Câu 7: Cho tứ diện ABCD. Trên AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho M, N không song song với CD. Gọi O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD.

a). Tìm giao tuyến của (BCD) và (OMN).

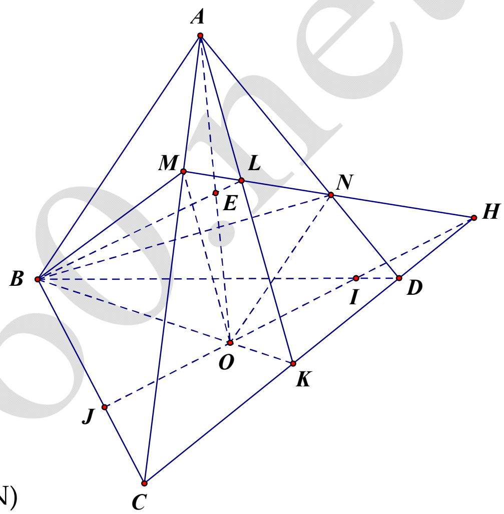
b). Tìm giao điểm của BD và (OMN).

c). Tìm giao điểm của BC và (OMN).

d). Tìm giao điểm của MN và (ABO).

e). Tìm giao điểm của AO và (BMN).

LỜI GIẢI



a) Có $O \in (BCD) \cap (OMN)$ (1).

Trong mp(ACD) gọi

$$H = CD \cap MN \Rightarrow \begin{cases} H \in CD \subset (BCD) \\ H \in MN \subset (OMN) \end{cases}$$

$\Rightarrow H \in (BCD) \cap (OMN)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra

$(BCD) \cap (OMN) = HO$

b) Trong mp(BCD) gọi $J = BC \cap HO$ và $I = BD \cap HO$.

Có $J = BC \cap HO \Rightarrow \begin{cases} J \in BC \\ J \in HO \subset (OMN) \end{cases}$

$\Rightarrow J = BC \cap (OMN)$.

Có $I = BD \cap HO \Rightarrow \begin{cases} I \in BD \\ I \in HO \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow I = BD \cap (OMN)$.

c) Có $A \in (ABO) \cap (ACD)$ (3).

Trong mp(BCD) gọi $K = BO \cap CD \Rightarrow \begin{cases} K \in BO \subset (ABO) \\ K \in CD \subset (ACD) \end{cases}$

$\Rightarrow K \in (ABO) \cap (ACD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(ABO) \cap (ACD) = AK$

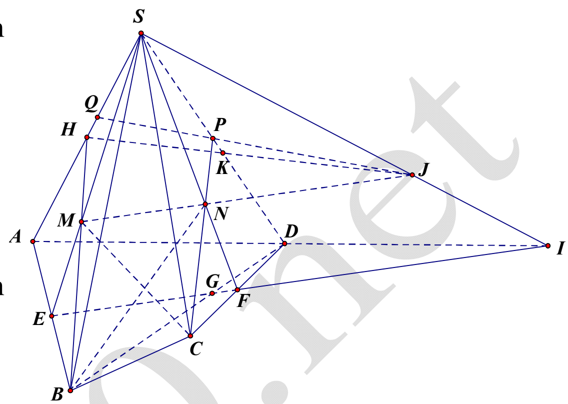
Trong mp(ACD) gọi $L = MN \cap AK \Rightarrow \begin{cases} L \in MN \\ L \in AK \subset (ABO) \end{cases} \Rightarrow L = MN \cap (ABO)$.

d) Có $BL = (ABK) \cap (BMN)$

Trong mp(ABK) gọi $E = AO \cap BL \Rightarrow \begin{cases} E \in AO \\ E \in BL \subset (BMN) \end{cases} \Rightarrow E = AO \cap (BMN)$.

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD, gọi M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD. Xác định giao điểm của:
a) BD và (SMN) b) MN và (SAD) c) SD và (BMN) d) SA và (CMN).

LỜI GIẢI



a) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Trong mp(ABCD) gọi

$G = BD \cap EF \Rightarrow \begin{cases} G \in BD \\ G \in EF \subset (SMN) \end{cases}$

$\Rightarrow G = BD \cap (SMN)$.

b) Chọn mp(SEF) chứa MN. Tìm giao tuyến (SAD) và (SEF).

Có $S \in (SAD) \cap (SEF)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi

$I = AD \cap EF \Rightarrow \begin{cases} I \in AD \subset (SAD) \\ I \in EF \subset (SEF) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAD) \cap (SEF)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAD) \cap (SEF) = SI$.

Trong mp(SEF) gọi $J = MN \cap SI \Rightarrow \begin{cases} J \in MN \\ J \in SI \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SAD)$.

c) Chọn mp(SAD) chứa SD. Tìm giao tuyến (SAD) và (BMN).

Trong mp(SAB) gọi $H = SA \cap BM \Rightarrow \begin{cases} H \in SA \subset (SAD) \\ H \in BM \subset (BMN) \end{cases}$

$\Rightarrow H \in (SAD) \cap (BMN)$ (3).

Có $J = MN \cap SI \Rightarrow \begin{cases} J \in MN \subset (BMN) \\ J \in SI \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow J \in (BMN) \cap (SAD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(BMN) \cap (SAD) = HJ$.

Trong mp(SAD) gọi $K = SD \cap HJ \Rightarrow \begin{cases} K \in SD \\ K \in HJ \subset (BMN) \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (BMN)$.

d) Chọn mp(SAD) chứa SA. Tìm giao tuyến (SAD) và (CMN).

Trong mp(SCD) gọi $P = SD \cap CN \Rightarrow \begin{cases} P \in SD \subset (SAD) \\ P \in CN \subset (CMN) \end{cases}$

$\Rightarrow P \in (SAD) \cap (CMN)$ (5).

Có $J = MN \cap SI \Rightarrow \begin{cases} J \in MN \subset (CMN) \\ J \in SI \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow J \in (CMN) \cap (SAD)$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra $(CMN) \cap (SAD) = PJ$.

Trong mp(SAD) gọi $Q = SA \cap PJ \Rightarrow \begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PJ \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow Q = SA \cap (CMN)$.

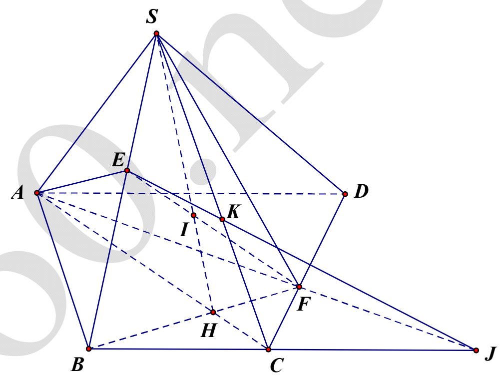
Câu 9: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD, đáy lớn AD. Gọi E và F là hai điểm lần lượt nằm trên hai cạnh SB và CD.

a) Tìm giao điểm của EF với mặt phẳng (SAC).

b) Tìm giao điểm của mặt phẳng (AEF) với các đường thẳng BC và SC.

LỜI GIẢI

a) Chọn mp(SBF) chứa EF. Có $S \in (SAC) \cap (SBF)$ (1).



Trong mp(ABCD) gọi

$H = AC \cap BF \Rightarrow \begin{cases} H \in AC \subset (SAC) \\ H \in BF \subset (SBF) \end{cases}$

$\Rightarrow H \in (SAC) \cap (SBF)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBF) = SH$.

Trong mp(SBF) gọi

$I = EF \cap SH \Rightarrow \begin{cases} I \in EF \\ I \in SH \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I = EF \cap (SAC)$.

b) Trong mp(ABCD) gọi $J = BC \cap AF \Rightarrow \begin{cases} J \in BC \\ J \in AF \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow J = BC \cap (AEF)$.

Trong mp(SBC) gọi $K = EJ \cap SC \Rightarrow \begin{cases} K \in SC \\ K \in EJ \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow K = SC \cap (AEF)$.

Câu 10: Cho tứ diện SABC. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, BC. Lấy điểm M trên đoạn IJ, lấy N trên cạnh SC.

a) Tìm $H = SM \cap (ABC)$ b) Tìm $K = CM \cap (SAB)$

c) Tìm $L = MN \cap (ABC)$ d) Tìm $P = AM \cap (SBC)$

LỜI GIẢI

a) Chọn mp(SAJ) chứa SM.

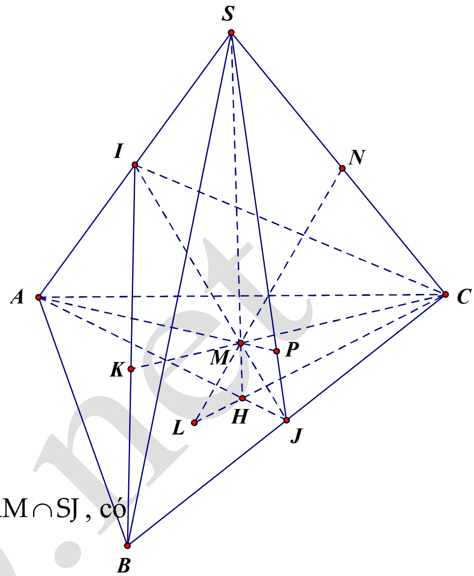
Có $AJ = (SAJ) \cap (ABC)$. Trong mp(SAJ) gọi $H = SM \cap AJ$, có

$\begin{cases} H \in SM \\ H \in AJ \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow H = SM \cap (ABC)$.

b) Chọn mp(IBC) chứa CM.

Có $BI = (IBC) \cap (SAB)$. Trong mp(IBC) gọi $K = CM \cap BI$, có

$\begin{cases} K \in CM \\ K \in BI \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow K = CM \cap (SAB)$.



c) Chọn mp(SHC) chứa MN.

Có $CH = (SHC) \cap (ABC)$. Trong mp(SHC) gọi $L = CH \cap MN$, có

$\begin{cases} L \in MN \\ L \in CH \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow L = MN \cap (ABC)$.

d). Chọn mp(SAJ) chứa AM.

Có $SJ = (SAJ) \cap (SBC)$. Trong mp(SAJ) gọi $P = AM \cap SJ$, có

$\begin{cases} P \in AM \\ P \in SJ \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow P = AM \cap (SBC)$.

Câu 11: Cho tứ diện OABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của OA, OB và AB. Trên cạnh OC lấy điểm Q sao cho $OQ \succ QC$

a). Tìm $E = BC \cap (MNQ)$

b). Tìm $F = CP \cap (MNQ)$

c). Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, tìm giao điểm K của đường thẳng BG với mặt phẳng (MNQ).

LỜI GIẢI

a) Trong mp(OBC) gọi $E = NQ \cap BC$, có

$\begin{cases} E \in BC \\ E \in NQ \subset (MNQ) \end{cases}$

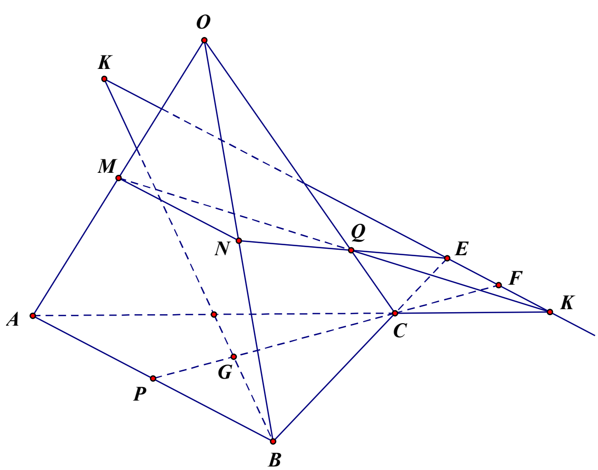
$\Rightarrow E = BC \cap (MNQ)$

b) Có

$\begin{cases} E \in BC \subset (ABC) \\ E \in NQ \subset (MNQ) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (ABC) \cap (MNQ)$ (1).

Trong mp(OAC) gọi



$K = MQ \cap AC$, có

$\begin{cases} K \in AC \subset (ABC) \\ K \in MQ \subset (MNQ) \end{cases} \Rightarrow K \in (ABC) \cap (MNQ)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(ABC) \cap (MNQ) = EK$.

Trong mp(ABC) gọi $F = CP \cap EK$, có $\begin{cases} F \in CP \\ F \in EK \subset (MNQ) \end{cases} \Rightarrow F = CP \cap (MNQ)$.

c) Trong mp(ABC) gọi $K = BG \cap EK$, có $\begin{cases} K \in BG \\ K \in EK \subset (MNQ) \end{cases} \Rightarrow K = BG \cap (MNQ)$.

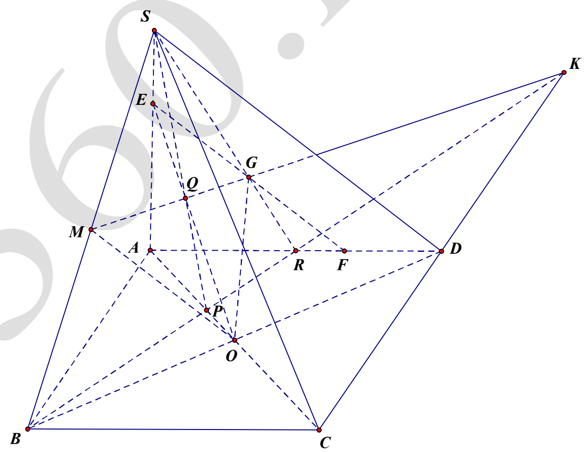
Câu 12: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SAD.

a) Tìm giao điểm E của SA với mặt phẳng (OMG)

b) Tìm giao điểm F của AD với mặt phẳng (OMG)

c) Tìm giao điểm K của GM với $(ABCD)$

LỜI GIẢI



a) Gọi R trung điểm của AD.

Trong mp(ABCD) gọi $P = BR \cap AC$. Có $(SAC) \cap (SBR) = SP$.

Trong mp(SBR) gọi $Q = SP \cap MQ$, có

$\begin{cases} Q \in SP \subset (SAC) \\ Q \in MQ \subset (OMG) \end{cases}$

$\Rightarrow Q \in (SAC) \cap (OMG)$ (1).

Có $O \in (SAC) \cap (OMG)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (OMG) = OQ$. Trong mp(SAC) gọi $E = OQ \cap SA$, có $\begin{cases} E \in SA \\ E \in OQ \subset (OMG) \end{cases} \Rightarrow E = SA \cap (OMG)$.

b) Trong mp(SAD) gọi $F = EG \cap AD$, có $\begin{cases} F \in EG \subset (OMG) \\ F \in AD \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (OMG)$.

c) Trong mp(SBR) gọi $K = MG \cap BR$, có

$\begin{cases} K \in MG \\ K \in BR \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow K = MG \cap (ABCD)$.

Câu 13: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N là 2 điểm lần lượt nằm trong tam giác SAB và SAD

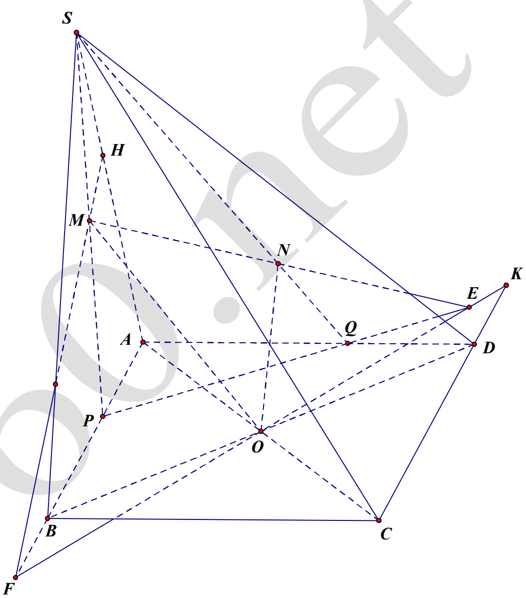
a) Tìm giao điểm E của MN với mặt phẳng $(ABCD)$

b) Tìm giao điểm F của AB với mặt phẳng (OMN)

c) Tìm giao điểm H của SA với mặt phẳng (OMN)

d) Tìm giao điểm K của CD với mặt phẳng (OMN)

LỜI GIẢI



a) Trong mp(SAB) gọi $P = SM \cap AB$.
Trong mp(SAD) gọi $Q = SN \cap AD$.

Trong mp(SPQ) gọi $E = MN \cap PQ$,

có $\begin{cases} E \in MN \\ E \in PQ \subset (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow E = MN \cap (ABCD)$.

b) Trong mp(ABCD) gọi $F = OE \cap AB$, có

$\begin{cases} F \in AB \\ F \in OE \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow F = AB \cap (OMN).$

c) Trong mp(SAB) gọi $H = FM \cap SA$, có

$\begin{cases} H \in SA \\ H \in FM \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (OMN)$

d) Trong mp(ABCD) gọi $K = OE \cap CD$, có

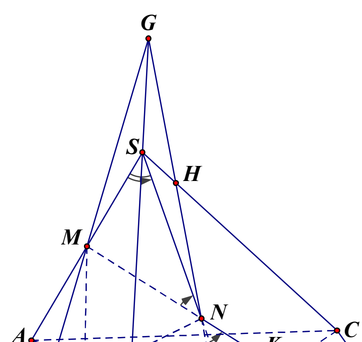
$\begin{cases} K \in CD \\ F \in OE \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow K = CD \cap (OMN)$.

Câu 14: Cho tứ diện $S.ABC$; lấy điểm M là trung điểm SA; lấy điểm N là trọng tâm ΔSBC; P nằm trong ΔABC . Tìm giao điểm

a) I của MN với (ABC). Tứ giác ABIC là hình gì?

b) SB và (MNP). c) SC và (MNP). d) NP và (SAB).

LỜI GIẢI



a) Gọi E trung điểm của BC.

Trong mp(SAE) gọi

$I = MN \cap AE \Rightarrow \begin{cases} I \in MN \\ I \in AE \subset (ABC) \end{cases}$

$\Rightarrow I = MN \cap (ABC)$.

Trong mp(SAE) dựng $EK \parallel SA, K \in MI$. Xét ΔNMS và ΔNKE có:

$\widehat{MNS} = \widehat{KNE}$ (đối đỉnh), và

$\widehat{MSN} = \widehat{KEN}$ (so le trong).

$\Rightarrow \Delta NMS \sim \Delta NKE(g.g) \Rightarrow \dfrac{EK}{MS} = \dfrac{NE}{NS} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{EK}{AM} = \dfrac{1}{2}(\text{do } AM = MS)$.

Trong ΔAIM có $\dfrac{\overrightarrow{EK}}{\overline{AM}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$ EK là đường trung bình, nên E trung điểm của AI.

Trong mp(ABC) tứ giác ABIC có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường $\Rightarrow$ ABIC là hình bình hành.

b) Có P và I là hai điểm chung của hai mặt phẳng (MNP) và (ABC). Do đó $PI = (MNP) \cap (ABC)$.

Có $N \in (SBC) \cap (MNP)$ (1).

Trong mp(ABC) gọi $F = PI \cap BC \Rightarrow \begin{cases} F \in PI \subset (MNP) \\ F \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (SBC) \cap (MNP)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SBC) \cap (MNP) = FN$.

Trong mp(SBC) gọi $G = SB \cap FN \Rightarrow \begin{cases} G \in SB \\ G \in FN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow G = SB \cap (MNP)$.

Trong mp(SBC) gọi $H = SC \cap FN \Rightarrow \begin{cases} H \in SC \\ H \in FN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNP)$.

c) Có $\begin{cases} M \in SB \subset (SAB) \\ M \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow M \in (SAB) \cap (MNP)$ (3).

Có $G = SB \cap FN \Rightarrow \begin{cases} G \in SB \subset (SAB) \\ G \in FN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow G \in (SAB) \cap (MNP)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(SAB) \cap (MNP) = GM$.

Trong mp(MNP) gọi $J = NP \cap GM \Rightarrow \begin{cases} J \in NP \\ J \in GM \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow J = NP \cap (SAB)$.

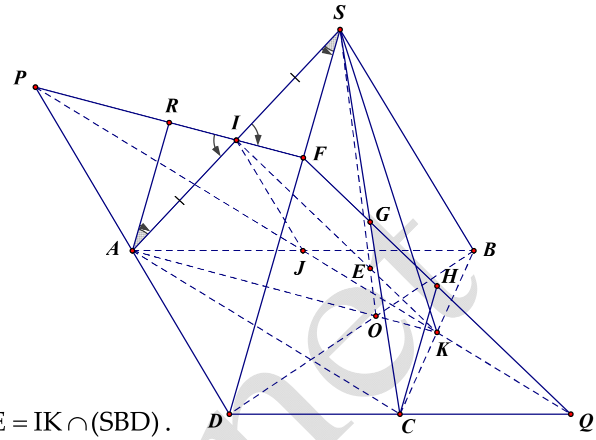
Câu 15: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, đáy lớn AB và $AB = 2CD$. Gọi I, J, K lần lượt là ba điểm trên các cạnh SA, AB, BC

a) Tìm giao điểm của IK và mp(SBD).

b) Tìm giao điểm F của SD và mp(IJK). Tính tỉ số $\dfrac{FS}{FD}$.

c) Tìm giao điểm G của SC và mp$\left(IJK\right)$. Tính tỉ số $\dfrac{GS}{GC}$.

LỜI GIẢI



a) Chọn mp(SAK) chứa IK. Có $S \in (SBD) \cap (SAK)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi

$$O = AK \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AK \subset (SAK) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$$

$\Rightarrow O \in (SAK) \cap (SBD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAK) \cap (SBD) = SO$.

Trong mp(SAK) gọi

$$E = IK \cap SO \Rightarrow \begin{cases} E \in IK \\ E \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow E = IK \cap (SBD).$$

b) Trong mp(ABCD) gọi P, Q lần lượt là giao điểm của JK với AD và CD.

$$\text{Có: } \left.\begin{array}{l} \widehat{JKB} = \widehat{QKC} \\ KB = KC \\ \widehat{KCQ} = \widehat{KBJ} (\text{so le trong}) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta KBJ = \Delta KCQ\left(g.c.g\right) \Rightarrow JB = CQ$$

Ngoài ra thì $JB = DC$ (Vì $\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{DC} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$). Do đó C là trung điểm của DQ, và BJCQ là hình bình hành.

Trong ΔDPQ có CJ là đường trung bình. Do đó A là trung điểm của DP.

Có $I \in (SAD) \cap (IJK)$ (3).

$$\text{Có } P = AD \cap JK \Rightarrow \begin{cases} P \in AD \subset (SAD) \\ P \in JK \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow P \in (SAD) \cap (IJK) \text{ (4).}$$

Từ (3) và (4) suy ra $(SAD) \cap (IJK) = IP$.

$$\text{Trong mp(SAD) gọi } F = SD \cap IP \Rightarrow \begin{cases} F \in SD \\ F \in IP \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow F = SD \cap (IJK).$$

Trong mp(SAD) dựng $AR \parallel SD, R \in PF$. Suy ra $AF = \dfrac{1}{2}DF$ (5) (Tính chất đường trung bình), và có $\Delta IAR = \Delta ISF\left(g.c.g\right) \Rightarrow AR = SF$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra $\dfrac{FS}{FD} = \dfrac{1}{2}$.

c) Có $F \in (SCD) \cap (IJK)$, và có $Q = IJ \cap CD \Rightarrow Q \in (SCD) \cap (IJK)$.

Vậy $(SCD) \cap (IJK) = FQ$

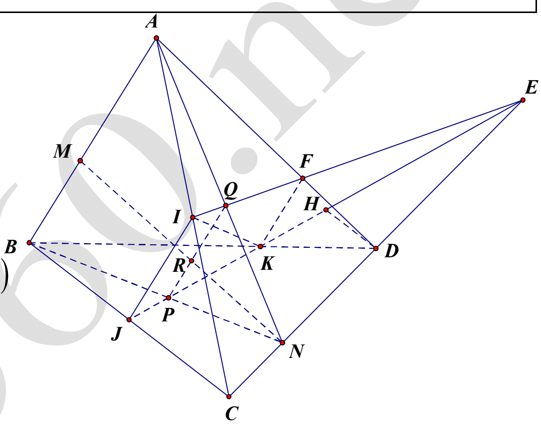
$$\text{Trong mp(SCD) gọi } G = SC \cap FQ \Rightarrow \begin{cases} G \in SC \\ G \in FQ \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow G = SC \cap (IJK).$$

Trong mp(SCD) dựng $CH \parallel SD, H \in FQ$. Suy ra $CH = \frac{1}{2}DF$ (Tính chất đường trung bình), $\Rightarrow CH = SF$ (Theo câu b) $\Rightarrow \Delta GFS = \Delta GHC(g.c.g) \Rightarrow GS = GC$.

Từ đó suy ra $\frac{GS}{GC} = 1$.

Câu 16: Cho tứ diện S.ABCD. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$.
a) Tìm giao điểm E của CD với $mp(IJK)$. CMR: $DE = DC$.
b) Tìm giao điểm F của AD với $mp(IJK)$. CMR: $FA = 2FD$.
c) Chứng minh: $FK \parallel IJ$
d) Gọi M và N là hai điểm bất kì lần lượt nằm trên hai cạnh AB và CD. Tìm giao điểm của MN với $mp(IJK)$.

LỜI GIẢI



a) Trong mp(BCD) gọi

$$E = CD \cap JK \Rightarrow \begin{cases} E \in CD \\ E \in JK \subset (IJK) \end{cases}$$

$\Rightarrow E = CD \cap (IJK)$.

Trong mp(BCD) dựng

$DH \parallel BC, H \in JE \Rightarrow \Delta KDH \sim \Delta KBJ(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{DH}{BJ} = \frac{KD}{KB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CJ}.$$

Trong ΔCEJ có $\overrightarrow{DH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CJ} \Rightarrow DH$ là đường trung bình của tam giác này. Suy ra D trung điểm của CE. Vậy $DE = DC$.

b) Có $\begin{cases} I \in (IJK) \\ I \in AC \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow I \in (IJK) \cap (ACD)$ (1).

$$E = CD \cap JK \Rightarrow \begin{cases} E \in CD \subset (ACD) \\ E \in JK \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow E \in (IJK) \cap (ACD) \ (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $(IJK) \cap (ACD) = EI$.

Trong mp(ACD) gọi $F = AD \cap EI \Rightarrow \begin{cases} F \in AD \\ F \in EI \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (IJK)$.

Có F là giao điểm của hai đường trung tuyến AD và EI của tam giác ACE, suy ra F là trọng tâm của tam giác này. Nên $FA = 2FD$.

c) Tương tự câu b) có K là trọng tâm của ΔBCE. Theo tính chất trọng tâm có $\frac{EF}{EI} = \frac{EK}{EJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow FK \parallel IJ$.

d) Chọn mp(ABN) chứa MN.

Trong mp(BCD) gọi $P = BN \cap JK \Rightarrow \begin{cases} P \in BN \subset (ABN) \\ P \in JK \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow P \in (ABN) \cap (IJK)$ (3).

Trong mp(ACD) gọi

$Q = AN \cap IE \Rightarrow \begin{cases} Q \in AN \subset (ABN) \\ Q \in EI \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow Q \in (ABN) \cap (IJK)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(ABN) \cap (IJK) = PQ$.

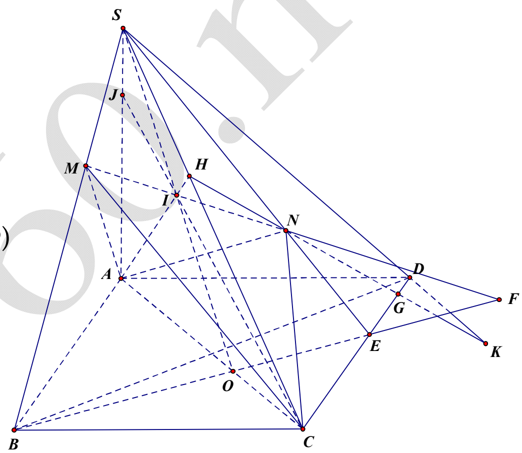
Trong mp(ABN) gọi $R = MN \cap PQ \Rightarrow \begin{cases} R \in MN \\ R \in PQ \subset (IJK) \end{cases} \Rightarrow R = MN \cap (IJK)$.

Câu 17: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang đáy lớn AB. Gọi I, J là trung điểm của SA, SB. Lấy điểm M tùy ý trên cạnh SD.

1) Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC); (SAC) và (SBD).

2) Tìm giao điểm của IM và (SBC); JM và (SAC); SC và (IJM)

LỜI GIẢI



a) Trong mp(SCD) gọi

$E = SN \cap CD$

Trong mp(SBE) gọi

$F = BE \cap MN$, có

$\begin{cases} F \in MN \\ F \in BE \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow F = MN \cap (ABCD)$

b) Có $S \in (SAC) \cap (SBE)$ (1)

Trong mp(ABCD) gọi

$O = AC \cap BE$, có

$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BE \subset (SBE) \end{cases}$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBE)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBE) = SO$.

Có $A \in (AMN) \cap (SAC)$ (3).

Trong mp(SBE) gọi $I = SO \cap MN$, có $\begin{cases} I \in SO \subset (SAC) \\ I \in MN \subset (AMN) \end{cases}$

$\Rightarrow I \in (SAC) \cap (AMN)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(SAC) \cap (AMN) = AI$.

Trong mp(SAC) gọi $H = AI \cap SC$, có $\begin{cases} H \in SC \\ H \in AI \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (AMN)$.

Trong mp(SCD) gọi $K = HN \cap SD$, có $\begin{cases} K \in SD \\ K \in HN \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (AMN)$.

c) Có $C \in (CMN) \cap (SAC)$ (5).

Có $\begin{cases} I \in SO \subset (SAC) \\ I \in MN \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (CMN)$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra $(SAC) \cap (CMN) = CI$.

Trong mp(SAC) gọi $J = SA \cap CI$, có $\begin{cases} J \in SA \\ J \in CI \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow J = SA \cap (CMN)$.

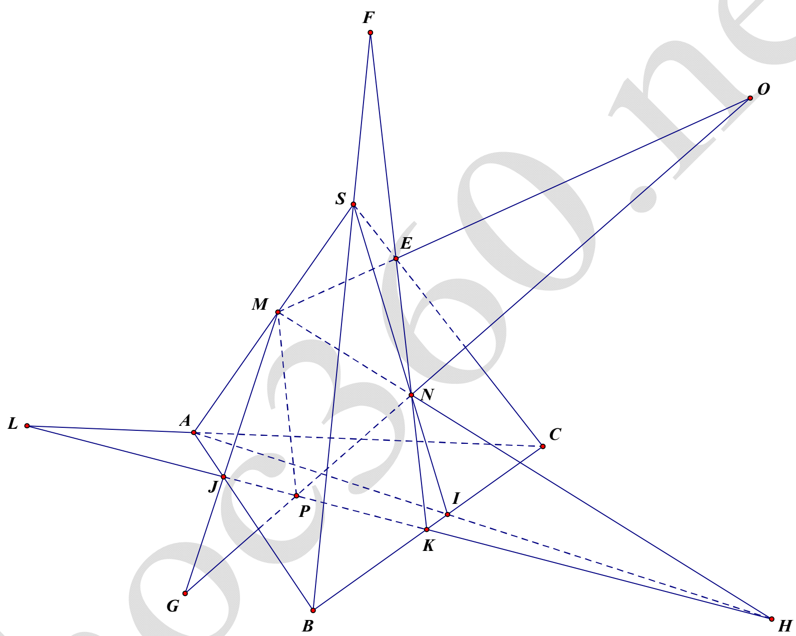
Câu 18: Cho tứ diện SABC. Lấy điểm M trên cạnh SA. Lấy N, P lần lượt nằm trong các tam giác SBC và ABC.

1) Tìm giao điểm của MN với (ABC)

2) Tìm giao điểm của (MNP) với $AB;\ SB;\ AC;\ SC$.

3) Tìm giao điểm của NP với $(SAB),(SAC)$.

LỜI GIẢI



a) Trong mp(SBC) gọi $I = SN \cap BC$

Trong mp(SAI) gọi $H = AI \cap MN$, có $\begin{cases} H \in MN \\ H \in AI \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow H = MN \cap (ABC)$.

b) Có $S \in (SAC) \cap (SBE)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi $O = AC \cap BE$, có $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BE \subset (SBE) \end{cases}$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBE)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBE) = SO$.

Có $A \in (AMN) \cap (SAC)$ (3).

Trong mp(SBE) gọi $I = SO \cap MN$, có $\begin{cases} I \in SO \subset (SAC) \\ I \in MN \subset (AMN) \end{cases}$

$\Rightarrow I \in (SAC) \cap (AMN)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(SAC) \cap (AMN) = AI$.

Trong mp(SAC) gọi $H = AI \cap SC$, có $\begin{cases} H \in SC \\ H \in AI \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (AMN)$.

Trong mp(SCD) gọi $K = HN \cap SD$, có $\begin{cases} K \in SD \\ K \in HN \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (AMN)$.

c) Có $C \in (CMN) \cap (SAC)$ (5).

Có $\begin{cases} I \in SO \subset (SAC) \\ I \in MN \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (CMN)$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra $(SAC) \cap (CMN) = CI$.

Trong mp(SAC) gọi $J = SA \cap CI$, có $\begin{cases} J \in SA \\ J \in CI \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow J = SA \cap (CMN)$.

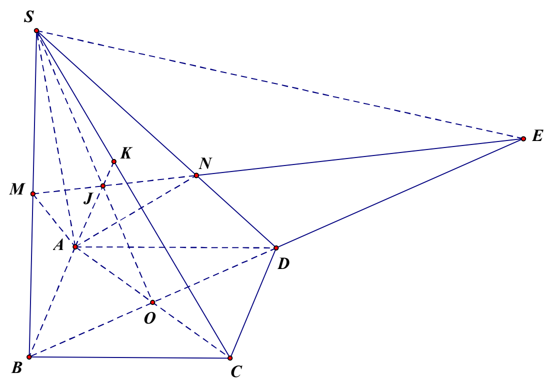
Câu 19: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O. Gọi M là trung điểm của SB, N là điểm thuộc đoạn SD sao cho $SN = 2ND$.

a). Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBD) và (SAC).

b). Tìm giao điểm E của đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\dfrac{EN}{EM}$.

c). Tìm giao điểm K của đường thẳng SC và mặt phẳng (AMN). Gọi J giao điểm của AK và SO, tính $\dfrac{JK}{JA}$.

LỜI GIẢI



a) Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1). Có

$O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

b) Trong mp(SBD) gọi

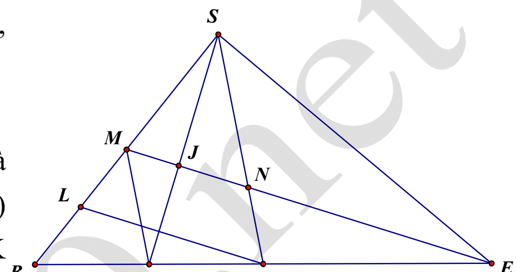
$E = MN \cap BD$, có $\begin{cases} E \in MN \\ E \in BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow E = MN \cap (ABCD)$.

Trong mp(SBD), dựng $DL \parallel MN, L \in SB$. Có $\dfrac{SN}{ND} = \dfrac{SM}{ML} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{BM}{ML} = 2 \Rightarrow L$ trung điểm của BM. Suy ra LD là đường trung bình của $\Delta BEM \Rightarrow 2LD = EM$.

Vậy có $\dfrac{EN}{EM} = 1 - \dfrac{MN}{EM} = 1 - \dfrac{\frac{2}{3}DL}{2DL} = \dfrac{2}{3}$.

c) Trong mp(SBD) gọi $J = SO \cap MN$, có $\begin{cases} J \in MN \subset (AMN) \\ J \in SO \subset (SAC) \end{cases}$

$\Rightarrow J \in (AMN) \cap (SAC)$ (3) và $A \in (AMN) \cap (SAC)$ (4). Từ (3), (4) $\Rightarrow (AMN) \cap (SAC) = AJ$. Vậy điểm K cần tìm, chính là giao điểm của AJ và SC.



Hình 2

Dựa vào hình 2, có MO đường trung của ΔBDS, do đó có $\Delta JOM \sim \Delta JSN(g.g)$

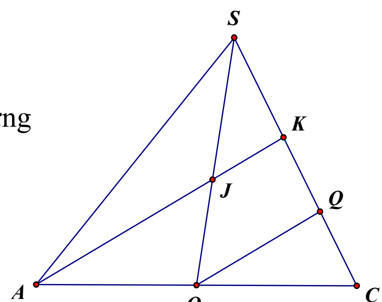
$\Rightarrow \dfrac{JO}{JS} = \dfrac{OM}{SN}$, mà $\dfrac{OM}{SN} = \dfrac{\frac{1}{2}SD}{\frac{2}{3}SD} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \dfrac{JO}{JS} = \dfrac{3}{4}$.

Mặt phẳng (SAC) được vẽ lại ở hình 3. Dựng $OQ \parallel AK, Q \in SC$.

Có $\dfrac{SJ}{SO} = \dfrac{JK}{OQ} = \dfrac{4}{7} \Rightarrow JK = \dfrac{4}{7}OQ$ và

$\dfrac{CO}{CA} = \dfrac{OQ}{AK} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow AK = 2OQ$.

Do đó $\dfrac{JK}{AK} = \dfrac{2}{7} \Rightarrow \dfrac{JK}{JA} = \dfrac{2}{5}$.



Hình 3

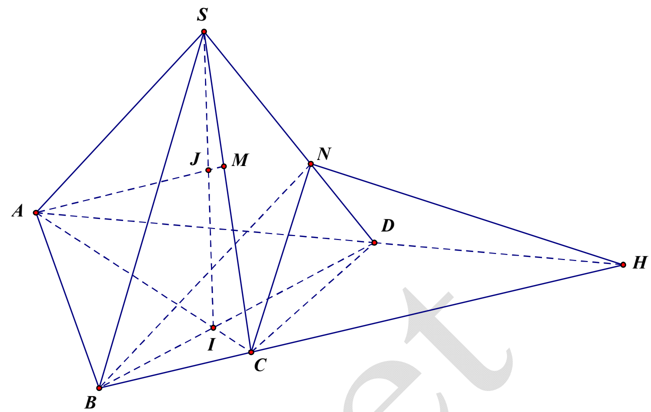
Câu 20: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một tứ giác lồi và không có cặp cạnh đối nào song song. Lấy điểm M trên cạnh SC và điểm N trên cạnh SD.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (NBC).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD).

LỜI GIẢI

a) Có



$\begin{cases} N \in SD \subset (SAD) \\ N \subset (BCN) \end{cases}$

$\Rightarrow N \in (SAD) \cap (BCN)$ (1).

Trong mp(ABCD) gọi $H = AD \cap BC$. Vì

$\begin{cases} H \in AD \subset (SAD) \\ H \in BC \subset (BCN) \end{cases}$

$\Rightarrow H \in (SAD) \cap (BCN)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(SAD) \cap (BCN) = HN$.

b) Bước 1: Chọn mp(SAC) chứa AM

Bước 2: Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD).

Trong mp(ABCD) gọi $I = AC \cap BD$. Vì $\begin{cases} I \in AC \subset (SAC) \\ I \in BD \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD)$ (3).

Ngoài ra $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SI$

Trong mp(SAC) gọi $J = AM \cap SI$. Vì $\begin{cases} J \in AM \\ J \in SI \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = AM \cap (SBD)$.

DẠNG 3: Tìm thiết diện của hình (H) khi cắt bởi mặt phẳng (P).

Thiết diện là phần chung của mặt phẳng (P) và hình (H) .

Xác định thiết diện là **xác định giao tuyến của mp (P) với các mặt của hình (H)**.

Thường ta tìm **giao tuyến đầu tiên** của mặt phẳng (P) với một mặt phẳng (α) nà

đó thuộc hình (H), giao tuyến này dễ tìm được. Sau đó kéo dài giao tuyến này cắ

các cạnh khác của hình (H), từ đó ta tìm được các giao tuyến tiếp theo. Đa giác gi

hạn bởi các đoạn giao tuyến này khép kín thành một thiết diện cần tìm.

Thông qua cụ thể những bài tập sau thì các bạn sẽ hiểu rõ hơn.

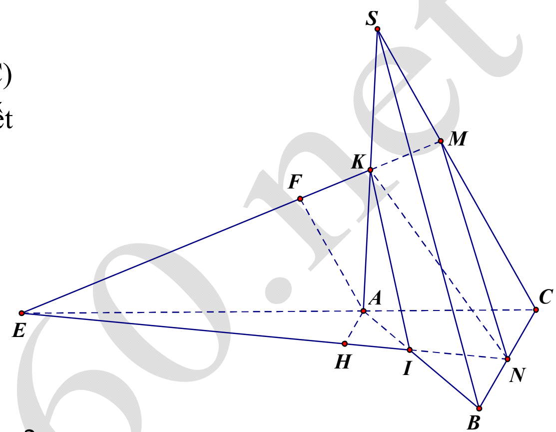
Câu 1: Cho tứ diện SABC. Gọi K,N trung điểm SA và BC. M là điểm thuộc đoạn SC sao cho $3SM = 2MC$.

a) Tìm thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (KMN).

b) Mặt phẳng (KMN) cắt AB tại I. Tính tỉ số $\frac{IA}{IB}$.

LỜI GIẢI

a) Trong mp(SAC) gọi $E = AC \cap KM$. Trong mp(ABC) gọi $I = AB \cap EN$. Từ đó suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác MNIK.



b) Trong mp(SAC) dựng

$AF \parallel SC, F \in EM$

$\Rightarrow \Delta KAF = \Delta KSM\,(g.c.g)$

$\Rightarrow AF = SM$

Theo đề bài có $\frac{\overrightarrow{MS}}{\overrightarrow{CM}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\overrightarrow{AF}}{\overrightarrow{CM}} = \frac{2}{3}$.

Trong ΔECM có $\frac{AF}{CM} = \frac{EA}{EC} = \frac{2}{3}$

Trong mp(ABC) dựng $AH \parallel BC, H \in EN \Rightarrow \frac{AH}{NC} = \frac{EA}{EC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AH}{NB} = \frac{2}{3}$

Ngoài ra có $\Delta IAH \sim \Delta IBN\,(g.g) \Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{AH}{BN} = \frac{2}{3}$