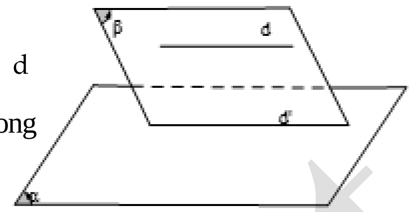
BÀI 2:

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

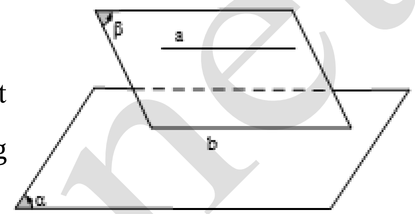
Định lí 1:

Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α).



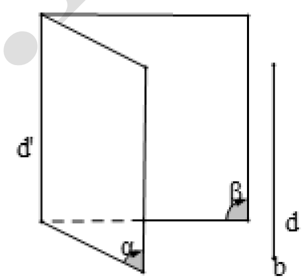
Định lí 2:

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a.



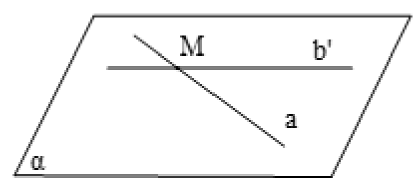
Hệ quả:

Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



Định lí 3:

Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.



DẠNG 1: Chứng minh đường thẳng song song với đường thẳng, đường thẳng song song với một mặt phẳng ...

Chứng minh hai đường thẳng song song thì dựa vào hình học phẳng: Định lý Talet đảo, đường trung bình...

Muốn chứng minh đường thẳng d song song với mặt phẳng (P), ta phải chứng minh đường thẳng d song song với một đường thẳng thuộc mp (P).

Tìm giao tuyến cách 2: Tìm một điểm chung của hai mặt phẳng, tìm trong hai mặt phẳng lần lượt có hai đường thẳng song song với nhau. Giao tuyến cần tìm đi qua điểm chung và song song với hai đường thẳng song song vừa tìm.

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành.

a) Xác định giao tuyến của (SAB) và (SCD); (SAD) và (SBC).

b) Gọi $M \in SC$, tìm giao tuyến của (ABM) và (SCD).

c) Gọi $N \in SB$, tìm giao tuyến của (SAB) và (NCD).

LỜI GIẢI

Hướng dẫn:

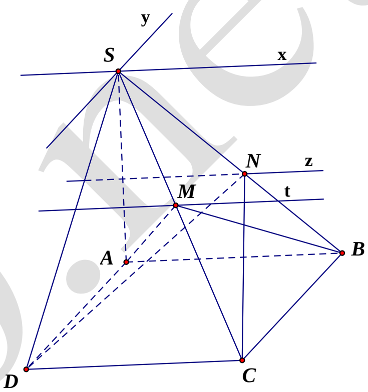
a) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD). Có S là điểm chung, có $AB \parallel CD$ *tính chất hình bình hành, mà AB nằm trong mp(SAB) và CD nằm trong mp(SCD). Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng này đi qua điểm S và song song với AB, CD.*

Tương tự giao tuyến của (SAD) và (SBC) qua S và song song với AD, BC.

b) Vì M thuộc SC suy ra M thuộc mp(SCD). Do đó M là điểm chung của hai mặt phẳng (MAB) và (SCD), trong hai mặt phẳng này lần lượt chứa hai đường thẳng AB và CD song song với nhau. Nên giao tuyến của chúng qua M và song song với AB, CD.

c) Tương tự câu b…

Ta trình bày cụ thể như sau:



a) Có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$.

b) Có $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sy \parallel AD \parallel BC$.

c) Vì $M \in SC, SC \subset (SCD) \Rightarrow M \in (SCD)$

Có $\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Mt \parallel AB \parallel CD$.

d) Vì $N \in SB, SB \subset (SAB) \Rightarrow N \in (SAB)$

Có $\begin{cases} N \in (SAB) \cap (NCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB); CD \subset (NCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (NCD) = Nz \parallel AB \parallel CD$.

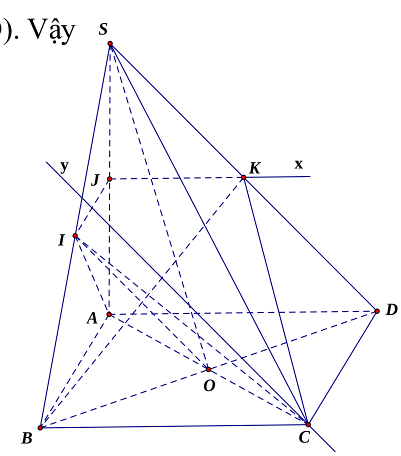
Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là một hình bình hành tâm O. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD.

a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD). b) Tìm giao điểm J của SA với (CKB).

c) Tìm giao tuyến của (OIA) và (SCD) d) Chứng minh $DC \parallel (IJK)$.

LỜI GIẢI

a) Có O và S là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD). Vậy $(SAC) \cap (SBD) = SO$



b) Có $\begin{cases} K \in (BKC) \cap (SAD) \\ BC \parallel AD \\ BC \subset (BKC); AD \subset (SAD) \end{cases}$

$\Rightarrow (BKC) \cap (SAD) = Kx \parallel BC \parallel AD$.

Trong mp(SAD) gọi $J = Kx \cap SA$,

có $\begin{cases} J \in SA \\ J \in Kx \subset (BKC) \end{cases} \Rightarrow J = SA \cap (BKC)$

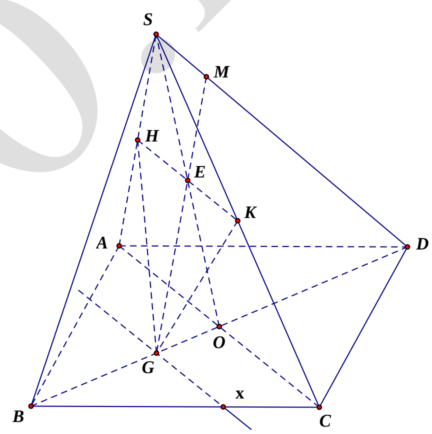
c) Có OI là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow OI \parallel SD$

Có $\begin{cases} C \in (OIA) \cap (SCD) \\ OI \parallel SD \\ OI \subset (OIA); SD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (OIA) \cap (SCD) = Cy \parallel OI \parallel SD$.

d) Dễ thấy J là trung điểm của SA nên có IJ là đường trung bình của $\Delta SAB \Rightarrow IJ \parallel AB$ mà $AB \parallel CD \Rightarrow CD \parallel IJ$ ngoài ra $IJ \subset (IJK) \Rightarrow CD \parallel (IJK)$.

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của SA và SC, G là trọng tâm của tam giác ABC.
a) Tìm giao tuyến của (GHK) và (ABCD).
b) Tìm giao điểm M của SD và (GHK).
c) Gọi E trung điểm của HK. Chứng minh G, E, M thẳng hàng.

LỜI GIẢI



a) Có $\begin{cases} G \in (GHK) \cap (ABCD) \\ HK \parallel AC \\ HK \subset (GHK); AC \subset (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (GHK) \cap (ABCD) = Gx \parallel HK \parallel AC$.

b) Gọi $O = AC \cap BD$. Suy ra

$(SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong mp(SAC) gọi $E = HK \cap SO$. Có

$\begin{cases} E \in HK \subset (GHK) \\ E \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow E \in (GHK) \cap (SBD)$ (1).

Ngoài ra $G \in (GHK) \cap (SBD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(GHK) \cap (SBD) = GE$.

Suy ra điểm M cần tìm là giao điểm của GE và SD.

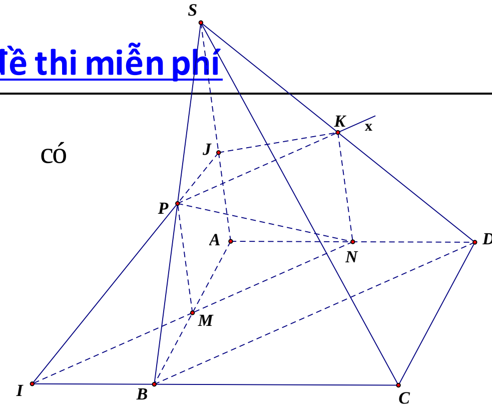
c). Từ cách tìm giao tuyến của câu b) suy ra 3 điểm G, E, M thẳng hàng.

Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M,N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SB.
a) Chứng minh $BD \parallel (MNP)$
b) Tìm giao điểm của mp(MNP) với BC.
c) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBD).
d) Tìm thiết diện của hình chóp với mp(MNP).

LỜI GIẢI

a) Có $MN \parallel BD$ (Vì MN là đường trung bình của ΔABD), mà $MN \subset (MNP)$

$\Rightarrow BD \parallel (MNP)$.



b) Trong mp(ABCD) gọi $I = MN \cap BC$, có $\begin{cases} I \in BC \\ I \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I = BC \cap (MNP)$.

c) Có $\begin{cases} P \in (SBD) \cap (MNP) \\ BD \parallel MN \\ BD \subset (SBD); MN \subset (MNP) \end{cases}$

$\Rightarrow (SBD) \cap (MNP) = Px \parallel BD \parallel MN$.

d) Trong mp(SAB) gọi $J = SA \cap IP$. Trong mp(SBD) gọi $K = SD \cap Px$.

Từ đó suy ra thiết diện cần tìm là ngũ giác MNKJP.

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SD, CD, BC.

a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBCD); (AMN) và (SBC).

b) Tìm giao điểm I của (PMN) và AC; K của (PMN) và SA.

c) Gọi F là trung điểm của PM, chứng minh ba điểm K, F, I thẳng hàng.

LỜI GIẢI

a) Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi

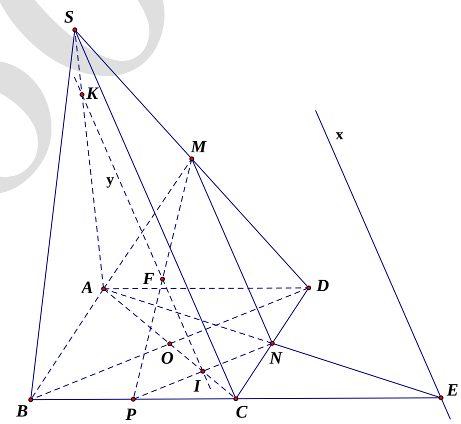
$O = AC \cap BD \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mp(ABCD) gọi

$E = AN \cap BC \Rightarrow E \in (AMN) \cap (SBC)$.



Có $\begin{cases} E \in (AMN) \cap (SBC) \\ MN \parallel SC \\ MN \subset (AMN); SC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow (AMN) \cap (SBC) = Ex \parallel MN \parallel SC$.

b) Trong mp(ABCD) gọi $I = PN \cap AC \Rightarrow \begin{cases} I \in AC \\ I \in PM \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow I = AC \cap (MNP)$.

Có $\begin{cases} I \in (PMN) \cap (SAC) \\ MN \parallel SC \\ MN \subset (PMN); SC \subset (SCC) \end{cases} \Rightarrow (PMN) \cap (SAC) = Iy \parallel MN \parallel SC$.

Trong mp(SAC) gọi $K = SA \cap Iy \Rightarrow \begin{cases} K \in SA \\ K \in Iy \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow K = SA \cap (MNP)$.

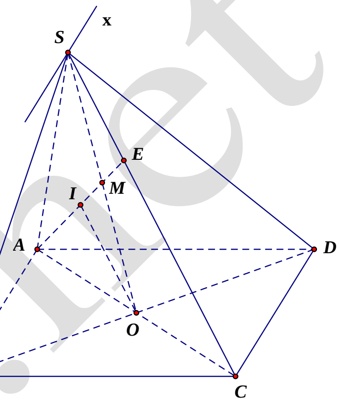
c) Dễ thấy I trung điểm của NP. Trong ΔPMN có IF là đường trung bình, do đó $IF \parallel MN$, ngoài ra $IK \parallel MN \Rightarrow$ 3 điểm I, K, F thẳng hàng.

Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành và O là giao điểm hai đường chéo AC và BD. Lấy điểm E trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Tìm giao điểm M của đường thẳng AE và mặt phẳng (SBD). Chứng minh M là trung điểm của đoạn thẳng SO.

LỜI GIẢI



a) Có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD; AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$.

b) Chọn mp(SAC) chứa AM. Tìm giao tuyến của mp(SAC) và mp(SBD):

Có S và O là 2 điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD), nên giao tuyến của chúng là đường thẳng SO. Điểm M cần tìm là giao điểm của SO và AM.

Trong mp(SAC) dựng $OI \parallel SC, I \in AM$, từ đó suy ra OI là đường trung bình của tam giác ACE $\Rightarrow OI = \frac{1}{2}CE$, ngoài ra có $SE = \frac{1}{2}CE \Rightarrow OI = SE$. Như vậy tứ giác SEOI là hình bình hành $\Rightarrow$ M trung điểm của SO.

Câu 7: Cho tứ diện ABCD, gọi M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD.

a) Chứng minh $NP \parallel (ABC)$.

b) Tìm giao điểm Q của AC với (MNP) và tính $\frac{QA}{QC}$. Suy ra thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mp(MNP).

c) Chứng minh $MG \parallel (ABD)$, với G là trọng tâm của tam giác ACD.

LỜI GIẢI

a) Có NP là đường trung bình của $\Delta ACD \Rightarrow NP \parallel AB$, mà $AB \subset (ABC)$

$\Rightarrow NP \parallel (ABC)$.

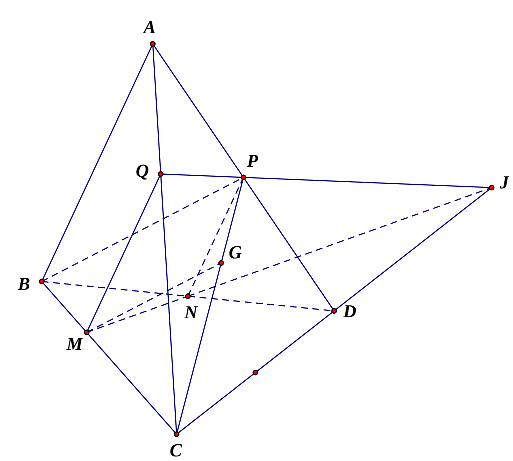
b) Có $P \in (MNP) \cap (ACD)$ (1)

Trong mp(BCD) gọi $J = MN \cap CD$, có

$\begin{cases} J \in MN \subset (MNP) \\ J \in CD \subset (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow J \in (MNP) \cap (ACD)$ (2).

Từ (1) và (2) : $(MNP) \cap (ACD) = JP$



Trong mp(ACD) gọi $Q = JP \cap AC$, có $\begin{cases} Q \in AC \\ Q \in JP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q = AC \cap (MNP)$.

Có $\begin{cases} MQ = (MNP) \cap (ABC) \\ NP \parallel AB; NP \subset (MNP), AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow MQ \parallel NP \parallel AB$. Theo Ta lét có

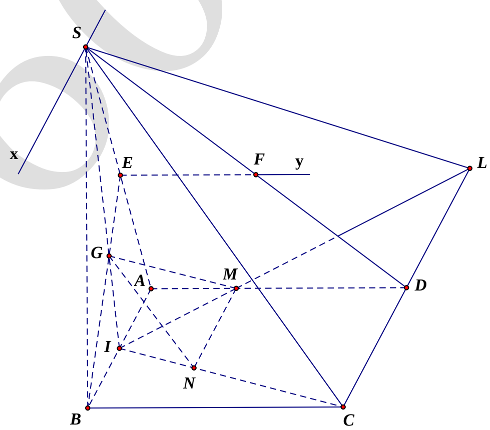
$\frac{CQ}{CA} = \frac{CM}{CB} = \frac{2}{3}$. Kết luận $\frac{QA}{QC} = \frac{1}{2}$.

Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang MNPQ với $MQ \parallel NP$.

c) Trong ΔBCP có $\frac{CM}{CB} = \frac{CG}{CP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel BP$ (định lý đảo Ta lét), mà $BP \subset (ABD)$ nên $MG \parallel (ABD)$.

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình bình hành.
a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD);(SAB) và (SCD).
b) Một mặt phẳng qua BC và song song với AD cắt SA tại E(E khác S, A), cắt SD tại F(F khác S, D). Tứ giác BEFC là hình gì?
c) M thuộc đoạn AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$. G là trọng tâm tam giác SAB, I là trung điểm AB. Đường thẳng qua M và song song AB cắt CI tại N. Chứng minh $NG \parallel (SCD)$, $MG \parallel (SCD)$.

LỜI GIẢI



a) Có

$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD; AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$.

b) Có

$\begin{cases} EF = (\alpha) \cap (SAD) \\ BC \parallel AD; BC \subset (\alpha), AD \subset (SAD) \end{cases}$

$\Rightarrow EF \parallel BC \parallel AD$.

Vậy tứ giác EFCB là hình thang.

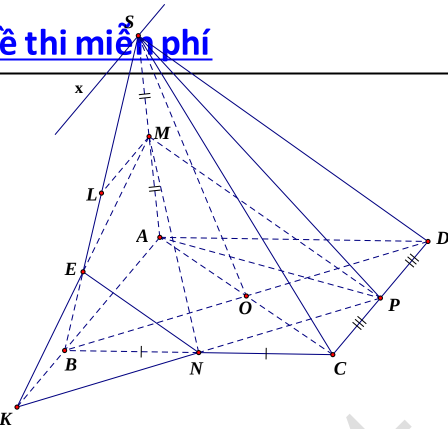
c) Do tính chất của hình bình hành, có $\frac{IN}{IC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$. Trong ΔICS có $\frac{IN}{IC} = \frac{IG}{IS} = \frac{1}{3} \Rightarrow NG \parallel SC$ (Định lý đảo Ta lét), mà $SC \subset (SCD) \Rightarrow NG \parallel (SCD)$.

Trong mp(ABCD) gọi $L = IM \cap CD$, có $\Delta MAI \sim \Delta MDL (g.g) \Rightarrow \frac{MI}{ML} = \frac{MA}{MD} = \frac{1}{2}$.

Trong ΔISL có $\frac{IM}{IL} = \frac{IG}{IS} = \frac{1}{3} \Rightarrow MG \parallel SL$ (Định lý đảo Ta lét), mà $SL \subset (SCD)$ $\Rightarrow MG \parallel (SCD)$.

Câu 9: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, BC, CD.
a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD); (SAB) và (SCD).
b) Tìm giao điểm E của SB và (MNP).
c) Chứng minh $NE \parallel (SAP)$.

LỜI GIẢI



a) Có $SO = (SAC) \cap (SBD)$

Có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$.

b) Có $M \in (MNP) \cap (SAB)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi

$E = NP \cap AB \Rightarrow \begin{cases} K \in NP \subset (MNP) \\ K \in AB \subset (SAB) \end{cases}$

$\Rightarrow K \in (MNP) \cap (SAB)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(MNP) \cap (SAB) = MK$.

Trong mp(SAB) gọi $E = MK \cap SB \Rightarrow \begin{cases} E \in SB \\ E \in MK \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = SB \cap (MNP)$.

c) Có $\Delta NBK = \Delta NCP(g.c.g) \Rightarrow NK = NP \,\&\, KB = CP$ $(*)$

Ngoài ra $\overrightarrow{PC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (3)

Trong mp(SAB) dựng $ML \parallel AB, L \in SB \Rightarrow \overrightarrow{ML} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (đường trung bình) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{ML} \Rightarrow$ tứ giác BKLM là hình bình hành $\Rightarrow E$ trung điểm của KM $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra EN là đường trung bình của $\Delta KMP \Rightarrow EN \parallel MP$, mà $MP \subset (SAP) \Rightarrow EN \parallel (SAP)$

.

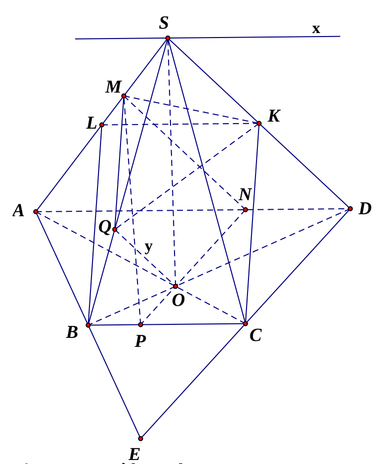
Câu 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang AD đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các đoạn SA, AD, BC sao cho $MA = 2MS$, $NA = 2ND$, $PC = 2PB$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC); (SAC) và (SBD).

b) Xác định giao điểm Q của SB với mp(MNP).

c) Gọi K trung điểm của SD. Chứng minh CK là giao tuyến của hai mặt phẳng (MQK) và (SCD).

LỜI GIẢI



a) Có $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC$.

Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi

$O = AC \cap BD \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

b) Trong mp(ABCD) gọi $E = AB \cap CD$.

Trong ΔEAD có $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \Rightarrow BC$ là đường trung bình của tam giác này

$\Rightarrow O$ là trọng tâm của ΔEAD.

Trong ΔACD có $\frac{AN}{AD} = \frac{AO}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow NO \parallel CD$ (3).

Trong ΔBCD có $\frac{BP}{BC} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow PO \parallel CD$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra 3 điểm N, O, P thẳng hàng.

Trong ΔSAD có $\frac{AN}{AD} = \frac{AM}{AS} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN \parallel SD$

Có $\begin{cases} O \in (MNP) \cap (SBD) \\ MN \parallel SD \\ MN \subset (MNP); SD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (MNP) \cap (SBD) = Oy \parallel MN \parallel SD$.

Trong mp(SBD) gọi $Q = Oy \cap SB \Rightarrow \begin{cases} Q \in SB \\ Q \in Oy \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q = SB \cap (MNP)$.

Trong ΔSBD có $OQ \parallel SD \Rightarrow \frac{BQ}{BS} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{QS}{QB} = 2$.

c) Gọi L trung điểm của SA, có $\frac{SM}{SL} = \frac{\frac{1}{3}SA}{\frac{1}{2}SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SM}{SL} = \frac{SQ}{SB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MQ \parallel BL$

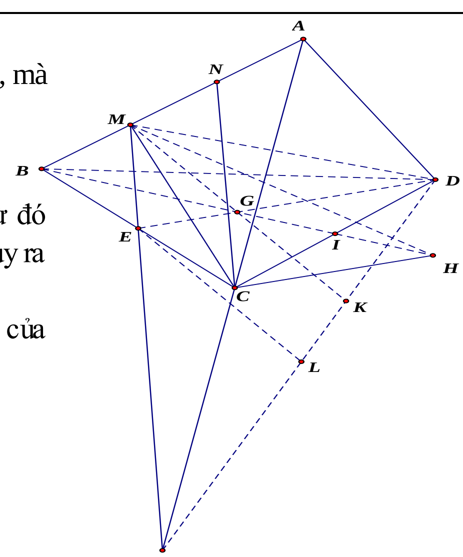
Có $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ (đường trung bình) $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ (giả thuyết) $\Rightarrow \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow$ tứ giác BCKL là hình bình hành $\Rightarrow BL \parallel CK \Rightarrow MQ \parallel CK$.

Có $\begin{cases} K \in (SCD) \cap (MQK) \\ MQ \parallel KC \\ MQ \subset (MQK); KC \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (MQK) = Kz \parallel KC \parallel MQ \Rightarrow Kz \equiv KC$.

Hay CK là giao tuyến của hai mặt phẳng (MQK) và (SCD).

Câu 11: Cho tứ diện ABCD, lấy điểm M trên cạnh AB sao cho $AM = 2MB$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, gọi I trung điểm của CD, H là điểm đối xứng của G qua I.
a) Chứng minh $GD \parallel (MCH)$.
b) Tìm giao điểm K của MG với mp(ACD). Tính tỉ số $\frac{GK}{GM}$.

LỜI GIẢI



a. Ta có tứ giác CGDH tứ giác là hình bình hành. Nên $DG \parallel CH$, mà $CH \subset (MCH) \Rightarrow DG \parallel (MCH)$.

b) Chọn mp(MCD) chứa MG.

Trong tam giác ABC gọi F là giao điểm của ME và AC. Từ đó suy ra DF là giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (ACD). Suy ra giao điểm K cần tìm là giao điểm của MG và DF.

Gọi N trung điểm. Trong ΔBCN có EM là đường trung bình của tam giác, nên $ME \parallel NC$

Trong tam giác AMF có CN là đường trung bình của tam giác.
Suy ra C trung điểm của AF.

Có $EM = \frac{1}{2}CF$ và $CN = \frac{1}{2}MF$.

Vậy $MF = 4ME$.

Dựng $EL \parallel MK, (L \in DF)$

Trong ΔDEL có $\frac{DG}{DE} = \frac{DK}{DL} = \frac{GK}{EL} = \frac{2}{3} \Rightarrow GK = \frac{2}{3}EL \Rightarrow EL = \frac{3}{2}GK$ (1)

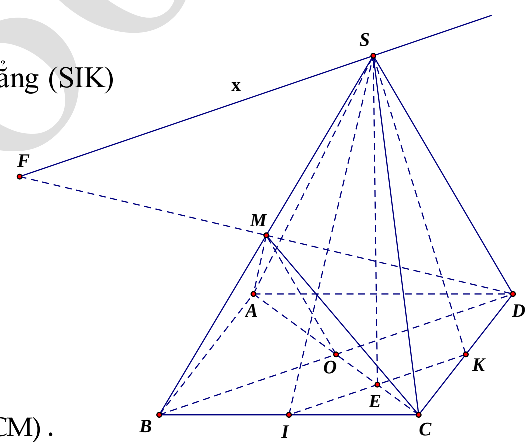
Trong ΔFMK có $\frac{FE}{FM} = \frac{EL}{MK} = \frac{3}{4} \Rightarrow EL = \frac{3}{4}MK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{3}{2}GK = \frac{3}{4}MK \Rightarrow MK = 2GK$

Câu 12: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC, CD.
1) Tìm giao tuyến của (SIK) và (SAC); (SIK) và (SBD).
2) Gọi M là trung điểm của SB, chứng minh $SD \parallel (ACM)$.
3) Tìm giao điểm F của DM và (SIK). Tính $\frac{MF}{MD}$.

LỜI GIẢI

a) Trong mp(ABCD), gọi $E = AC \cap IK$. Suy ra SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SIK) và (SAC).



Có $\begin{cases} S \in (SKI) \cap (SBD) \\ KI \parallel BD \\ KI \subset (SKI); BD \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow (SKI) \cap (SBD) = Sx \parallel KI \parallel BD$.

b) Gọi $O = AC \cap BD$.
Trong mp(SBD) có $OM \parallel SD$
(đường trung bình), mà $OM \subset (ACM) \Rightarrow SD \parallel (ACM)$.

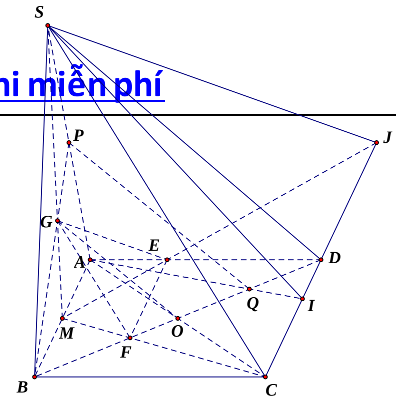
c) Trong mp(SBD), gọi $F = Sx \cap DM$, có $\begin{cases} F \in DM \\ F \in Sx, Sx \subset (SIK) \end{cases} \Rightarrow F = DM \cap (SIK)$.

Có $\Delta MSF = \Delta MBD (g.c.g) \Rightarrow MF = MD$. Kết luận $\frac{MF}{MD} = 1$.

Câu 13: Cho hình chóp SABCD có ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi G là trọng tâm của ΔSAB, trên AD lấy điểm E sao cho $AD = 3AE$. Gọi M là trung điểm của AB.
a) Chứng minh $EG \parallel (SCD)$
b) Đường thẳng qua E song song với AB cắt MC tại F. Chứng minh $GF \parallel (SCD)$.
c) Gọi I là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CI = 2ID$. Chứng minh $GO \parallel (SAI)$.

LỜI GIẢI

a) Trong mp(ABCD) gọi $J = ME \cap CD$, có $\Delta EAM \sim \Delta EDJ (g.g)$



$\Rightarrow \frac{EM}{EJ} = \frac{EA}{ED} = \frac{1}{2} \Rightarrow EJ = 2EM$.

Trong ΔMSJ có $\frac{MG}{MS} = \frac{ME}{MJ} = \frac{1}{3} \Rightarrow GE \parallel SJ$

(Định lý đảo Talét), mà $SJ \subset (SCD)$

$\Rightarrow GE \parallel (SCD)$.

b) Vì AMCD là hình thang có $EF \parallel CD \parallel AM \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{MF}{MC} = \frac{1}{3}$

Trong ΔMSC có $\frac{MG}{MS} = \frac{MF}{MC} = \frac{1}{3} \Rightarrow GE \parallel SC$ (Định lý đảo Talét), mà $SC \subset (SCD)$ $\Rightarrow GF \parallel (SCD)$.

c) Gọi P trung điểm của SA và Q là giao điểm của BD và AI.

Có $\Delta QAB \sim \Delta QID (g.g) \Rightarrow \frac{QB}{QD} = \frac{AB}{ID} = 3 \Rightarrow QB = 3QD \Rightarrow \frac{QO}{QB} = \frac{2}{3}$.

Trong ΔBPQ có $\frac{BG}{BP} = \frac{BO}{BQ} = \frac{2}{3} \Rightarrow GO \parallel PQ$ (Định lý đảo Talét), mà $PQ \subset (SAI)$ $\Rightarrow GO \parallel (SAI)$.

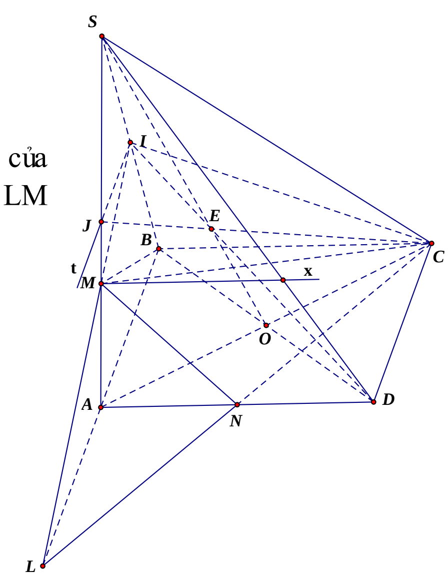
Câu 14: Hình chóp S.ABCD có O là tâm của hình bình hành ABCD, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $SM = 2MA, N$ là trung điểm của AD.

1) Tìm giao tuyến của các mặt phẳng (SAD) và (MBC).

2) Tìm giao điểm I của SB và (CMN); giao điểm J của SA và (ICD).

3) Chứng minh ID, JC và SO đồng quy tại E. Tính tỉ số $\frac{SE}{SO}$.

LỜI GIẢI



a) Có $\begin{cases} M \in (SAD) \cap (MBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD); BC \subset (MBC) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (MBC) = Mx \parallel AD \parallel BC$

b) Trong mp(ABCD) gọi $L = CN \cap AB$. Suy ra LM là giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và (SAB), điểm I cần tìm là giao điểm của LM và SB.

Có $\begin{cases} I \in (ICD) \cap (SAB) \\ CD \parallel AB \\ CD \subset (ICD); AB \subset (SAB) \end{cases}$

$\Rightarrow (ICD) \cap (SAB) = Iy \parallel CD \parallel AB$

Điểm J cần tìm là giao điểm của Iy với SD.

c) Có $SO = (SAC) \cap (SBD)$. Trong mp(ICD) gọi $E = JC \cap ID$, có

$\begin{cases} E \in JC \subset (SAC) \\ E \in ID \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAC) \cap (SBD)$, hay E thuộc SO.

Có AN là đường trung bình của tam giác LBC, nên A trung điểm của LB. Trong tam giác SBL có SA là đường trung tuyến và $SM = \frac{2}{3}SA \Rightarrow M$ là trọng tâm của tam giác SBL. Nên I trung điểm của SB.

Trong tam giác SBD có E là trọng tâm của tam giác. Do đó $\frac{SE}{SO} = \frac{2}{3}$.

Câu 15: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC và N là trọng tâm tam giác ABC.

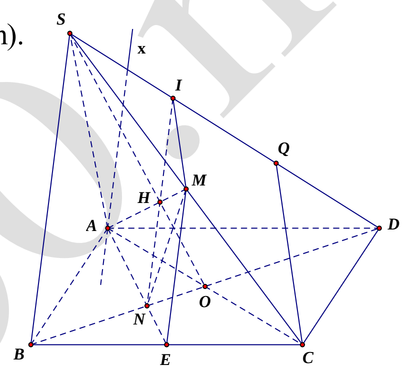
a) Chứng minh $SB \parallel (AMN)$.

b) Tìm giao tuyến của $mp(AMN)$ với $mp(SAB)$.

c) Tìm giao điểm I của SD với $mp(AMN)$. Tính $\frac{IS}{ID}$.

d) Gọi Q là trung điểm của ID. Chứng minh $QC \parallel mp(AMN)$.

LỜI GIẢI



a) Gọi E trung điểm của BC. Có $ME \parallel SB$ (đường trung bình).

Mà $ME \subset (AMN)$ nên suy ra $SB \parallel (AMN)$.

b) Có $\begin{cases} A \in (AMN) \cap (SAB) \\ ME \parallel SB \\ ME \subset (AMN); SB \subset (SAB) \end{cases}$

$\Rightarrow (AMN) \cap (SAB) = Ax \parallel ME \parallel SB$.

c) Gọi $O = AC \cap BD$.

Suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong mp(SAC) gọi $H = AM \cap SO$. Có $\begin{cases} H \in AM \subset (AMN) \\ H \in SO \subset (SBD) \end{cases}$