

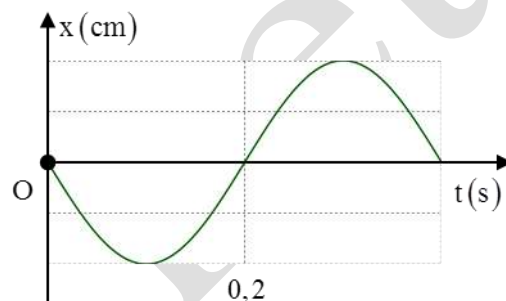
CHỦ ĐỀ

CHINH PHỤC BÀI TẬP ĐỒ THỊ  
DAO ĐỘNG CƠ

I. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG, CÁC ĐẠI LƯỢNG VẬT LÝ CỦA DAO ĐỘNG

**Bài tập mẫu 1: (Quốc gia – 2017)** Một vật dao động điều hòa trên trục Ox. Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ x vào thời gian t. Tần số góc của dao động là

- A. 10 rad/s.                      B.  $10\pi$  rad/s.  
C. 5 rad/s.                        D.  $5\pi$  rad/s.

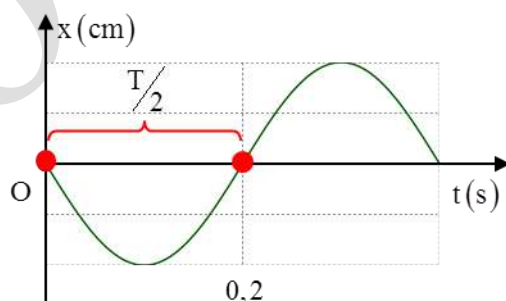


**Hướng dẫn:**

+ Từ hình vẽ ta thấy rằng 0,2 s ứng với khoảng thời gian vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm ra vị trí biên âm rồi trở về vị trí cân bằng theo chiều dương, đúng bằng một nửa chu kì

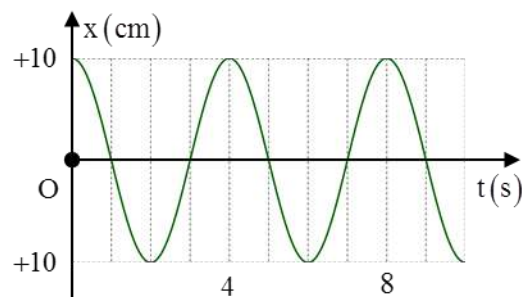
$$\text{Vậy } \frac{T}{2} = 0,2 \Rightarrow T = 0,4\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

✓ **Đáp án D**



**Bài tập mẫu 2: (Yên Lạc – 2017)** Đồ thị dưới đây biểu diễn  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Phương trình vận tốc dao động là

- A.  $v = -40 \sin\left(4t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm/s  
B.  $v = -40 \sin(4t)$  cm/s  
C.  $v = -40 \sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm/s  
D.  $v = -5\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$  cm/s



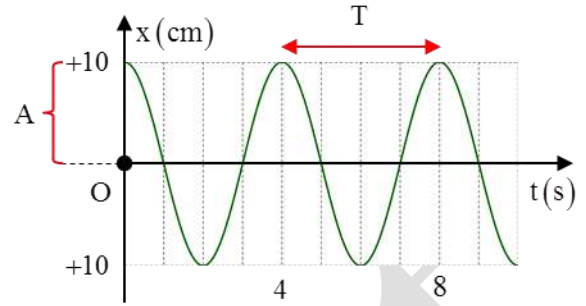
**Hướng dẫn:**

+ Từ hình vẽ ta thu được:  $\begin{cases} A = 10\text{cm} \\ T = 4\text{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 10\text{cm} \\ \omega = \frac{\pi}{2} \text{rad.s}^{-1} \end{cases}$

Tại thời điểm  $t = 0$  vật đang ở vị trí biên dương, vật phương trình li độ của dao động là

$$x = 10\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \Rightarrow v = x' = -5\pi\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ cm/s}$$

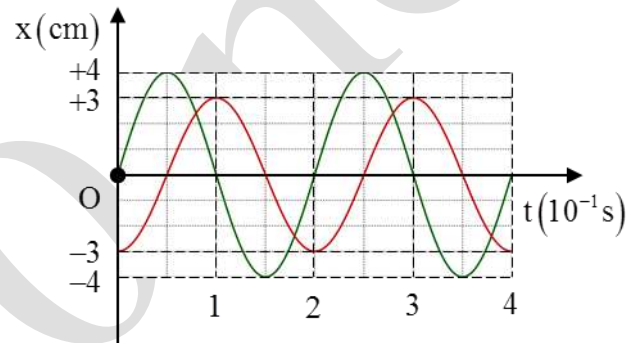
✓ **Đáp án D**



### BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1: (Phan Bội Châu – 2017):** Hai dao động điều hòa có đồ thị li độ - thời gian như hình vẽ. Tổng vận tốc tức thời của hai dao động có giá trị lớn nhất là

- A.  $20\pi$  cm/s.                      B.  $50\pi$  cm/s  
C.  $25\pi$  cm/s                         D.  $100\pi$  cm/s



Phương trình li độ của hai chất điểm

$$\begin{cases} x_1 = 4\cos\left(10\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \\ x_2 = 3\cos(10\pi t + \pi) \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 40\pi(10\pi t + \pi) \text{ cm.s}^{-1} \\ v_2 = 30\pi\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm.s}^{-1} \end{cases}$$

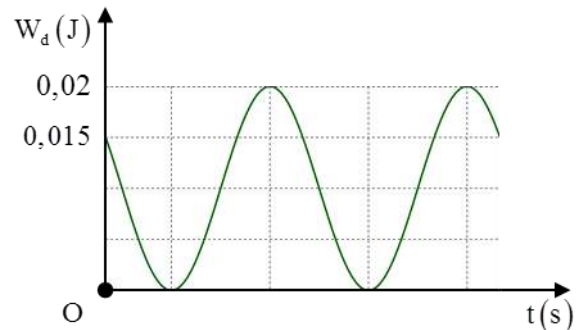
Ta có :

$$v_1 + v_2 = \sqrt{(40\pi)^2 + (30\pi)^2} \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow (v_1 + v_2)_{\max} = \sqrt{(40\pi)^2 + (30\pi)^2} = 50\pi \text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án B**

**Câu 2: (Sở HCM – 2017)** Một vật có khối lượng 400g dao động điều hòa có đồ thị động năng như hình vẽ. Tại thời điểm vật đang chuyển động theo chiều dương, lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là:

- A.  $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$   
B.  $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$   
C.  $x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$



D.  $x = 10\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$

Chất điểm đi từ vị trí động năng bằng 3 lần thế năng  $\left(x = \frac{A}{2}\right)$  (lưu ý động năng giảm nên vật có thể đi theo chiều dương)

đến vị trí động năng bằng 0 ( $x = A$ ) mất khoảng thời gian  $\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{1}{6}\text{s} \Rightarrow T = 1\text{s}$

+ Vậy phương trình của vật có thể là  $x = 5\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$

✓ **Đáp án A**

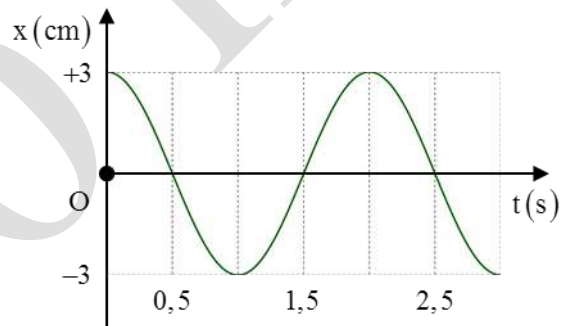
**Câu 3: (Sở HCM – 2017)** Đồ thị biểu diễn dao động điều hoà ở hình vẽ bên ứng với phương trình dao động nào sau đây?

A.  $x = 3\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$ .

B.  $x = 3\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$ .

C.  $x = 3\cos(2\pi t)\text{cm}$ .

D.  $x = 3\cos(\pi t)\text{cm}$ .



Phương trình dao động của vật là  $x = 3\cos(\pi t)\text{cm}$

✓ **Đáp án D**

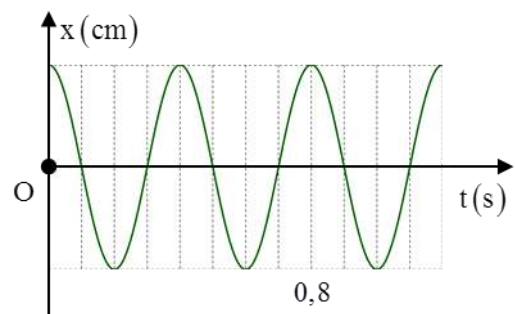
**Câu 4: (Thị Xã Quảng Trị - 2017)** Một chất điểm dao động điều hoà có đồ thị li độ theo thời gian như hình vẽ. Chu kì dao động là

A. 0,8 s.

B. 0,1 s.

C. 0,2 s.

D. 0,4 s.

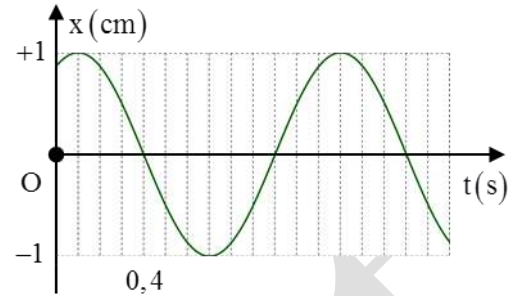


Chu kì của chất điểm là 0,4 s

✓ **Đáp án D**

**Câu 5: (Sở Thanh Hóa – 2017)** Hình vẽ bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ  $x$  vào thời gian  $t$  của một vật dao động điều hòa. Biên độ dao động của vật là

- A. 2 mm.                                      B. 1 mm.  
C. 0,1 dm.                                    D. 0,2 dm

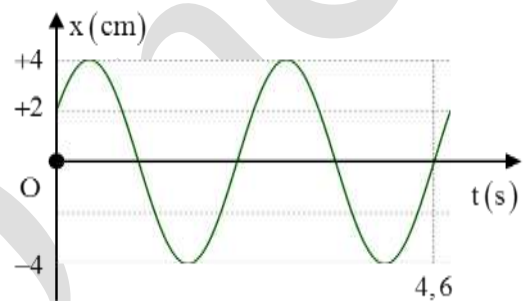


Biên độ dao động của vật  $A = 1\text{cm} = 0,1\text{dm}$

✓ **Đáp án C**

**Câu 6: (Sở Bình Thuận – 2017)** Một chất điểm dao động điều hòa có đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ  $x$  vào thời gian  $t$  như hình vẽ. Tại thời điểm  $t = 3\text{ s}$ , chất điểm có vận tốc xấp xỉ bằng

- A.  $-8,32\text{ cm/s}$ .                              B.  $-1,98\text{ cm/s}$ .  
C.  $0\text{ cm/s}$ .                                    D.  $-5,24\text{ cm/s}$ .



+ Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí có li độ 2 cm theo chiều dương, từ đồ thị ta thấy

$$\Delta t = 4,6 = \frac{T}{3} + \frac{3T}{4} + T \Rightarrow T = 2,4\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{6}\text{ rad/s}$$

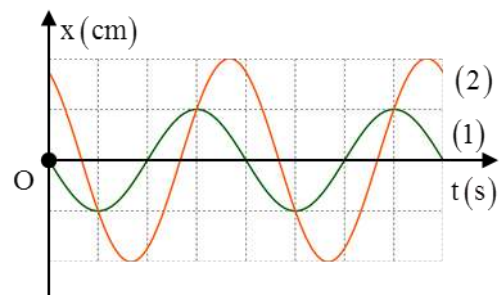
Phương trình li độ của vật

$$x = 4\cos\left(\frac{5\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow v = -\frac{10\pi}{3}\sin\left(\frac{5\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{t=3\text{s}} v = -\frac{5\pi}{3} \approx -5,24\text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án D**

**Câu 7: (Sở Nam Định – 2017)** Hai dao động điều hòa cùng tần số có đồ thị như hình vẽ. độ lệch pha của dao động (1) so với dao động (2) là

- A.  $\frac{2\pi}{3}\text{ rad}$ .                                    B.  $\frac{\pi}{3}\text{ rad}$ .  
C.  $\frac{\pi}{4}\text{ rad}$ .                                    D.  $-\frac{\pi}{6}\text{ rad}$ .



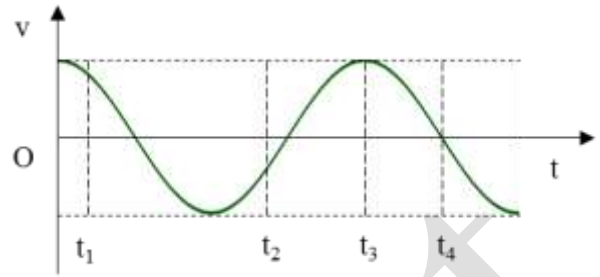
Từ đồ thị, ta thấy phương trình dao động của hai chất điểm là

$$\begin{cases} x_1 = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = 2A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$$

✓ **Đáp án B**

**Câu 8:(Chuyên Long An – 2017)** Đồ thị vận tốc – thời gian của một dao động cơ điều hòa được cho như hình vẽ. Ta thấy :

- A. tại thời điểm  $t_1$ , gia tốc của vật có giá trị dương
- B. tại thời điểm  $t_4$ , li độ của vật có giá trị dương
- C. tại thời điểm  $t_3$ , li độ của vật có giá trị âm
- D. tại thời điểm  $t_2$ , gia tốc của vật có giá trị âm



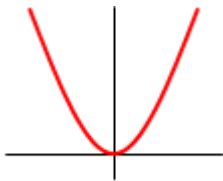
Tại thời điểm  $t_4$ , li độ của vật có giá trị dương

✓ **Đáp án B**

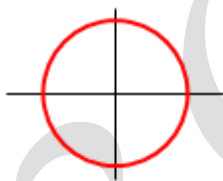
**Ghi chú:**

- + Tại thời điểm  $t_1$  vật có vận tốc dương và đang giảm  $\Rightarrow$  chuyển động từ vị trí cân bằng ra biên  $\Rightarrow$  gia tốc của vật là âm
- + Tại thời điểm  $t_4$  vật có vận tốc bằng 0 và có xu hướng tiếp tục giảm  $\Rightarrow$  đang ở vị trí biên dương
- + Tại thời điểm  $t_3$  vận tốc là cực đại  $\Rightarrow$  vật đi qua vị trí cân bằng
- + Tại thời điểm  $t_2$  vận tốc của vật âm và có xu hướng tăng  $\Rightarrow$  vật đang di chuyển từ biên dương về vị trí cân bằng

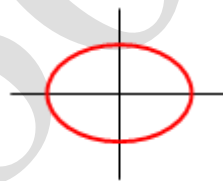
**Câu 9:(Chuyên Long An – 2017)** Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của vận tốc theo li độ trong dao động điều hòa có hình dạng nào sau đây?



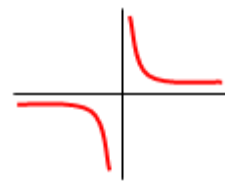
A. Parabol



B. Tròn



C. Elip



D. Hypebol

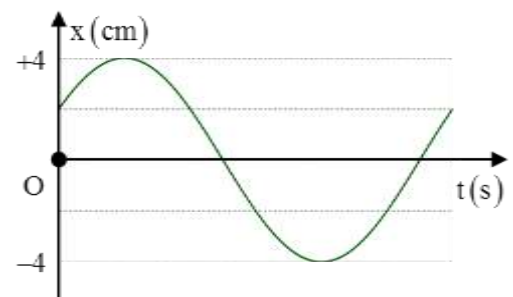
Li độ và vận tốc trong dao động điều hòa luôn vuông pha với nhau, ta có công thức độc lập liên hệ giữa hai đại lượng vuông pha

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \Rightarrow \text{đồ thị có dạng là một elip}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 10:(Chuyên Hạ Long – 2017)** Một chất điểm dao động điều hòa có li độ phụ thuộc thời gian theo hàm cosin như hình vẽ. Chất điểm có biên độ là:

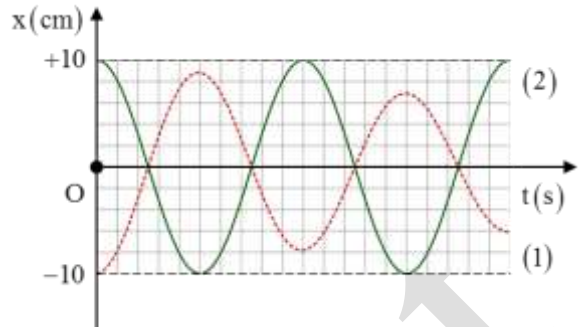
- A. 4 cm
- B. 8 cm
- C. -4 cm
- D. -8 cm



Biên độ dao động của chất điểm  $A = 4\text{cm}$

✓ **Đáp án A**

**Câu 11:(Chuyên Hạ Long – 2017)** Hai chất điểm dao động có li độ phụ thuộc theo thời gian được biểu diễn tương ứng bởi hai đồ thị (1) và (2) như hình vẽ, Nhận xét nào dưới đây đúng khi nói về dao động của hai chất điểm?

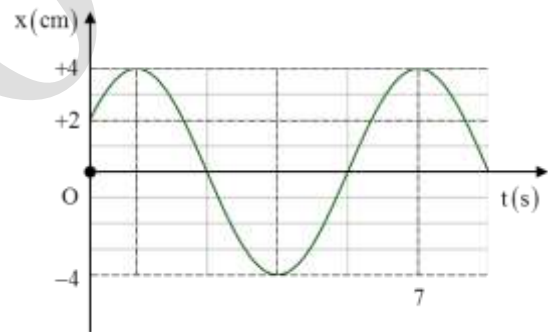


- A. Hai chất điểm đều thực hiện dao động điều hòa với cùng chu kỳ
- B. Đồ thị (1) biểu diễn chất điểm dao động tắt dần cùng chu kỳ với chất điểm còn lại
- C. Hai chất điểm đều thực hiện dao động điều hòa và cùng pha ban đầu
- D. Đồ thị (1) biểu diễn chất điểm dao động cưỡng bức với tần số ngoại lực cưỡng bức bằng tần số dao động của chất điểm còn lại

Ta thấy rằng dao động (1) là dao động tắt dần (biên độ giảm theo thời gian) với cùng chu kỳ với dao động điều hòa (2)

✓ **Đáp án B**

**Câu 12:(Chuyên Vinh – 2017)** Đồ thị dao động của một chất điểm dao động điều hòa như hình vẽ. Phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc của vật theo thời gian là



- A.  $v = \frac{4\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm/s
- B.  $v = \frac{4\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm/s
- C.  $v = 4\pi \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm/s
- D.  $v = 4\pi \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm/s

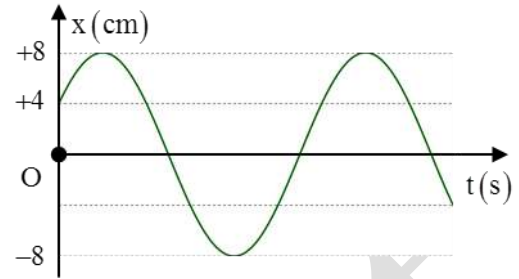
Từ hình vẽ ta có  $A = 4\text{cm}$ , vật đi từ vị trí  $x = 2\text{cm}$  theo chiều dương đến biên dương rồi thực hiện một chu kỳ nửa mất 7 s,

$$\text{vậy } t = \frac{T}{6} + T = 7 \Rightarrow T = 6\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$+ \text{ Phương trình li độ của vật là: } x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow v = \dot{x} = -\frac{4\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{4\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án A**

**Câu 13:**(Chuyên Vĩnh Phúc – 2017) Quả nặng có khối lượng 500 g gắn vào lò xo có độ cứng 50 N/m. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, kích thích để quả nặng dao động điều hòa. Đồ thị biểu diễn li độ theo thời gian như hình vẽ. Phương trình dao động của vật là



A.  $x = 8\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm

B.  $x = 8\cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm

C.  $x = 8\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm

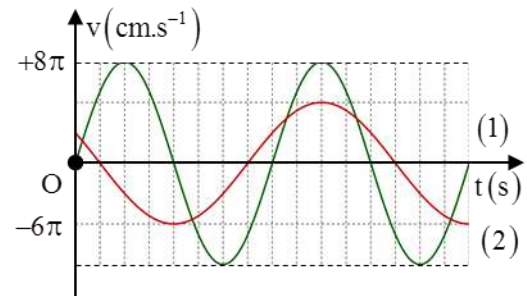
D.  $x = 8\cos\left(10t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm

Tần số góc của dao động  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$

Phương trình dao động của vật là  $x = 8\cos\left(10t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm

✓ **Đáp án D**

**Câu 14:** Đồ thị vận tốc – thời gian của hai con lắc (1) và (2) được cho bởi hình vẽ. Biết biên độ của con lắc (2) là 9 cm. Tốc độ trung bình của con lắc (1) kể từ thời điểm ban đầu đến thời điểm động năng bằng 3 lần thế năng lần đầu tiên là



A. 10 cm/s

B. 12 cm/s

C. 8 cm/s

D. 6 cm/s

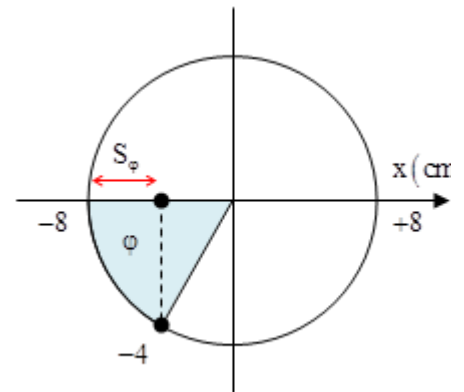
Từ đồ thị ta có  $\begin{cases} v_{1\max} = 8\pi = \omega_1 A_1 \\ v_{2\max} = 6\pi = \omega_2 A_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{\omega_2 v_{1\max}}{\omega_1 v_{2\max}}$

Mặt khác  $T_2 = \frac{3}{2} T_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{3}{2} \omega_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{8}{9} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 8 \text{ cm} \\ \omega_1 = \pi \text{ rad.s}^{-1} \end{cases}$

+ Phương trình vận tốc của dao động (1)

$v_1 = 8\pi \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x_1 = 8 \cos(\pi t - \pi)$  (cm)

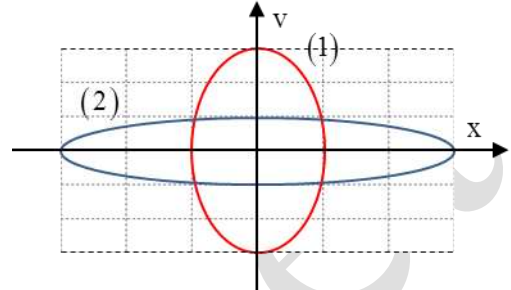
+ Vị trí động năng bằng 3 lần thế năng ứng với  $x = \pm \frac{A}{2}$



$$v_{tb} = \frac{S_{\varphi}}{t_{\varphi}} = \frac{4}{\frac{1}{3}} = 12 \text{ cm/s}$$

✓ **Đáp án B**

**Câu 15:(Quốc gia – 2017)** Cho hai vật dao động điều hòa dọc theo hai đường thẳng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của mỗi vật nằm trên đường thẳng vuông góc với trục Ox tại O. Trong hệ trục vuông góc xOv, đường (1) là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật 1, đường (2) là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa vận tốc và li độ của vật 2. Biết lực kéo về cực đại tác dụng lên vật trong quá trình dao động là bằng nhau. Tỉ số giữa khối lượng của vật 2 với khối lượng của vật 1 là



A.  $\frac{1}{3}$

B. 3

C. 27

D.  $\frac{1}{27}$

Lực kéo về cực đại trong hai trường hợp này là bằng nhau

$$\Rightarrow m_1 \omega_1^2 A_1 = m_2 \omega_2^2 A_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega_2^2 A_2}{\omega_1^2 A_1}$$

Mặc khác từ hình vẽ ta thấy  $v_{1\max} = 3v_{2\max} \Leftrightarrow \omega_1 A_1 = 3\omega_2 A_2$  và  $A_2 = 3A_1 \Rightarrow \omega_1 = 9\omega_2$

$$\text{Vậy } \frac{m_2}{m_1} = 27$$

✓ **Đáp án C**

## II. ĐỒ THỊ LIÊN QUAN ĐẾN TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG

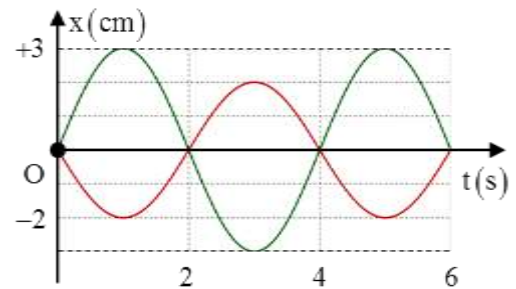
**Bài tập mẫu 1: (Cẩm Lý – 2017)** Đồ thị của hai dao động điều hòa cùng tần số được vẽ như sau. Phương trình dao động tổng hợp của chúng là

A.  $x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$  cm.

B.  $x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$  cm.

C.  $x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \pi\right)$  cm

D.  $x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm



**Hướng dẫn:**

Từ đồ thị ta thu được phương trình dao động thành phần

+ Chuyển về số phức: **Mode** → **2**

+ Nhập số liệu:



$$\begin{cases} x_1 = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \\ x_2 = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow x = x_1 + x_2$$

+ Phức hóa, dao động tổng hợp

$$x = x_1 + x_2 \Leftrightarrow \bar{x} = 3\angle -90 + 2\angle +90$$

Vậy phương trình dao động tổng hợp của vật là

$$x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \pi\right) \text{ cm}$$

✓ **Đáp án C**

$$3\angle -90 + 2\angle 90$$

+ Xuất kết quả: **Shift** → **2** → **3** → =

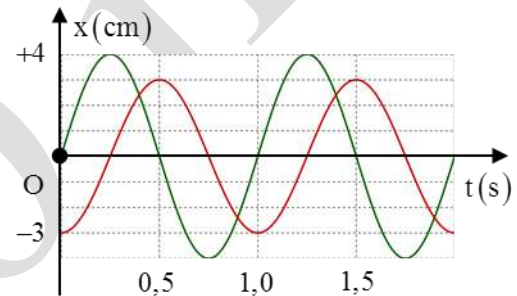
$$3\angle -90 + 2\angle 90 \rightarrow \angle \theta$$

$$1\angle -90$$

**Bài tập mẫu 2:** Hai vật tham gia đồng thời tham gia hai dao động cùng phương, cùng vị trí cân bằng với li độ được biểu diễn như hình vẽ.

Khoảng cách giữa hai vật tại thời điểm  $t = 1,125\text{s}$  là :

- A. 0,86 cm.                      B. 1,41 cm.  
C. 0,7 cm                          D. 4,95 cm



**Hướng dẫn:**

+ Từ đồ thị ta thu được phương trình dao động của hai vật

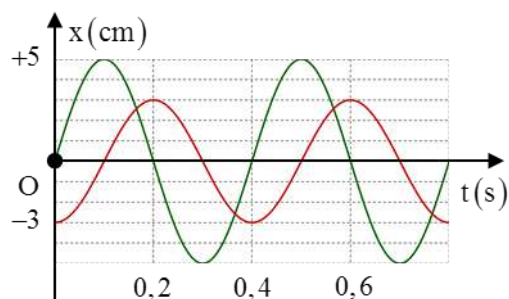
$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = 3 \cos(2\pi t + \pi) \end{cases} \Rightarrow d = |x_1 - x_2| = 5 \left| \cos(2\pi t - 0,3\pi) \right| \text{ cm} \xrightarrow{t=1,125\text{s}} d = 4,95 \text{ cm}$$

✓ **Đáp án D**

### BÀI TẬP VẬN DỤNG

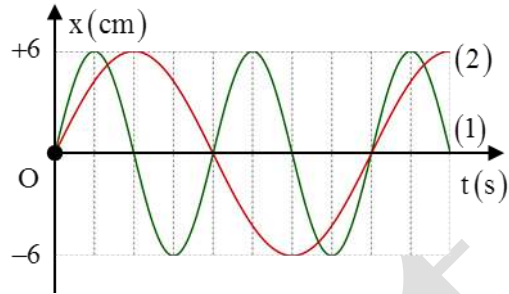
**Câu 1:** Cho hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song với nhau và cùng song song với trục Ox. Vị trí cân bằng của hai chất điểm đều nằm trên một đường thẳng qua O và vuông góc với trục Ox. Đồ thị li độ - thời gian của hai chất điểm được biểu diễn như hình vẽ. Thời điểm đầu tiên hai chất điểm cách xa nhau nhất kể từ thời điểm ban đầu là

- A. 0,0756 s.                      B. 0,0656 s.  
C. 0,0856 s.                      D. 0,0556 s.





**Câu 3: (Quốc gia – 2015)** Đồ thị li độ theo thời gian của chất điểm 1 (đường 1) và của chất điểm 2 (đường 2) như hình vẽ, tốc độ cực đại của chất điểm 2 là  $4\pi$  cm/s. Không kể thời điểm  $t = 0$ , thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là:



- A. 4 s.                                      B. 3,25 s.  
C. 3,75 s.                                    D. 3,5 s.

Phương trình dao động của hai chất điểm :

$$x_1 = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ và } x_2 = A \cos\left(\frac{\omega}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Mặt khác  $v_{2\max} = \frac{\omega}{2}A \Rightarrow \omega = \frac{4}{3}\pi$  rad/s

Hai chất điểm này gặp nhau

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

+ Với nghiệm thứ nhất  $\Rightarrow t_1 = 3k$

+ Với nghiệm thứ hai  $\Rightarrow t_2 = k + \frac{1}{2}$

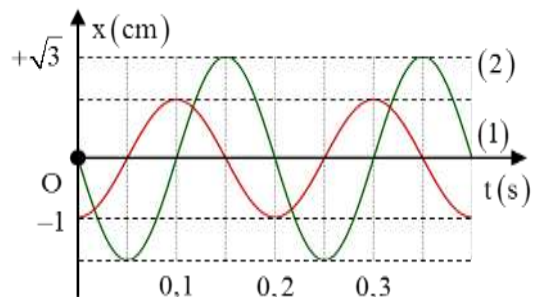
Các thời điểm gặp nhau

|       |     |     |     |     |      |
|-------|-----|-----|-----|-----|------|
| $t_1$ | 0   | 3   | 6   | 9   | ...  |
| $t_2$ | 0,5 | 1,5 | 2,5 | 3,5 | .... |

$\Rightarrow$  lần gặp thứ 5 ứng với  $t = 3,5$  s

✓ **Đáp án D**

**Câu 4:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, có đồ thị li độ - thời gian được cho như hình vẽ. Phương trình dao động tổng hợp của vật là



A.  $x = 2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm .

B.  $x = 2\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$  cm .

C.  $x = 2\cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$  cm .

D.  $x = 2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm .

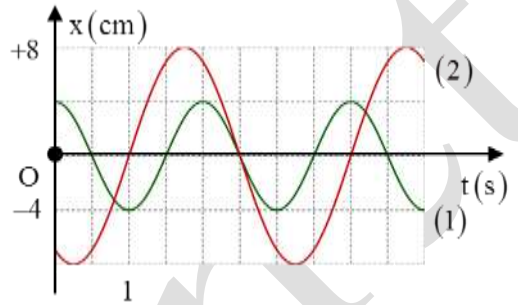
Phương trình dao động của hai vật

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm} \\ x_2 = 1 \cos(\omega t + \pi) \text{cm} \end{cases} \Rightarrow x = x_1 + x_2 = 2 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{cm}$$

✓ **Đáp án B**

**Câu 5:** Hai chất điểm dao động điều hòa có đồ thị biểu diễn li độ theo thời gian như hình vẽ. Tại thời điểm  $t = 0$ , chất điểm (1) đang ở vị trí biên. Khoảng cách giữa hai chất điểm tại thời điểm  $t = 6,9\text{s}$  xấp xỉ bằng

- A. 2,14cm.                      B. 3,16cm .  
C. 4,39cm.                      D. 6,23cm.

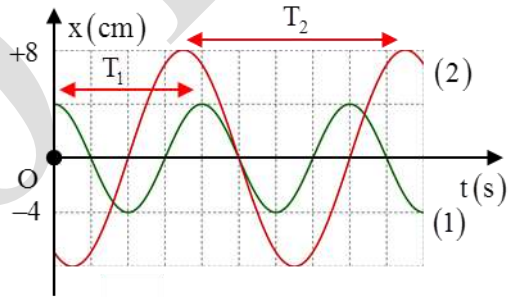


+ Từ đồ thị ta thấy  $\begin{cases} T_1 = 2\text{s} \\ T_2 = 3\text{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \pi \text{rad.s}^{-1} \\ \omega = \frac{2\pi}{3} \text{rad.s}^{-1} \end{cases}$

Phương trình li độ tương ứng của hai dao động

$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos(\pi t) \text{cm} \\ x_2 = 8 \cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \varphi\right) \text{cm} \end{cases}$$

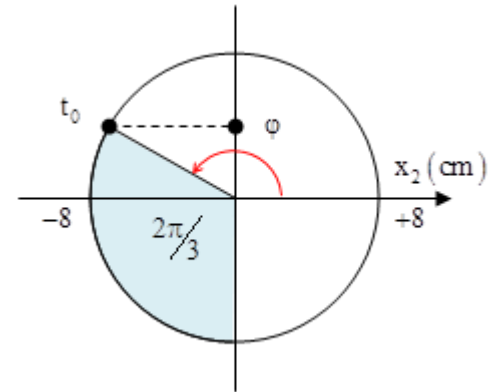
+ Tại thời điểm  $t = 0, 1\text{s}$ , vật (2) đang đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương, tại thời điểm ban đầu (ứng với lồi một góc  $\omega_2 t = \frac{2\pi}{3}$ ) ta có thể xác định được pha ban đầu của  $x_2$  là  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$



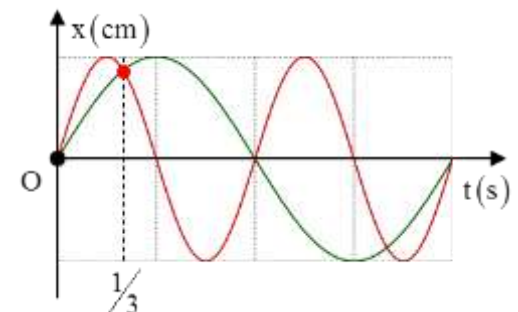
+ Khoảng cách giữa hai vật

$$d = |x_1 - x_2| \xrightarrow{t=6,9\text{s}} d \approx 2,14\text{cm}$$

✓ **Đáp án A**



**Câu 6:** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng biên độ có đồ thị biểu diễn li độ theo thời gian như hình vẽ. Tại thời điểm  $t = 0$ , hai chất điểm có cùng li độ lần đầu tiên. Tại thời điểm  $t = \frac{1}{3}\text{s}$ , hai chất điểm có cùng li độ lần thứ hai. Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ nhưng chuyển động cùng chiều nhau lần thứ hai là

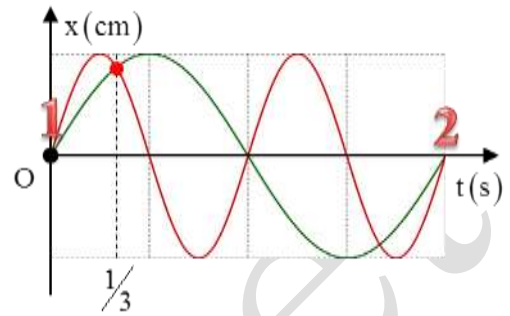


- A. 1,5s.                      B. 2s .  
C. 2,5s.                      D. 4s .

+ Vị trí hai vật có cùng li độ, cùng chiều nhau lần thứ nhất và lần thứ hai được đánh dấu như trên hình vẽ.

+ Phương trình li độ của hai chất điểm

$$\begin{cases} x_1 = A\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = A\cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \xrightarrow{\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}} \begin{cases} x_1 = A\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) \\ x_2 = A\cos\left(\frac{\omega_1}{2} t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$



+ Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 t - \frac{\pi}{2} = \frac{\omega_1}{2} t - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \omega_1 t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\omega_1}{2} t + \frac{\pi}{2} + 2k'\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4k\pi}{\omega_1} \\ t = \frac{2\pi}{3\omega_1} + \frac{4k'\pi}{3\omega_1} \end{cases}$$

+ Thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ hai ứng với  $k' = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3\omega_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \omega_1 = 2\pi \text{ rad/s}$

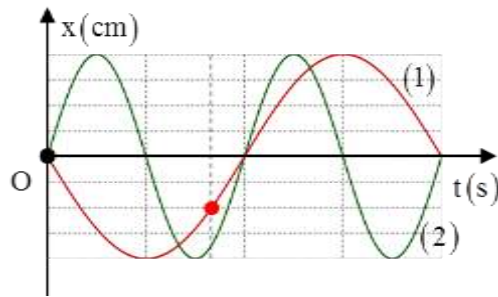
+ Từ hình vẽ ta thấy  $t_2 = 2T_1 = 2s$

✓ **Đáp án B**

**Câu 7:** Hai vật nhỏ (1) và (2) dao động điều hòa với cùng gốc tọa độ, hai vật nhỏ có khối lượng lần lượt là m và 2m. Đồ thị biểu diễn li độ của hai vật theo thời gian được cho bởi hình vẽ. Tại thời điểm

$t_0$ , tỉ số động năng  $\frac{W_{d_1}}{W_{d_2}}$  của vật (1) và vật (2) là

- A.  $\frac{3}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .  
C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .



Từ hình vẽ, ta có  $T_1 = 2T_2 \Rightarrow \omega_1 = 2\omega_2$

Thời điểm  $t_0$  vật (1) đi qua vị trí có li độ  $x = -\frac{A}{2}$  theo chiều dương kể từ thời điểm ban đầu

+ Khoảng thời gian tương ứng

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega_1} = \frac{5\pi}{6\omega_1}$$

+ Cũng trong khoảng thời gian này vật (2) chuyển đến vị trí mới với góc

$$\text{quét tương ứng } \varphi = \omega_2 \Delta t = \frac{5\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

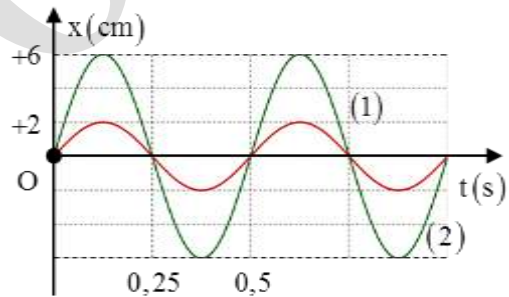
Ta có tỉ số

$$\frac{W_{d_1}}{W_{d_2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1\omega_1^2\left(A^2 - \frac{A^2}{2^2}\right)}{\frac{1}{2}m_2\omega_2^2\left(A^2 - \frac{(\sqrt{3}A)^2}{2^2}\right)} = \frac{3}{8}$$

✓ **Đáp án A**

**Câu 8:** Hai con lắc lò xo giống nhau có cùng khối lượng vật nặng  $m$  và cùng độ cứng lò xo  $k$ . Hai con lắc dao động trên hai đường thẳng song song, có vị trí cân bằng ở cùng góc tọa độ. Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, đồ thị li độ - thời gian của hai dao động được cho như hình vẽ. Ở thời điểm  $t$ , con lắc thứ nhất có động năng  $0,06 \text{ J}$  và con lắc thứ hai có thế năng  $4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . Khối lượng  $m$  là

- A.  $\frac{1}{3} \text{ kg}$  .      B.  $3 \text{ kg}$  .  
C.  $2 \text{ kg}$  .      D.  $\frac{2}{9} \text{ kg}$  .



Ta thấy rằng dao động của hai con lắc là cùng pha nhau, do vậy ta luôn có tỉ số

$$\frac{x_1}{A_1} = \frac{x_2}{A_2} \Leftrightarrow \left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{W_{t_1}}{\frac{1}{2}kA_1^2} = \frac{W_{t_2}}{\frac{1}{2}kA_2^2} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}kA_1^2 - 0,06}{\frac{1}{2}kA_1^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\frac{1}{2}kA_2^2}$$

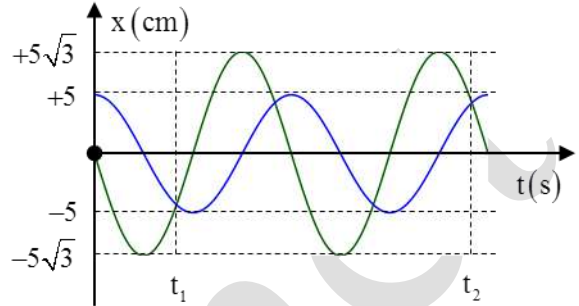
+ Với  $A_1 = 6 \text{ cm}$  và  $A_2 = 2 \text{ cm}$ , thay vào biểu thức trên ta được

$$\frac{1,8 \cdot 10^{-3}k - 0,06}{1,8 \cdot 10^{-3}k} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}k} \Rightarrow k = \frac{160}{3} \text{ N.m}^{-1}$$

Khối lượng của vật  $m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{160}{(4\pi)^2} = \frac{1}{3} \text{ kg}$

✓ **Đáp án A**

**Câu 9. (Nguyễn Khuyến – 2017)** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số trên hai đường thẳng song song kề nhau và cùng song song với Ox có đồ thị li độ như hình vẽ ( khoảng cách giữa hai đường thẳng rất nhỏ so với khoảng cách của hai chất điểm trên trục Ox). Vị trí cân bằng của hai chất điểm đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với Ox. Biết  $t_2 - t_1 = 3\text{s}$ . Kể từ lúc  $t = 0$ , hai chất điểm cách nhau  $5\sqrt{3}$  cm lần thứ 2017 là



- A.  $\frac{12097}{6}$  s.
- B.  $\frac{6047}{6}$  s.
- C.  $\frac{12097}{12}$  s.
- D.  $\frac{6049}{6}$  s.

Từ hình vẽ ta thu được phương trình dao động của hai chất điểm

$$\begin{cases} x_1 = 5\sqrt{3} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 5\sqrt{3} \sin(\omega t) \\ x_2 = 5 \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 \Leftrightarrow \tan(\omega t) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

+ Phương trình lượng giác trên cho ta họ nghiệm

$$\omega t = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

+ Thời điểm  $t_1$  ứng với sự gặp nhau lần đầu của hai chất điểm ( $k=1$ )  $\Rightarrow t_1 = \frac{5\pi}{6\omega}$

+ Thời điểm  $t_2$  ứng với sự gặp nhau lần thứ 4 của hai chất điểm ( $k=4$ )  $\Rightarrow t_4 = \frac{23\pi}{6\omega}$

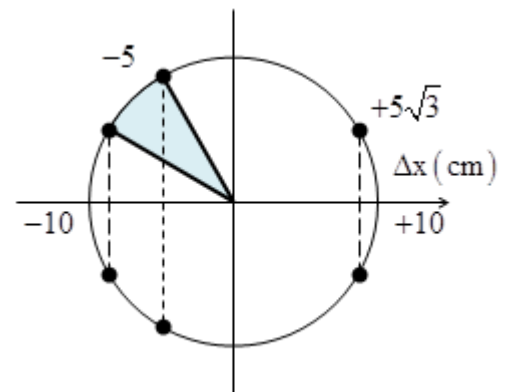
Kết hợp với giả thuyết  $t_2 - t_1 = 3\text{s} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$

+ Khoảng cách giữa hai chất điểm  $d = |x_1 - x_2| = 10 \left| \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{2}\right) \right|$

+ Hai vật cách nhau  $5\sqrt{3}\text{cm}$  lần đầu tiên ứng với  $t = \frac{T}{24}$

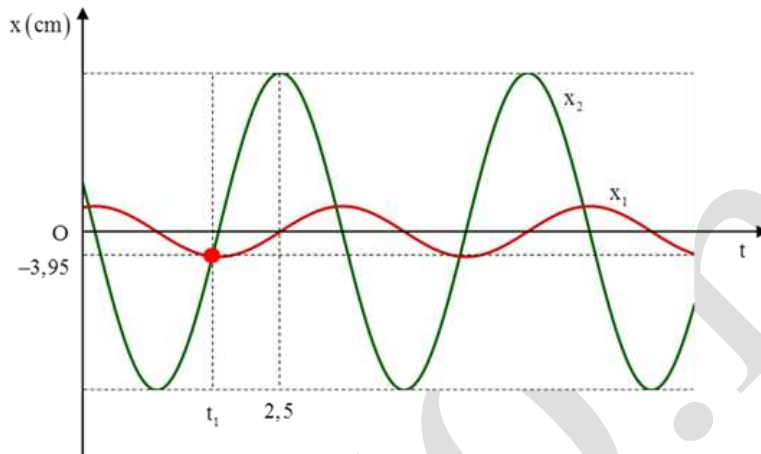
Trong 1 chu kỳ hai vật cách nhau với khoảng cách như vậy 4 lần, do đó tổng thời gian để vật thỏa mãn 2017 lần sẽ là

$$t = \frac{T}{24} + 504T = \frac{12097}{12} \text{ s}$$



✓ **Đáp án C**

**Câu 10:**(Nguyễn Du – 2017) Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng chu kì T và có cùng trục tọa độ Oxt có phương trình dao động điều hòa lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = v_1 T$  được biểu diễn trên đồ thị như hình vẽ. Biết tốc độ dao động cực đại của chất điểm là 53,4 (cm/s). Giá trị  $\frac{t_1}{T}$  gần với giá trị nào nhất sau đây?



A. 0,52.

B. 0,64.

C. 0,75.

D. 0,56

+ Hai dao động vuông pha, ta có:

$$\begin{cases} A_2 = 2\pi A_1 \\ \left(\frac{x_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{A_2}\right)^2 = 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2=-3,95} A_1 \approx 4\text{cm}$$

+ Mặc khác với hai dao động vuông pha, tốc độ cực đại của vật là

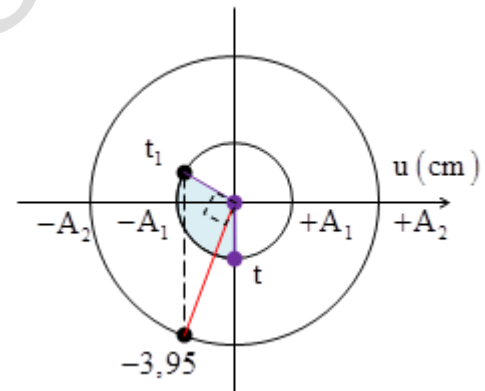
$$v_{\max} = \omega\sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 53,4 \Rightarrow \omega = 2,1\text{rad.s}^{-1} \Rightarrow T = 3\text{s}$$

+ Từ hình vẽ, ta tìm được:

$$\omega(t - t_1) = 90^\circ + 2\arccos\left(\frac{3,95}{4}\right) = 108^\circ \approx 1,88$$

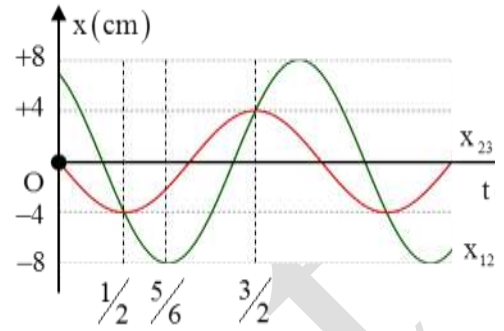
$$\text{Từ đó ta tìm được } t_1 = t - \frac{1,88}{\omega} = 1,6\text{s} \Rightarrow \frac{t_1}{T} = 0,53$$

✓ **Đáp án A**





**Câu 11:(Quốc Học Huế - 2017)** Cho ba dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  và  $x_3 = A_3 \cos(\omega t + \varphi_3)$ . Biết  $A_1 = 1,5A_3$ ,  $\varphi_3 - \varphi_1 = \pi$ . Gọi  $x_{12} = x_1 + x_2$  là dao động tổng hợp của dao động thứ nhất và dao động thứ hai,  $x_{23} = x_2 + x_3$  là dao động tổng hợp của dao động thứ hai và dao động thứ ba. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc li độ vào thời gian của hai dao động tổng hợp như hình vẽ.



Giá trị  $A_2$  là

- A. 6,15cm                      B. 3,17cm  
C. 4,87cm                      D. 8,25cm

Từ đồ thị ta thu được các phương trình dao động:

$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{cm} \\ x_{23} = x_2 + x_3 = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm} \end{cases}$$

+ Ta thấy rằng  $x_1$  và  $x_3$  luôn ngược pha nhau và  $A_1 = 1,5A_3$

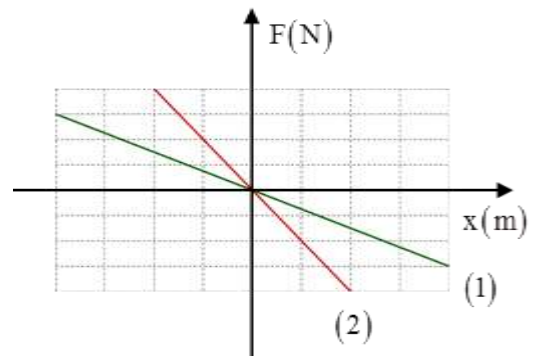
$$\Rightarrow \begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{cm} \\ 1,5x_{23} = 1,5x_2 + 1,5x_3 = 6 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm} \end{cases} \Rightarrow 2,5x_2 = x_{12} + 2,5x_{23} = 2\sqrt{37} \cos(\omega t + \varphi)$$

Vậy  $A_2 = \frac{2\sqrt{37}}{2,5} \approx 4,87$

✓ **Đáp án C**

### III. ĐỒ THI LIÊN QUAN ĐẾN LỰC PHỤC HỒI, LỰC ĐÀN HỒI

**Bài tập mẫu 1:(Lê Quý Đôn – 2017)** Hai con lắc lò xo dao động điều hòa cùng phương, vị trí cân bằng của hai con lắc nằm trên một đường thẳng vuông góc với phương dao động của hai con lắc. Đồ thị lực phục hồi  $F$  phụ thuộc vào li độ  $x$  của hai con lắc được biểu diễn như hình bên (đường (1) nét liền đậm và đường (2) nét liền mảnh). Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Nếu cơ năng của con lắc (1) là  $W_1$  thì cơ năng của con lắc (2) là



- A.  $\frac{3}{2}W_1$                       B.  $2W_1$ .

C.  $\frac{2}{3}W_1$

D.  $W_1$ .

**Hướng dẫn :**

Từ đồ thị, nếu ta chọn mỗi ô là một đơn vị thì ta có :

$$\begin{cases} F_1 = -k_1x_1 \\ F_2 = -k_2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_1 = -\frac{3}{4}x_1 \\ F_2 = -2x_2 \end{cases}$$

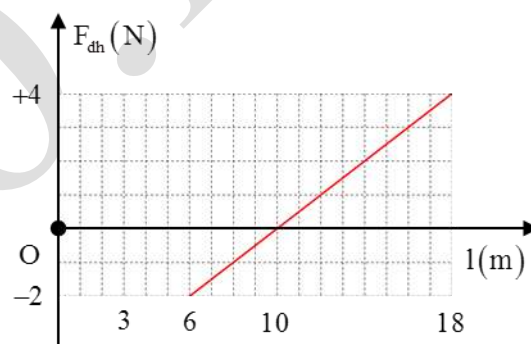
Kết hợp với  $\begin{cases} A_1 = x_{1\max} = 4 \\ A_2 = x_{2\max} = 2 \end{cases}$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{k_2A_2^2}{k_1A_1^2} = \frac{2 \cdot 2^2}{\frac{3}{4} \cdot 4^2} = \frac{2}{3}$$

✓ **Đáp án C**

**Bài tập mẫu 2: (Gia Viễn – 2017)** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa mà lực đàn hồi và chiều dài của lò xo có mối liên hệ được cho bởi đồ thị hình vẽ. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biên độ và chu kỳ dao động của con lắc là

- A.  $A = 6 \text{ cm}; T = 0,56 \text{ s.}$
- B.  $A = 4 \text{ cm}; T = 0,28 \text{ s.}$
- C.  $A = 8 \text{ cm}; T = 0,56 \text{ s.}$
- D.  $A = 6 \text{ cm}; T = 0,28 \text{ s.}$



Biên độ dao động của vật  $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6 \text{ cm}$

+ Ta để ý rằng, tại vị trí lò xo không biến dạng (lực đàn hồi bằng 0) lò xo có chiều dài là 10 cm

$$\Rightarrow \Delta l_0 = 12 - 10 = 2 \text{ cm} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 0,28 \text{ s}$$

✓ **Đáp án D**

**BÀI TẬP VẤN DỤNG**



- A. 15 mJ.                      B. 10 mJ.  
C. 3,75 mJ.                    D. 11,25 mJ.

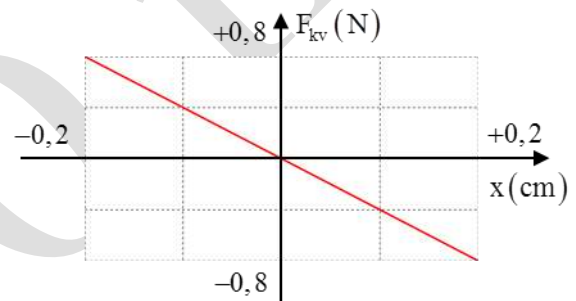
Tương tự như trên, ta có tại thời điểm  $t_1$  động năng của (2) cực đại đúng bằng cơ năng của nó

$$E_{d_2} = E_2 = \frac{1}{2}k_2A_2^2 = 15\text{mJ}$$

✓ **Đáp án A**

**Câu 3:(Chuyên Long An – 2017)** Một vật có khối lượng 10 g dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng  $x = 0$ , có đồ thị sự phụ thuộc hợp lực tác dụng lên vật vào li độ như hình vẽ. Chu kì dao động của vật là

- A. 0,256 s                      B. 0,152 s  
C. 0,314 s                      D. 1,255 s



Lực tác dụng lên vật  $F = ma = -m\omega^2x$

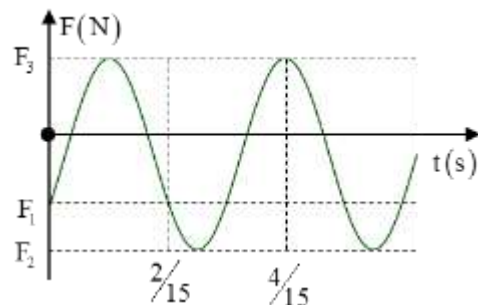
$$\text{Tại } \begin{cases} F = -0,8\text{N} \\ x = 0,2\text{m} \end{cases} \Rightarrow \omega = \sqrt{-\frac{F}{mx}} = 20\text{rad/s}$$

$$\text{Chu kì dao động của vật } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = 0,314\text{s}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 4:(Chuyên Thái Bình – 2017)** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng  $m = 200\text{g}$  và lò xo có độ cứng  $k$ , đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực đàn hồi theo thời gian được cho như hình vẽ, biết rằng  $F_1 + 3F_2 + 6F_3 = 0$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tỉ số giữa thời gian lò xo giãn và nén trong một chu kì **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A. 2,46                      B. 1,38  
C. 1,27                      D. 2,15



+ Lực đàn hồi của lò xo được xác định bằng biểu thức  $F = -k(\Delta l_0 + x)$  với  $\Delta l_0$  là độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng và  $x$  là li độ của vật

Ta có: 
$$\begin{cases} F_3 = -k(\Delta l_0 - A) \\ F_1 = -k(\Delta l_0 + x_1) \\ F_2 = -k(\Delta l_0 + A) \end{cases} \xrightarrow{F_1 + 3F_2 + 6F_3 = 0} x_1 = 3A - 10\Delta l_0 \quad (1)$$

+ Từ hình vẽ ta có:

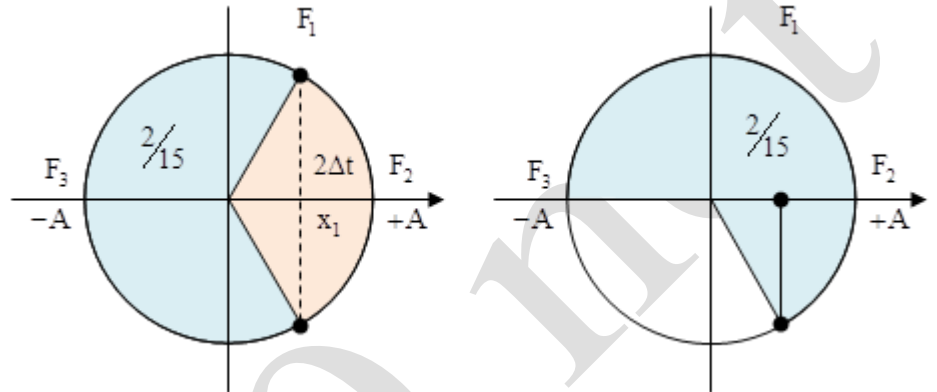
$$2\Delta t = \frac{2}{15}s \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tìm được  $\Delta l_0 = 0,25A$

+ Tỷ số giữa thời gian lò xo giãn và nén trong một chu kì là

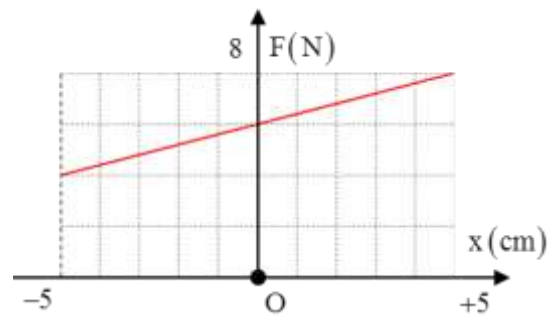
$$\eta = \frac{360 - 2\arccos\left(\frac{\Delta l_0}{A}\right)}{2\arccos\left(\frac{\Delta l_0}{A}\right)} \approx 1,38$$

✓ **Đáp án B**



**Câu 5:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực đàn hồi vào li độ của con lắc như hình vẽ. Cơ năng dao động của con lắc là

- A. 1,50 J                      B. 1,00 J  
C. 0,05 J                      D. 2,00 J



Độ lớn của lực đàn hồi được xác định bởi  $F_{dh} = k(\Delta l_0 + A)$

+ Từ hình vẽ ta thu được 
$$\begin{cases} 8 = k(\Delta l_0 + A) \\ 6 = k\Delta l_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\Delta l_0 + A}{\Delta l_0} \xrightarrow{A=5\text{cm}} \begin{cases} \Delta l_0 = 15\text{cm} \\ k = 40\text{N.m}^{-1} \end{cases}$$

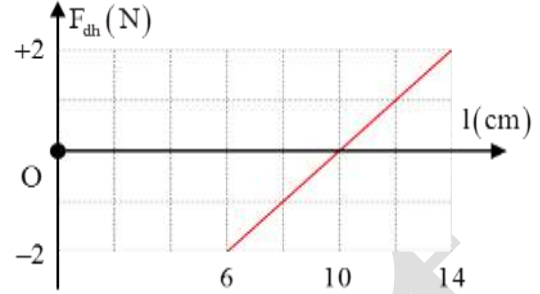
Cơ năng của con lắc  $E = \frac{1}{2}kA^2 = 0,05\text{J}$

✓ **Đáp án C**

**Câu 5:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa mà lực đàn hồi và chiều dài của con lắc lò xo có mối quan hệ được cho bởi hình vẽ.

Độ cứng của lò xo

- A. 100 N/m                      B. 150 N/m  
C. 50 N/m                         D. 200 N/m



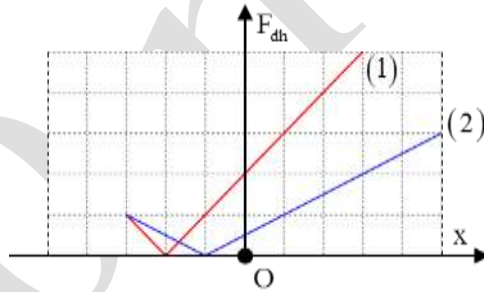
$$\text{Biên độ dao động } A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 4\text{cm} \Rightarrow k = \frac{F_{\text{dhmax}}}{A} = \frac{2}{0,04} = 50\text{N/m}$$

✓ **Đáp án C**

**Câu 6:** Hai con lắc lò xo thẳng đứng. Chiều dương hướng xuống, độ lớn của lực đàn hồi tác dụng lên mỗi con lắc có đồ thị phụ thuộc vào thời gian như hình vẽ. Cơ năng của con lắc (1) và (2) lần lượt là  $W_1$  và  $W_2$ . Tỉ số  $\frac{W_1}{W_2}$

$W_1$  và  $W_2$ . Tỉ số  $\frac{W_1}{W_2}$

- A. 0,18                              B. 0,36  
C. 0,54                              D. 0,72



+ Lực đàn hồi của con lắc bằng 0 tại vị trí  $x = -\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_{01} = 2\Delta l_{02} = 2$  đơn vị (ta chuẩn hóa bằng 2)

$$\text{Dựa vào đồ thị ta cũng thu được } \begin{cases} A_1 = 3 \\ A_2 = 5 \end{cases}$$

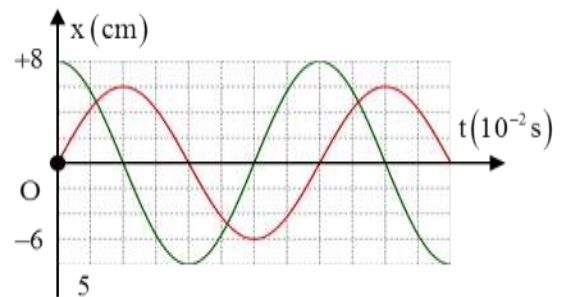
$$F_{1\max} = \frac{5}{3}F_{2\max} \Leftrightarrow k_1(\Delta l_{01} + A_1) = \frac{5}{3}k_2(\Delta l_{02} + A_2) \Leftrightarrow k_1(2+3) = \frac{5}{3}k_2(1+5) \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = 2$$

$$\text{Ta có tỉ số } \frac{W_1}{W_2} = \frac{k_1}{k_2} \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 = 2 \left( \frac{3}{5} \right)^2 = 0,72$$

✓ **Đáp án D**

**Câu 7: (Chuyên Long An – 2017)** Một vật có khối lượng 100 g đồng thời thực hiện hai dao động điều hòa được mô tả bởi đồ thị như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Lực phục hồi cực đại tác dụng lên vật có giá trị

- A. 2,5 N                              B. 2 N  
C. 1,5 N                              D. 3 N



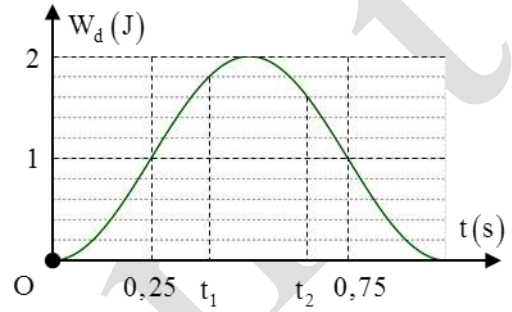
Phương trình hai dao động thành phần

$$\begin{cases} x_1 = 8 \cos(5\pi t) \\ x_2 = 6 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow x = 10 \cos(5\pi t + \varphi)$$

Lực phục hồi cực đại  $F_{ph_{max}} = ma_{max} = m\omega^2 A = 100 \cdot 10^{-3} \cdot (5\pi)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 2,5N$

**Câu 8:(Quốc gia – 2017)** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa. Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của động năng  $W_d$  của con lắc theo thời gian  $t$ . Hiệu  $t_2 - t_1$  có giá trị **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A. 0,27 s                      B. 0,24 s  
C. 0,22 s                      D. 0,20 s



+ Từ đồ thị, ta thu được  $W = 2J$  và ban đầu vật đang ở vị trí biên (động năng bằng 0)

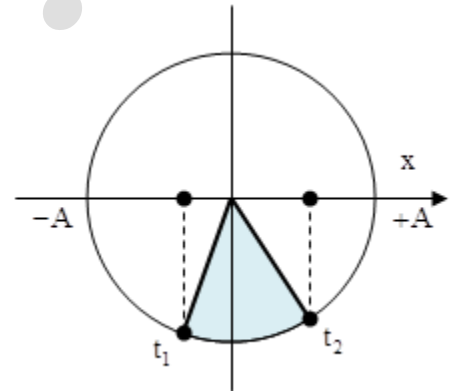
+ Ta để ý rằng hai thời điểm 0,25 s và 0,75 s ứng với hai vị trí động năng bằng thế năng  $\Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A \Rightarrow$  khoảng thời gian vật đi giữa hai vị trí này là

$$\frac{T}{8} = 0,25 \Rightarrow T = 2s$$

$$\begin{cases} W_{t_1} = 0,2J \\ W_{t_2} = 0,4J \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \pm \frac{A}{\sqrt{10}} \\ x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Từ hình vẽ, ta tìm được  $t_2 - t_1 \approx 0,25s$

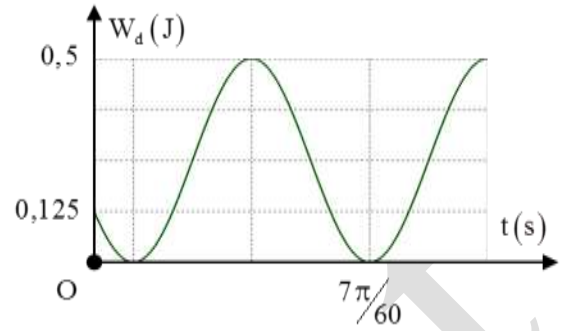
✓ **Đáp án B**



#### IV. ĐỒ THỊ LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LƯỢNG TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

**Bài tập mẫu 1:**(Huỳnh Thúc Kháng – 2017) Một vật có khối lượng 250 g dao động điều hòa, chọn gốc tính thế năng ở vị trí cân bằng, đồ thị động năng theo thời gian như hình vẽ. Thời điểm đầu tiên vật có vận tốc thỏa mãn  $v = -10x$  ( $x$  là li độ) là

- A.  $\frac{7\pi}{120}$  s                      B.  $\frac{\pi}{30}$  s  
C.  $\frac{\pi}{20}$  s                              D.  $\frac{\pi}{24}$  s



**Hướng dẫn:**

+ Khoảng thời gian vật đi từ vị trí thế năng bằng 3 lần động năng (động năng đang giảm) đến vị trí động năng bằng 0 ứng với vật đi từ vị trí

$$x = +\frac{\sqrt{3}A}{2} \text{ đến } x = -A$$

$$\text{Ta có } \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{7\pi}{60} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/s}$$

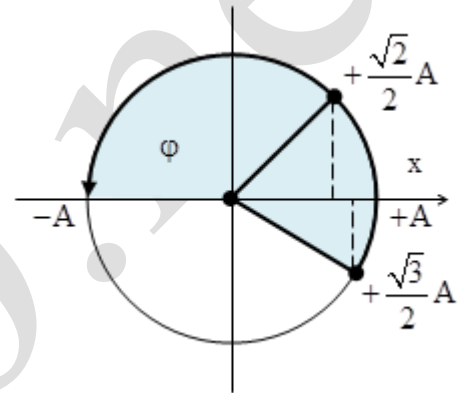
+ Vị trí  $v = -10x$ , ta có:

$$\begin{cases} v = -10x \\ \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{-10x}{\omega A}\right)^2 = 1$$

Biến đổi toán học, ta thu được

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{-10x}{10A}\right)^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A \Rightarrow \text{Lần đầu ứng với } x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A \text{ và vật đi theo chiều âm} \Rightarrow t = \frac{T}{12} + \frac{T}{8} = \frac{\pi}{24} \text{ s}$$

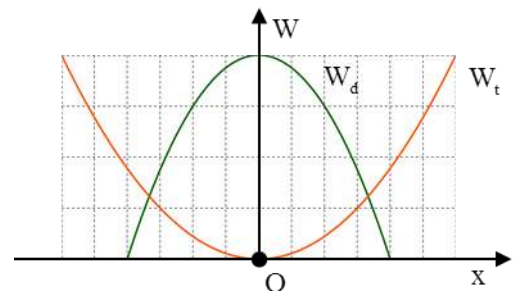
✓ **Đáp án D**



**Bài tập mẫu 2:**(Sở Bình Phước – 2017) Hai chất điểm có khối lượng lần lượt là  $m_1, m_2$  dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Đồ thị biểu diễn động năng của  $m_1$  và thế năng của  $m_2$  theo li độ như hình vẽ.

Tỉ số  $\frac{m_1}{m_2}$  là

- A.  $\frac{2}{3}$                                       B.  $\frac{9}{4}$   
C.  $\frac{4}{9}$                                       D.  $\frac{3}{2}$



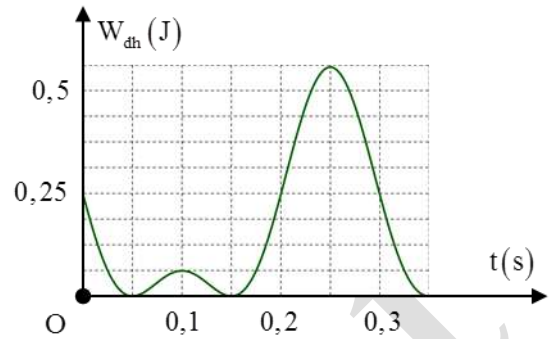
**Hướng dẫn :**







**Câu 5: (Quốc gia – 2017)** Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, ở nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Hình bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của thế năng đàn hồi  $W_{\text{đh}}$  của lò xo vào thời gian  $t$ . Khối lượng của con lắc **gần nhất** với giá trị nào sau đây



A. 0,45 kg

B. 0,55 kg

C. 0,35 kg

D. 0,65 kg

Thế năng đàn hồi của con lắc lò xo treo thẳng đứng được xác định bởi biểu thức

$$\frac{1}{2}k(\Delta l_0 + x)^2$$

+ Thế năng ở hai vị trí (1) và (2) ứng với

$$\begin{cases} W_1 = 0,0625 = \frac{1}{2}k(A - \Delta l_0)^2 \\ W_2 = 0,5625 = \frac{1}{2}k(A + \Delta l_0)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{A + \Delta l_0}{A - \Delta l_0} = 3 \Rightarrow A = 2\Delta l_0$$

+ Mặc khác, ta đề rằng thời gian vật chuyển động từ (1) đến

$$(2) \text{ ứng với nửa chu kỳ } \frac{T}{2} = 0,15 \Rightarrow T = 0,3\text{s}$$

Từ đó ta tìm được  $\Delta l_0 = 0,0225mA = 0,045\text{m}$

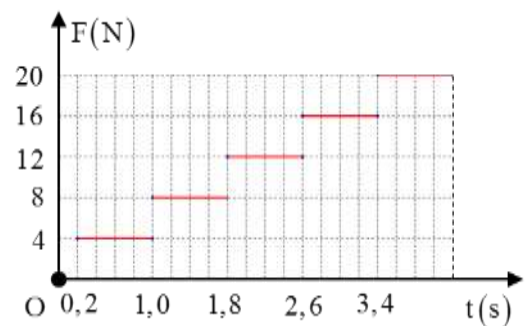
Khối lượng của vật

$$W_2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A + \Delta l_0)^2 \Leftrightarrow 0,5625 = \frac{1}{2}m\left(\frac{20\pi}{3}\right)^2(0,045 + 0,0225)^2 \Rightarrow m \approx 0,55\text{kg}$$

✓ **Đáp án B**

## V. MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP KHÁC

**Câu 1:(Chuyên Lương Văn Chánh – 2017)** Một lò xo nhẹ, có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  được treo vào một điểm cố định, đầu dưới treo vật nhỏ khối lượng  $m = 400 \text{ g}$ . Giữ vật ở vị trí lò xo không biến dạng rồi buông nhẹ để vật dao động điều hòa tự do dọc theo trục lò xo. Chọn trục tọa độ thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc buông vật. Tại thời điểm  $t = 0,2 \text{ s}$ , một lực  $\vec{F}$  thẳng đứng, có cường độ biến thiên theo thời gian biểu diễn như đồ thị trên hình bên, tác dụng vào vật. Biết điểm treo



chỉ chịu được lực kéo tối đa có độ lớn 20 N. Tại thời điểm lò xo bắt đầu rời khỏi điểm treo, tốc độ của vật là

A.  $20\pi\sqrt{3}$  cm/s

B. 9 cm/s

C.  $20\pi$  cm/s

D.  $40\pi$  cm/s

+ Chu kỳ của dao động

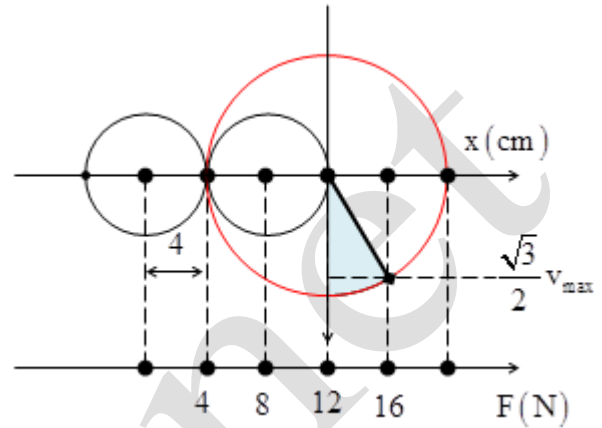
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{400 \cdot 10^{-3}}{100}} = 0,4\text{s}$$

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{400 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{100} = 4\text{cm}$$

+ Khi lực F tăng lên một lượng  $\Delta F$  thì vị trí cân bằng của lò xo dịch chuyển thêm một đoạn  $\Delta l = 4\text{cm}$

Tại thời điểm  $t = 0,2\text{s}$  con lắc đang ở vị trí biên của dao động thứ nhất



+ Dưới tác dụng của lực F vị trí cân bằng dịch chuyển đến đúng vị trí biên nên con lắc đứng yên tại vị trí này  
+ Lập luận tương tự khi ngoại lực F có độ lớn 12 N con lắc sẽ dao động với biên độ 8 cm

Từ hình vẽ ta tìm được  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} 8.5\pi = 20\pi\sqrt{3}$  cm/s

✓ **Đáp án A**

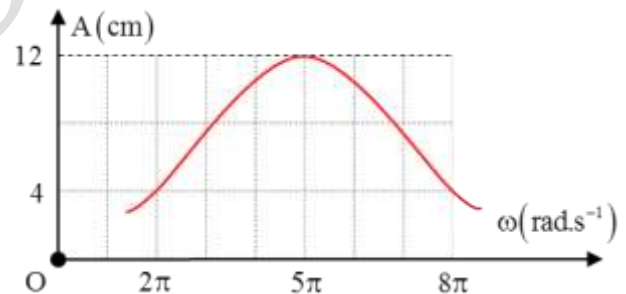
**Câu 2: (Sở Đồng Tháp – 2017)** Một con lắc lò xo có khối lượng 100 g dao động cưỡng bức ổn định dưới tác dụng của ngoại lực biến thiên điều hoà với tần số f. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của biên độ vào tần số của ngoại lực tác dụng lên hệ có dạng như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ cứng của lò xo là

A. 25 N/m.

B. 42,25 N/m.

C. 75 N/m.

D. 100 N/m.



Từ đồ thị ta thấy rằng, cộng hưởng cơ xảy ra khi  $\omega^2 = (5\pi)^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m(5\pi)^2 = 25 \text{ N/m}$

✓ **Đáp án A**