Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD. Lấy một điểm M thuộc miền trong tam giác SBC. Lấy một điểm N thuộc miền trong tam giác SCD.

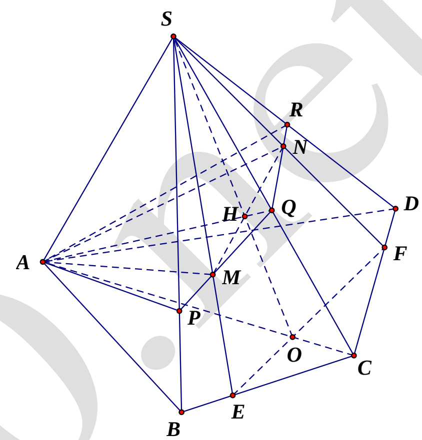
a) Tìm giao điểm của MN với (SAC).

b) Tìm giao điểm của SC với (AMN).

c) Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD với (AMN).

LỜI GIẢI

a) Trong mp(SBC) gọi $E = SM \cap BC$. Trong mp(SCD) gọi $F = SN \cap CD$.



Chọn mp(SEF) chứa MN.

Có $S \in (SEF) \cap (SAC)$ (1)

Trong mp(ABCD) gọi

$$O = AC \cap EF \Rightarrow \begin{cases} O \in EF \subset (SEF) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases}$$

$\Rightarrow O \in (SEF) \cap (SAC)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SEF) \cap (SAC) = SO$

Trong mp(SEF) gọi

$$H = SO \cap MN \Rightarrow \begin{cases} H \in MN \\ H \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow H = MN \cap (SAC).$$

b) Có $A \in (AMN) \cap (SAC)$ (3)

Có $H = SO \cap MN \Rightarrow \begin{cases} H \in MN \subset (AMN) \\ H \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow H(AMN) \cap (SAC)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(AMN) \cap (SAC) = AH$

Trong mp(SAC) gọi $Q = SC \cap AH \Rightarrow \begin{cases} Q \in SC \\ Q \in AH \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow Q = SC \cap (AMN)$.

c) Có $MQ = (AMN) \cap (SBC)$. Gọi $P = SB \cap MQ \Rightarrow (AMN) \cap (SAB) = AP$.

Có $NQ = (AMN) \cap (SCD)$. Gọi $R = SD \cap NQ \Rightarrow (AMN) \cap (SAD) = AR$.

Từ đó suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác APQR.

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SB, G là trọng tâm ΔSAD

a) Tìm giao điểm I của GM với $(ABCD)$. Chứng minh I ở trên đường thẳng CD và $IC = 2ID$.

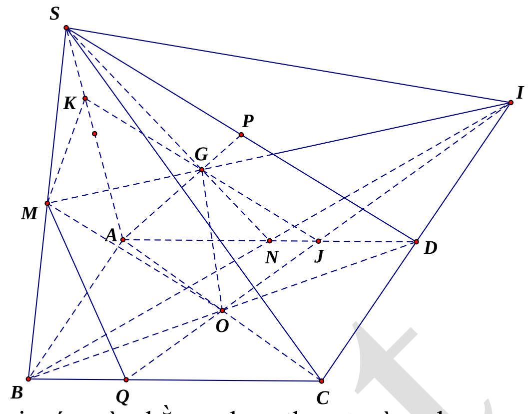
b) Tìm giao điểm J của (OMG) với AD. Tính $\frac{JA}{JD}$.

c) Tìm giao điểm K của (OMG) với SA. Tính $\frac{KA}{KS}$.

d) Tìm thiết diện tạo bởi (OMG) với hình chóp.

LỜI GIẢI

a) Gọi N trung điểm của AD.



Trong (SBN) gọi

$I = MG \cap BN \Rightarrow \begin{cases} I \in MG \\ I \in BN \subset (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow I = MG \cap (ABCD)$.

Đã chứng minh ở dạng 2, N trung điểm của BI.

Trong mp(ABCD) xét hai ΔNAB và ΔNDI có:

$NA = NB$ (giả thuyết).

$NB = NI$ (chứng minh trên).

$ANB = DNI$ (đối đỉnh)

Vậy $\Delta NAB = \Delta NDI(c.g.c) \Rightarrow AB = DN \,\&\, BAN = NDI$ hai góc này bằng nhau theo trường hợp so le trong, do đó $AB \parallel DN \Rightarrow$ 3 điểm C, D, I thẳng hàng và $DI = DC$.

b) Có $O \in (OMG) \cap (ABCD)$ (3)

Có $I = MG \cap BN \Rightarrow \begin{cases} I \in MG \subset (OMG) \\ I \in BN \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (OMG) \cap (ABCD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(OMG) \cap (ABCD) = IO$.

Trong mp(ABCD) gọi $J = AD \cap OI \Rightarrow J = AD \cap (OMG)$.

Xét trong ΔACI có J là giao điểm của hai đường trung tuyến AD và IO, suy ra J là trọng tâm của tam giác này. Do đó $\dfrac{JA}{JD} = 2$.

c) Có $JG = (SAD) \cap (OMG)$

Trong mp(SAD) gọi $K = SA \cap JG \Rightarrow \begin{cases} K \in SA \\ K \in JG \subset (OMG) \end{cases} \Rightarrow K = SA \cap (OMG)$.

Gọi P trung điểm của SD. Có $\dfrac{AG}{AP} = \dfrac{AJ}{AD} = \dfrac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm) $\Rightarrow JG \parallel DP$

Xét trong ΔSAD có $JK \parallel SD \Rightarrow \dfrac{AK}{AS} = \dfrac{AJ}{AD} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{KA}{KS} = 2$.

d) Trong mp(ABCD) gọi $Q = IO \cap BC$. Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác MQJK.

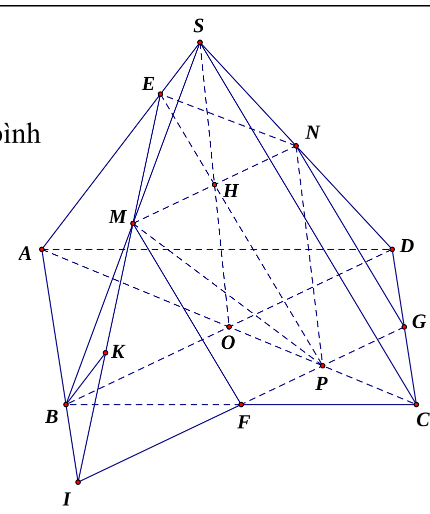
Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC.

a). Tìm giao tuyến của (MNP) và $(ABCD)$.

b). Tìm giao điểm của SA và (MNP).

c). Xác định thiết diện của hình chóp với (MNP).Tính tỉ số mà (MNP) chia các cạnh SA, BC và CD.

LỜI GIẢI



a) Có $SO = (SAC) \cap (SBD)$

Trong mp(SBD) gọi $H = MN \cap SO$, vì MN là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow H$ trung điểm của SO.

Có $P \in (MNP) \cap (SAC)$ (1).

Có $H = MN \cap SO \Rightarrow \begin{cases} H \in MN \subset (MNP) \\ H \in SO \subset (SAC) \end{cases}$

$\Rightarrow H \in (MNP) \cap (SAC)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$(MNP) \cap (SAC) = PH$.

Trong mp(SAC) gọi

$E = SA \cap PH \Rightarrow \begin{cases} E \in SA \\ E \in PH \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = SA \cap (MNP)$.

Do H trung điểm của SO và P trung điểm của OC suy ra PH là đường trung bình của $\Delta OCS \Rightarrow PH \parallel SC$.

Trong ΔSAC có $PE \parallel SC \Rightarrow \dfrac{AE}{AS} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{3}{4}$.

Trong mp(SAB) gọi $I = EM \cap AB \Rightarrow I \in (MNP) \cap (ABCD)$ (3).

Ngoài ra có $P \in (MNP) \cap (ABCD)$. Do đó $(MNP) \cap (ABCD) = IP$

Trong mp(ABCD) gọi F và G lần lượt là giao điểm của IP với BC và CD.

Từ đó suy ra thiết diện cần tìm là ngũ giác FMENG.

Trong mp(SAB) dựng $BK \parallel SA, K \in SI \Rightarrow \Delta MES = \Delta MKB(g.c.g) \Rightarrow \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BK}$, mà $\overrightarrow{ES} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AE} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AE}$. Xét ΔIAE có $\dfrac{IB}{IA} = \dfrac{BK}{AE} = \dfrac{1}{3}$.

Trong ΔAIP có $\dfrac{AB}{AI} = \dfrac{AO}{AP} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow BO \parallel IP$.

Trong ΔBCD có $FG \parallel BD \Rightarrow \dfrac{CF}{CB} = \dfrac{CG}{CD} = \dfrac{CP}{CO} = \dfrac{1}{2}$.

Kết luận tỉ số mà mp(MNP) chia các cạnh SA, BC và CD lần lượt là $\dfrac{ES}{EA} = \dfrac{1}{3}$, $\dfrac{FB}{FC} = 1$, $\dfrac{GC}{GD} = 1$.

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi K là trọng tâm của tam giác SAC và I, J lần lượt là trung điểm của CD và SD.

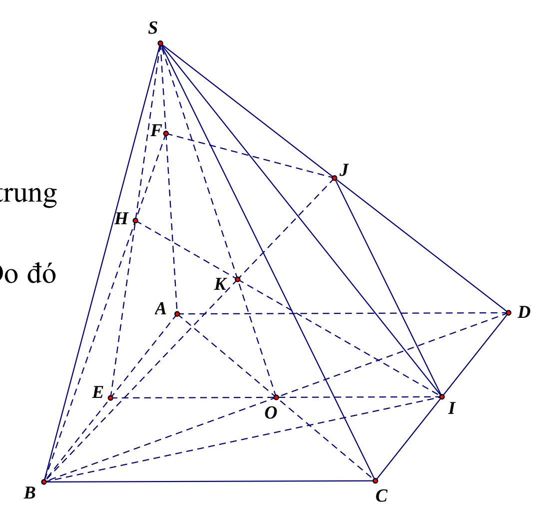
a). Tìm giao điểm H của đường thẳng IK với mặt phẳng (SAB).

b). Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IJK) với hình chóp.

LỜI GIẢI

Trong mp(ABCD) gọi $O = AC \cap BD$. Có $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Vì K là trọng tâm của $\Delta SAC \Rightarrow SK = \dfrac{2}{3}SO$. Trong ΔSBD có SO là đường trung tuyến và $SK = \dfrac{2}{3}SO$, suy ra K là trọng tâm của ΔSBD. Do đó $B \in KJ$.



a) Có $S \in (SAB) \cap (SIO)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi $E = AB \cap IO$,

có $\begin{cases} E \in AB \subset (SAB) \\ E \in IO \subset (SIO) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SIO)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAB) \cap (SIO) = SE$.

Trong mp(SIO) gọi $H = IK \cap SE$, có $\begin{cases} H \in IK \\ H \in SE \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow H = IK \cap (SAB)$.

b) Có $B \in KJ \Rightarrow B \in (IJK) \cap (ABCD)$. Do đó $(IJK) \cap (ABCD) = BI$.

Trong mp(SAB) gọi $F = BH \cap SA \Rightarrow (SAB) \cap (IJK) = BF$.

Ngoài ra $(SAD) \cap (IJK) = FJ$ và $(SCD) \cap (IJK) = JI$

Do đó thiết diện cần tìm là tứ giác BFJI.

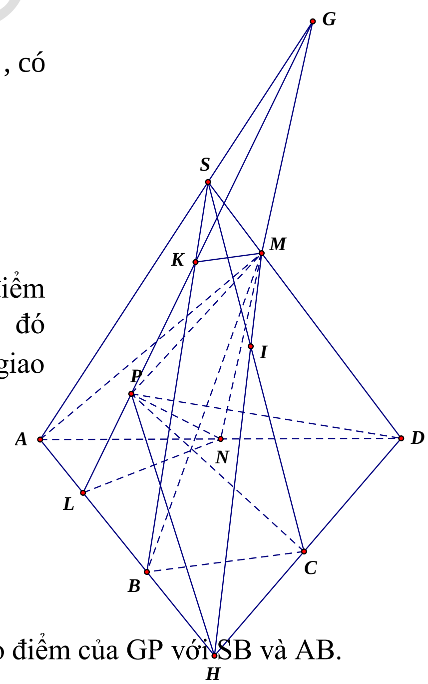
Câu 6: Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD không là hình thang, điểm P nằm trong tam giác SAB và điểm M thuộc cạnh SD sao cho $MD = 2MS$.

a). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (PCD).

b). Tìm giao điểm của SC với mặt phẳng (ABM).

c). Gọi N là trung điểm của AD, tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp S.ABCD.

LỜI GIẢI



a) Có $P \in (SAB) \cap (PCD)$ (1). Trong mp(ABCD) gọi $H = AB \cap CD$, có

$\begin{cases} H \in AB \subset (SAB) \\ H \in CD \subset (PCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (SAB) \cap (PCD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(SAB) \cap (PCD) = HP$.

b) Bước 1: Chọn mp(SCD) chứa SC.

Bước 2: Tìm giao tuyến của (MAB) và (SCD): Có M, H là hai điểm chung của hai mặt phẳng (MAB) và (SCD). Do đó $HM = (MAB) \cap (SCD)$. Giao tuyến HM cắt SC tại điểm I. Vậy I là giao điểm của SC với mp(ABM).

c) Trong mp(SAD) gọi $G = SA \cap MN$, có

$\begin{cases} G \in SA \subset (SAB) \\ G \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow G \in (SAB) \cap (MNP)$ (3).

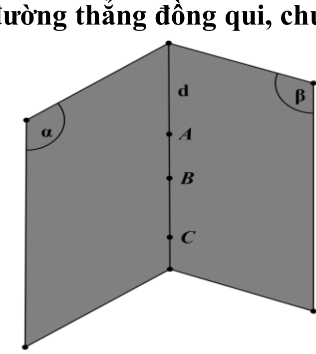
Có $P \in (SAB) \cap (MNP)$ (4).

Từ (3) và (4) $\Rightarrow (SAB) \cap (MNP) = GP$. Gọi K, L lần lượt là giao điểm của GP với SB và AB.

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác MNLK.

DẠNG 4: Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui, chứng minh một điểm thuộc một đường thẳng cố định.

Phương pháp:



Muốn chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng, ta chứng minh ba điểm đó lần lượt thuộc hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β), thì suy ra ba điểm A, B, C nằm trên giao tuyến của (α) và (β), nên chúng thẳng hàng.

PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY:

Ta tìm giao điểm của hai đường thẳng trong ba đường thẳng đã cho, rồi chứng minh giao điểm đó nằm trên đường thẳng thứ ba. Cụ thể như sau:

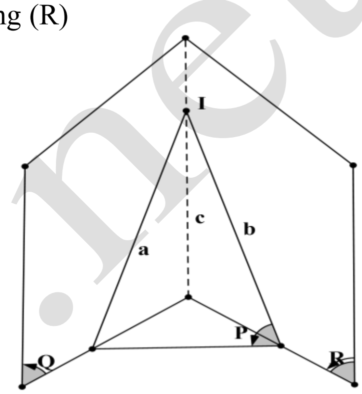
Cách chứng minh 3 đường thẳng a, b, c **đồng quy tại một điểm.**

Chọn một mặt phẳng (P) chứa đường thẳng (a) và (b). Gọi $I=(a)\cap(b)$

Tìm một mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (a), tìm một mặt phẳng (R) chứa đường thẳng (b), sao cho $(c)=(Q)\cap(R)\Rightarrow I\in(c)$.

Vậy: 3 đường thẳng $(a),(b),(c)$ đồng quy tại điểm I.

$$\begin{cases}(a),(b)\subset mp(P)\\(a)\cap(b)=I\\mp(P)\cap mp(Q)=(a)\\mp(P)\cap mp(R)=(b)\\mp(Q)\cap mp(R)=(c)\end{cases}\Rightarrow(a)\cap(b)\cap(c)=I$$



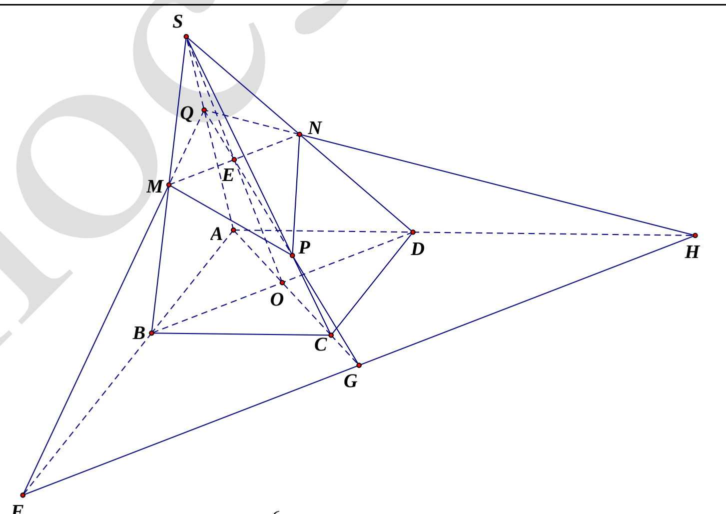
Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O, hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD; điểm P thuộc SC và không là trung điểm của SC.

a). Tìm giao điểm của SO với mặt phẳng (MNP).

b). Tìm giao điểm của SA với mặt phẳng (MNP).

c). Gọi F,G,H lần lượt là giao điểm của QM và AB,QP và AC,QN và AD. Chứng minh ba điểm F,G,H thẳng hàng.

LỜI GIẢI



a) Trong mp(SBD) gọi $E=SO\cap MN\Rightarrow\begin{cases}E\in SO\\E\in MN\subset(MNP)\end{cases}\Rightarrow E=SO\cap(MNP)$.

b) Trong mp(SAC) gọi $Q=SA\cap PE\Rightarrow\begin{cases}Q\in SA\\Q\in PE\subset(MNP)\end{cases}\Rightarrow Q=SA\cap(MNP)$.

c) Có $F = QM \cap AB \Rightarrow \begin{cases} F \in QM \subset (MNP) \\ F \in AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MNP) \cap (ABCD)$ (1).

Có $G = QP \cap AC \Rightarrow \begin{cases} G \in QP \subset (MNP) \\ G \in AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow G \in (MNP) \cap (ABCD)$ (2).

Có $H = QN \cap AD \Rightarrow \begin{cases} H \in QN \subset (MNP) \\ H \in AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (MNP) \cap (ABCD)$ (3).

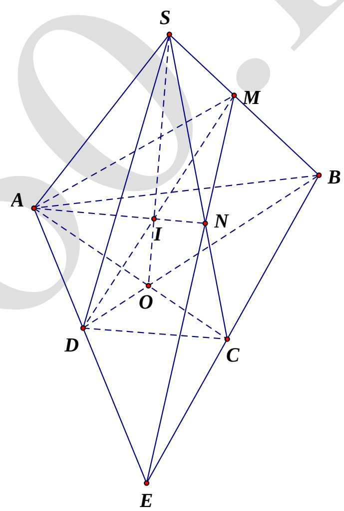
Từ (1) (2) và (3) suy ra ba điểm F, G, H thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABCD). Do đó ba điểm F, G, H thẳng hàng.

Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD có AD không song song với BC. Lấy M thuộc SB và O là giao điểm AC với BD.

a) Tìm giao điểm N của SC với (AMC).

b) AN cắt DM tại I. Chứng minh S, I, O thẳng hàng.

LỜI GIẢI



a) Trong mp(ABCD) gọi

$E = AD \cap BC \Rightarrow \begin{cases} E \in AD \subset (AMD) \\ E \in BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (AMD) \cap (SBC)$ (1).

Có $\begin{cases} M \in (AMD) \\ M \in SB \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (AMD) \cap (SBC)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(AMD) \cap (SBC) = EM$

Trong mp(SBC) gọi

$N = SC \cap EM \Rightarrow \begin{cases} N \in SC \\ N \in EM \subset (AMD) \end{cases}$

$\Rightarrow N = SC \cap (AMD)$

b) Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (3).

Có $O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Ngoài ra có $I = AN \cap DM \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \subset (SAC) \\ I \in DM \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD)$, hay $I \in SO$. Vậy S, I, O thẳng hàng.

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có AB không song song CD. Gọi M là trung điểm SC và O là giao điểm AC với BD.

a) Tìm giao điểm N của SD với (MAB).

b) Chứng minh: SO, AM, BN đồng quy.

LỜI GIẢI

a) Trong mp(ABCD) gọi

$E = AB \cap CD \Rightarrow \begin{cases} E \in AB \subset (ABM) \\ E \in CD \subset (SCD) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (ABM) \cap (SCD)$ (1).

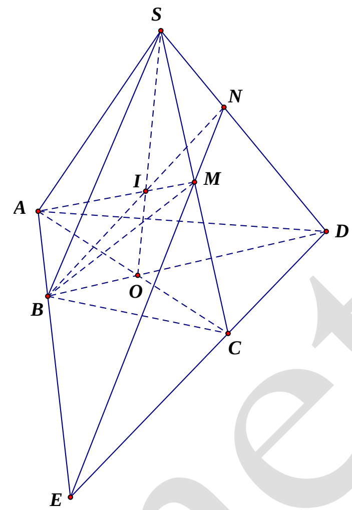
Có $\begin{cases} M \in (ABM) \\ M \in SC \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow M \in (ABM) \cap (SCD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(ABM) \cap (SCD) = EM$

Trong mp(SCD) gọi

$N = SD \cap EM \Rightarrow \begin{cases} N \in SD \\ N \in EM \subset (ABM) \end{cases}$

$\Rightarrow N = SD \cap (ABM)$



b) Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (3).

Có $O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong mp(ABM) gọi $I = AM \cap BN \Rightarrow \begin{cases} I \in AM \subset (SAC) \\ I \in BN \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD)$, hay $I \in SO$. Chứng tỏ ba đường thẳng SO, AM, BN đồng quy tại điểm I.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi $E; F; H$ lần lượt là các điểm thuộc cạnh $SA; SB; SC$.

a) Tìm giao điểm $K = SD \cap (EFH)$.

b) $AC \cap BD = O$; $EH \cap FK = I$. Chứng minh: S, I, O thẳng hàng.

c) $AD \cap BC = M$; $EK \cap FH = N$. Chứng minh: S, M, N thẳng hàng.

d) $AB \cap CD = P$; $EF \cap HK = O$. Chứng minh: A, P, Q thẳng hàng.

LỜI GIẢI

a) Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$

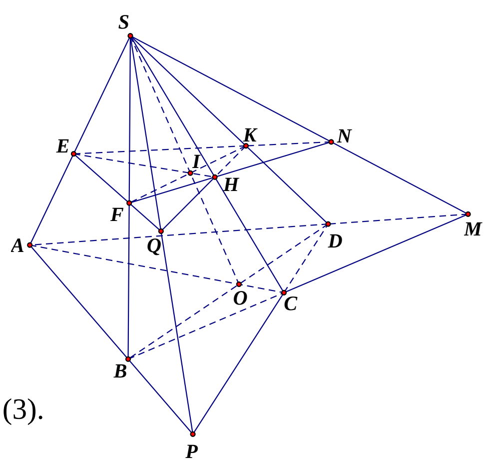
$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mp(SAC) gọi $I = EH \cap SO$

$\Rightarrow \begin{cases} I \in EH \subset (EFH) \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (EFH) \cap (SBD)$ (3).



Có $\begin{cases} F \in SB \subset (SBD) \\ F \in (EFH) \end{cases} \Rightarrow F \in (EFH) \cap (SBD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(EFH) \cap (SBD) = FI$

Trong mp(SBD) gọi $K = SD \cap FI \Rightarrow \begin{cases} K \in SD \\ K \in FI \subset (EFH) \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (EFH)$.

b) Có $S \in (SAD) \cap (SBC)$ (5).

Có $M = AD \cap BC \Rightarrow \begin{cases} M \in AD \subset (SAD) \\ M \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (SAD) \cap (SBC)$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra $(SAD) \cap (SBC) = SM$.

Theo đề $N = EK \cap FH \Rightarrow \begin{cases} N \in EK \subset (SAD) \\ N \in FH \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow N \in (SAD) \cap (SBC)$. Có nghĩa N thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC), hay $N \in SM$. Từ đó suy ra ba điểm S, M, N thẳng hàng.

c) Có $S \in (SAB) \cap (SCD)$ (7).

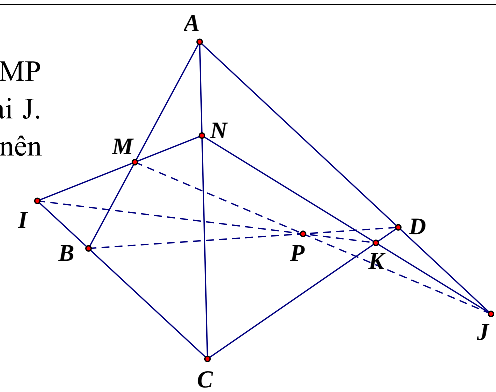
Có $P = AB \cap CD \Rightarrow \begin{cases} P \in AB \subset (SAB) \\ P \in CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (SAB) \cap (SCD)$ (8).

Từ (7) và (8) suy ra $(SAB) \cap (SCD) = SP$.

Theo đề $Q = EF \cap KH \Rightarrow \begin{cases} Q \in EF \subset (SAB) \\ Q \in KH \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow Q \in (SAB) \cap (SCD)$, có nghĩa Q thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD). Hay $Q \in SP$. Từ đó suy ra ba điểm S, P, Q thẳng hàng.

Câu 5: Cho tứ diện ABCD. Gọi $M; N; P$ lần lượt là các điểm thuộc cạnh $AB; AC; BD$. $MN \cap BC = I$; $MP \cap AD = J$; $NJ \cap IP = K$. Chứng minh C; D; K thẳng hàng.

LỜI GIẢI



Vì MN và BC thuộc mp(ABC) nên chúng cắt nhau tại I và MP và AD cùng thuộc mặt phẳng (ABD) nên chúng cắt nhau tại J. Hai đường thẳng IP và NJ cùng thuộc mặt phẳng (MNP) nên chúng cắt nhau tại K.

Có $(ACD) \cap (BCD) = CD$.

Và có $K = IP \cap NJ$ mà

$$\begin{cases} K \in IP, IP \subset (BCD) \\ K \in NJ, NJ \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow K \in (BCD) \cap (ACD)$$

có nghĩa K thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (BCD), nên ba điểm C, D, K thẳng hàng.

Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD. Gọi I và J là hai điểm trên hai cạnh AD, SB.

a). Tìm giao tuyến của hai mp(SBI) và (SAC). Tìm giao điểm K của IJ và mp(SAC).

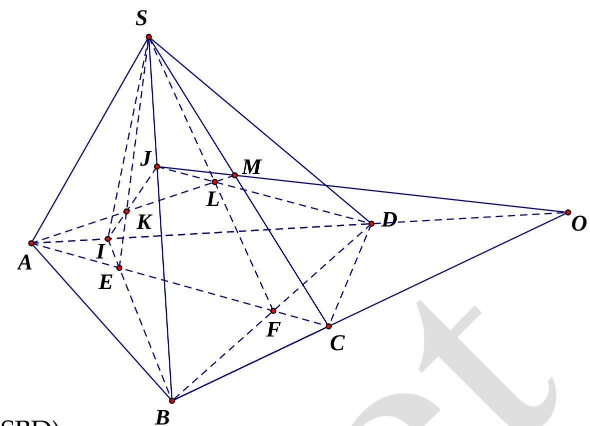
b). Tìm giao tuyến của hai mp(SBD) và (SAC). Tìm giao điểm L của DJ và mp(SAC).

c). AD cắt BC tại O, OJ cắt SC tại M. Chứng minh rằng: A, K, L, M thẳng hàng.

LỜI GIẢI

a) Có $S \in (SBI) \cap (SAC)$ (1)

Trong mp(ABCD) gọi



$\mathrm{E} = \mathrm{AC} \cap \mathrm{BI} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{E} \in \mathrm{BI} \subset (\mathrm{SBI}) \\ \mathrm{E} \in \mathrm{AC} \subset (\mathrm{SAC}) \end{cases}$

$\Rightarrow \mathrm{E} \in (\mathrm{SBI}) \cap (\mathrm{SAC})$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$(\mathrm{SBI}) \cap (\mathrm{SAC}) = \mathrm{SE}$

Trong mp(SBI) gọi

$\mathrm{K} = \mathrm{IJ} \cap \mathrm{SE} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{K} \in \mathrm{IJ} \\ \mathrm{K} \in \mathrm{SE} \subset (\mathrm{SAC}) \end{cases} \Rightarrow \mathrm{K} = \mathrm{IJ} \cap (\mathrm{SAC})$.

b) Có $\mathrm{S} \in (\mathrm{SBD}) \cap (\mathrm{SAC})$ (3)

Trong mp(ABCD) gọi $\mathrm{F} = \mathrm{AC} \cap \mathrm{BD} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{F} \in \mathrm{BD} \subset (\mathrm{SBD}) \\ \mathrm{F} \in \mathrm{AC} \subset (\mathrm{SAC}) \end{cases}$

$\Rightarrow \mathrm{F} \in (\mathrm{SBD}) \cap (\mathrm{SAC})$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(\mathrm{SBD}) \cap (\mathrm{SAC}) = \mathrm{SF}$

Trong mp(SBD) gọi $\mathrm{L} = \mathrm{DJ} \cap \mathrm{SF} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{L} \in \mathrm{DJ} \\ \mathrm{L} \in \mathrm{SF} \subset (\mathrm{SAC}) \end{cases} \Rightarrow \mathrm{L} = \mathrm{DJ} \cap (\mathrm{SAC})$.

c) Có $\mathrm{A} \in (\mathrm{SAC}) \cap (\mathrm{AJO})$ (5).

Có $\mathrm{K} = \mathrm{SE} \cap \mathrm{IJ} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{K} \in \mathrm{SE} \subset (\mathrm{SAC}) \\ \mathrm{K} \in \mathrm{IJ} \subset (\mathrm{AJO}) \end{cases} \Rightarrow \mathrm{K} \in (\mathrm{SAC}) \cap (\mathrm{AJO})$ (6).

Có $\mathrm{L} = \mathrm{SF} \cap \mathrm{DJ} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{L} \in \mathrm{SF} \subset (\mathrm{SAC}) \\ \mathrm{L} \in \mathrm{DJ} \subset (\mathrm{AJO}) \end{cases} \Rightarrow \mathrm{L} \in (\mathrm{SAC}) \cap (\mathrm{AJO})$ (7).

Có $\mathrm{M} = \mathrm{SC} \cap \mathrm{OJ} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{M} \in \mathrm{SC} \subset (\mathrm{SAC}) \\ \mathrm{M} \in \mathrm{OJ} \subset (\mathrm{AJO}) \end{cases} \Rightarrow \mathrm{M} \in (\mathrm{SAC}) \cap (\mathrm{AJO})$ (8).

Từ (5), (6), (7) và (8) suy ra bốn điểm A, K, L, M thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (AJO). Do đó bốn điểm A, K, L, M thẳng hàng.

Câu 7: Cho hình chóp S.ABCD có $\mathrm{AB} \cap \mathrm{CD} = \mathrm{E}, \mathrm{AD} \cap \mathrm{BC} = \mathrm{K}$. Gọi $\mathrm{M}, \mathrm{N}, \mathrm{P}$ lần lượt là trung điểm của $\mathrm{SA}, \mathrm{SB}, \mathrm{SC}$.

a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD).

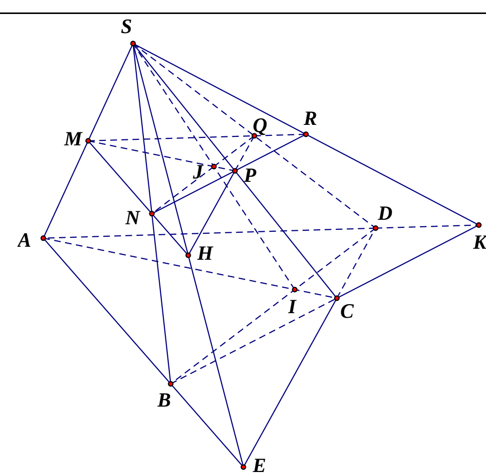
b) Tìm giao tuyến của (MNP) và (SBD).

c) Tìm giao điểm của Q của SD và (MNP).

d) Gọi $\mathrm{H} = \mathrm{MN} \cap \mathrm{PQ}$. Chứng minh: $\mathrm{S}, \mathrm{H}, \mathrm{E}$ thẳng hàng.

e) Chứng minh: $\mathrm{SK}, \mathrm{QM}, \mathrm{NP}$ đồng quy.

LỜI GIẢI



a) Có $\mathrm{S} \in (\mathrm{SBD}) \cap (\mathrm{SAC})$ (1)

Trong mp(ABCD) gọi $\mathrm{I} = \mathrm{AC} \cap \mathrm{BD}$

$\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{I} \in \mathrm{BD} \subset (\mathrm{SBD}) \\ \mathrm{I} \in \mathrm{AC} \subset (\mathrm{SAC}) \end{cases}$

$\Rightarrow \mathrm{I} \in (\mathrm{SBD}) \cap (\mathrm{SAC})$ (2). Từ (1) và (2) suy ra