trình li độ góc biến thiên theo quy luật $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

✓ **Đáp án A**

Câu 18:

Chu kì dao động của con lắc $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

✓ **Đáp án B**

Câu 19:

Ta có $T \sim \sqrt{l} \xrightarrow{l=l_1+l_2} T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{0,6^2 + 0,8^2} = 1\text{s}$

✓ **Đáp án B**

Câu 20:

Từ hệ thức độc lập giữa hai đại lượng vuông pha s và v ta có

$$s_0^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \xrightarrow{s=l\alpha} l^2\alpha_0^2 = l^2\alpha^2 + \frac{v^2 l}{g} \Rightarrow \alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 21:

$$\text{Ta có } T \sim \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} \xrightarrow{T_1=1} T_2 = \sqrt{\frac{g_0}{g}}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 22:

Từ hệ thức độc lập giữa hai đại lượng vuông pha s và v ta có

$$s_0^2 = s^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \xrightarrow{s=l\alpha} l^2\alpha_0^2 = l^2\alpha^2 + \frac{v^2 l}{g} \Rightarrow \alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl} \Rightarrow \frac{\alpha_0^2 - \alpha^2}{\alpha} = \frac{v^2}{gl\alpha} \Rightarrow s = \frac{\alpha v^2}{g(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 23:

Tần số góc của dao động $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{1}} = \pi \text{ rad/s}$

Biên độ cong của dao động $s_0 = l\alpha_0 = 1 \frac{9^\circ}{180^\circ} \pi = 5\pi \text{ cm}$

Ban đầu vật ở vị trí biên âm, do vậy phương trình dao động sẽ là $s = 5\pi \cos(\pi t + \pi) \text{ cm}$

✓ **Đáp án C**

Câu 24:

Động năng bằng thế năng tại vị trí $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$, vật chuyển động theo chiều dương $\Rightarrow \alpha = -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$

✓ **Đáp án C**

Câu 25:

Động năng bằng ba lần thế năng tại vị trí $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{2}$

Độ dài cung tương ứng $s = l\alpha = 2 \frac{0,175}{2} = 17,5 \text{ cm}$

✓ **Đáp án C**

Câu 26:

Chu kỳ dao động của con lắc đơn không phụ thuộc vào khối lượng của vật nặng, do đó việc thay đổi khối lượng không làm thay đổi chu kỳ dao động của con lắc

✓ **Đáp án D**

Câu 27:

Ta có $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Leftrightarrow \frac{5\pi}{6} = \sqrt{\frac{\pi^2}{l}} \Rightarrow l = 1,44 \text{ m}$

Biên độ góc của dao động $\alpha_0 = \frac{s_0}{l} = \frac{7,2 \cdot 10^{-2}}{1,44} = 0,05 \text{ rad}$

✓ **Đáp án C**

Câu 28:

Dạng phương trình dao động của hai con lắc đơn $\alpha = \alpha_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad}$

$$\text{Trong đó } \begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l_1}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l_2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \frac{8}{9} \Rightarrow \omega_1 = \frac{8}{9}\omega_2$$

Điều kiện hai sợi dây song song \Leftrightarrow hai con lắc này có cùng li độ góc

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{8}{9}\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{9}\omega_2 t - \frac{\pi}{2} = \omega_2 t - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \frac{8}{9}\omega_2 t - \frac{\pi}{2} = -\omega_2 t + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

Hệ nghiệm thứ nhất luôn cho nghiệm thời gian âm nên không có ý nghĩa vật lý

$$\Rightarrow t = \frac{36}{85} + \frac{72k}{85} \text{ thời gian ngắn nhất ứng với } k=0 \Rightarrow t = \frac{36}{85} \text{ s}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 29:

Ta có thể đo gia tốc bằng cách sử dụng con lắc đơn, đo chu kỳ và chiều dài dây treo của con lắc sau đó tính gia

tốc trọng trường từ biểu thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

✓ **Đáp án D**

Câu 30:

Ta có chu kỳ của các con lắc được xác định bởi

$$T = \frac{\Delta t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Leftrightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{25}{16}$$

$$\text{Kết hợp với giả thuyết } l_1 + l_2 = 164 \Rightarrow \begin{cases} l_1 = 64\text{cm} \\ l_2 = 100\text{cm} \end{cases}$$

✓ **Đáp án B**

Câu 31:

$$\text{Biểu thức của lực căng dây } T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \xrightarrow{T=P} \cos\alpha = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cos\alpha_0 = \frac{2}{3}$$

Gia tốc của vật

$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ với a_n là gia tốc hướng tâm và a_t là gia tốc tiếp tuyến

$$a_t = \frac{F_{hl}}{m} = \frac{P \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha$$

$$a_n = \frac{T - P \cos \alpha}{m} = g(1 - \cos \alpha) = \frac{2g}{3}$$

Vậy

$$a = \sqrt{\left(\frac{2g}{3}\right)^2 + g^2 \sin^2 \alpha} = 10 \sqrt{\frac{1}{9} + \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)} = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ m/s}^2$$

✓ **Đáp án B**

Câu 32:

Tốc độ của vật năng tại vị trí có li độ góc α

$$v = \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)} = \sqrt{10 \cdot 40 \cdot 10^{-2} (0,15^2 - 0,12^2)} = 18 \text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án C**

Câu 33:

$$\text{Ta có } f \sim \frac{1}{\sqrt{l}} \xrightarrow{l=l_1+l_2} \frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \Leftrightarrow \frac{1}{f^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = 2,4s$$

✓ **Đáp án C**

Câu 34:

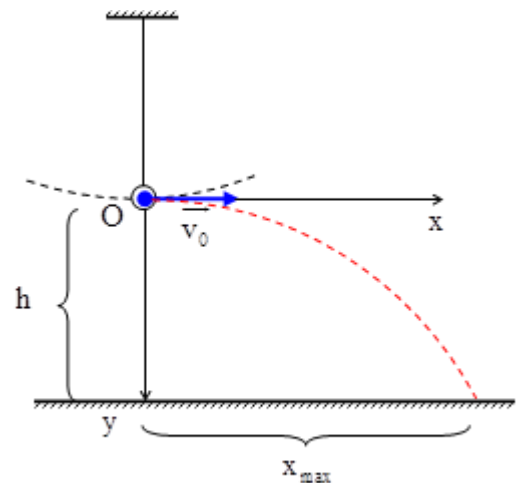
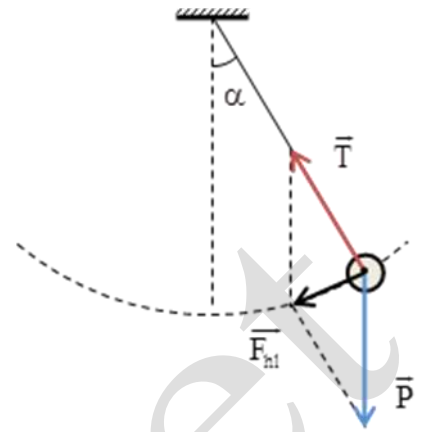
+ Tốc độ của con lắc khi đi qua vị trí cân bằng

$$v_0 = \sqrt{gl\alpha_0} = \sqrt{10 \cdot 1 \cdot 0,1} = 0,1\pi \text{ m/s}$$

+ Thời gian chuyển động của vật $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12}{10}} = 1,5s$

+ Tầm xa của vật

$$x_{\max} = v_0 t = 0,1\pi \cdot 1,5 = 49 \text{ cm}$$



✓ **Đáp án A**

Câu 35 :

Ta có $T_1 = 2T_2 \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1$

Khi hai con lắc này gặp nhau $s_1 = s_2 = \frac{s_{01}}{2}$

$$\left| \frac{v_{02}}{v_{01}} \right| = \frac{\omega_2 \sqrt{s_{01}^2 - s_1}}{\omega_2 \sqrt{s_{02}^2 - s_2}} \xrightarrow{s_{02}=3s_{01}} \left| \frac{v_{02}}{v_{01}} \right| = \frac{\omega_2 \sqrt{s_{01}^2 - \left(\frac{s_{01}}{2}\right)^2}}{\omega_2 \sqrt{9s_{01}^2 - \left(\frac{s_{01}}{2}\right)^2}} = \sqrt{\frac{140}{3}}$$

✓ **Đáp án D**