BÀI 8: PHÉP ĐỒNG DẠNG

A) TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I) ĐỊNH NGHĨA

Phép biến hình F gọi là phép đồng dạng tỉ số k $(k>0)$ nếu với hai điểm bất kì M, N và ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta luôn có $M'N' = kMN$.

Nhận xét:

Phép dời hình cũng là phép đồng dạng với tỉ số $k=1$.

Phép vị tự tỉ số k cũng là phép đồng dạng với tỉ số $|k|$.

Nếu thực hiện liên tiếp phép đồng dạng tỉ số k và phép đồng dạng tỉ số p thì ta được phép đồng dạng tỉ số pk.

II) CÁC TÍNH CHẤT

1) Định lí: Mọi phép đồng dạng tỉ số k đều là hợp thành của một phép vị tự tỉ số k và một phép dời hình.

2) Hệ quả

Phép đồng dạng tỉ số k

a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng (và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó).

b) Biến đường thẳng thành đường thẳng.

c) Biến tia thành tia.

d) Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với k.

e) Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tỉ số đồng dạng là k.

f) Biến đường tròn thành đường tròn có bán kính là Kr.

g) Biến góc thành góc bằng nó.

Chú ý:

Phép dời hình nói chung không có tính chất biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hay trùng với nó.

Phép đồng dạng là hợp thành của phép vị tự và phép dời hình, nên phép đồng dạng nói chung không có tính chất biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hay trùng với nó.

III) HAI HÌNH ĐỒNG DẠNG

Định nghĩa: Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

B) PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

DẠNG 1: Tìm ảnh của một hình qua phép đồng dạng tỉ số k.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Giả sử F là phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép biến hình f_1, f_2.

Cho điểm $M(x;y)$ có ảnh qua F là $M'(x';y')$. Để tìm ảnh M’ ta thực hiện lần lượt các bước sau:

Tìm tọa độ ảnh M_1 của điểm M qua phép biến hình f_1.

Tìm ảnh M’ của M_1 qua phép biến hình f_2.

Khi đó ta được tọa độ của ảnh M’ của M qua F.

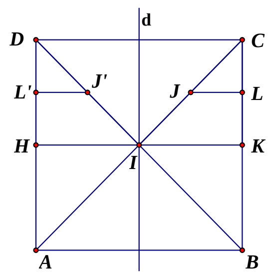
Để tìm ảnh của đường thẳng ta tìm ảnh của hai điểm trên đường thẳng đó. Từ đó suy ra phương trình đường thẳng ảnh là đi qua hai điểm ảnh.

Để tìm ảnh của đường tròn, ta tìm ảnh của tâm của đường tròn đó và tìm bán kính của đường tròn ảnh. Từ đó suy ra phương trình của đường tròn ảnh.

BÀI TẬP

Câu 1: Cho hình chữ nhật ABCD có AC cắt BD tại I. Gọi H, K, L và J lần lượt là trung điểm của AD, BC, KC và IC. Chứng minh hai hình thang JLKI và IHAB đồng dạng với nhau.

LỜI GIẢI



Gọi d là đường trung trực của HK. Qua phép đối xứng trục d thì hình thang JLKI có ảnh là hình thang J’L’HI(J’, L’ lần lượt là trung điểm của ID, HD).

Qua phép vị tự tâm D, tỉ số 2 thì hình thang J’L’HI sẽ có ảnh là hình thang IHAB.

Do đó phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng trục d và phép vị tự tâm D, tỉ số 2 sẽ biến hình thang IJKI thành hình thang IHAB. Vậy hình thang JLHI và hình thang IHAB đồng dạng với nhau.

Câu 2: Chứng minh rằng nếu hai tam giác có các đường cao tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.

LỜI GIẢI

Giả sử tam giác ABC có các đường cao AH, BI, CK và tam giác A’B’C’ có các đường cao A’H’, B’I’, C’K’ thỏa mãn: AH = A’H’, BI = B’I’, CK = C’K’. Trong tam giác ABC ta có AB.CK = BC.AH = CA.BI.

Cũng vậy, trong tam giác A’B’C’ ta có A’B’.C’K’ = B’C’.A’H’ = C’A’.B’I’.

Từ đó, suy ra $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$

Như vậy, hai tam giác ABC và A'B'C' đồng dạng. Do đó, có phép đồng dạng F tỉ số k biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C'. Nhưng F biến đường cao AH thành đường cao A'H' với A'H' = AH nên k =1. Do đó F là phép dời hình. Vậy tam giác ABC bằng tam giác A'B'C'.

Câu 3: Cho phép vị tự V tâm O, tỉ số $k \neq 1$ và phép tịnh tiến T theo vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$. Gọi F là phép hợp thành của V và T.

a). Tìm điểm I sao cho F biến thành chính nó.

b). Chứng minh rằng F là phép vị tự tâm I tỉ số k.

LỜI GIẢI

a) Với điểm M bất kì, nếu V biến M thành M' và T biến M' thành M'' thì F biến M thành M''. Bởi vậy F biến điểm I thành điểm I nếu V biến I thành I' và T biến I' thành I, khi đó $\overrightarrow{OI'} = k\overrightarrow{OI}$ và $\overrightarrow{I'I} = \vec{v}$.

Từ đó, suy ra $\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OI'} = \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} - k\overrightarrow{OI} = \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \dfrac{\vec{v}}{1-k}$.

Vậy điểm I hoàn toàn xác định.

b) Với điểm M bất kì, nếu V biến M thành M' thì $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$, nếu T biến M' thành M'' thì $\overrightarrow{M'M''} = \vec{v}$. Từ đó, suy ra $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow \overrightarrow{IM'} - \overrightarrow{IO} = k\left(\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IO}\right) \\ \Rightarrow \overrightarrow{IM'} + \overrightarrow{OI}(1-k) = k\overrightarrow{IM} \end{array}\right. \quad (*)$$

Nhưng từ biểu thức xác định I ta có $\overrightarrow{OI}(1-k) = \vec{v}$.

Ngoài ra, vì $\overrightarrow{M'M''} = \vec{v}$ nên $\overrightarrow{IM''} - \overrightarrow{IM'} = \vec{v}$ hay $\overrightarrow{IM'} = \overrightarrow{IM''} - \vec{v}$.

Vậy đẳng thức $(*)$ trở thành $\overrightarrow{IM''} = k\overrightarrow{IM}$

Do đó, phép F biến M thành M'' chính là phép vị tự tâm I tỉ số k.

Câu 4: Chứng minh rằng: Nếu phép đồng dạng F biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' thì F biến trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC lần lượt thành trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác A'B'C'.

LỜI GIẢI

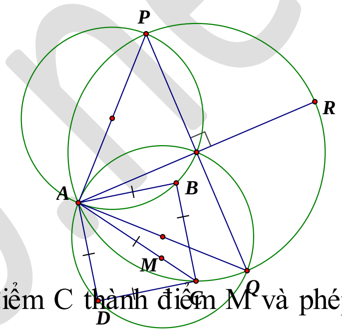
Gọi M là trung điểm của BC thì qua F điểm M biến thành điểm M' là trung điểm của B'C'. Vậy qua F trung tuyến AM của tam giác ABC biến thành trung tuyến A'M' của tam giác A'B'C'. Tương tự F biến các trung tuyến BN, CP của ΔABC lần lượt thành các trung tuyến $B'N', C'P'$ của $\Delta A'B'C'$. Do đó F biến trọng tâm G của ΔABC thành trọng tâm của $\Delta A'B'C'$.

Gọi AH là đường cao của ΔABC $(H \in BC)$. Ta có F biến AH thành A'H', vì $AH \perp BC$ nên $A'H' \perp B'C'$, suy ra A'H' là đường cao của $\Delta A'B'C'$. Như vậy F biến các đường cao của ΔABC thành các đường cao của $\Delta A'B'C'$. Suy ra F biến trực tâm ΔABC thành trực tâm $\Delta A'B'C'$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, nên $IA = IB = IC$. Ta có F biến IA, IB, IC lần lượt thành $I'A', I'B', I'C'$. Khi đó $I'A' = kOA, I'B' = kIB, I'C' = kIC$ nên $I'A' = I'B' = I'C'$. Vậy I' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.

Câu 5: Cho điểm A cố định nằm trên đường tròn (O) và điểm C thay đổi trên đường tròn đó. Dựng hình vuông ABCD. Tìm quỹ tích điểm B và điểm D.

LỜI GIẢI



Trên đoạn thẳng AC lấy điểm M sao cho $AM = AB = AD$.

Khi đó, ta có $\frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ngoài ra $(AM, AB) = 45^0$ và $(AM, AD) = -45^0$.

Suy ra, phép vị tự V tâm A tỉ số $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$ biến điểm C thành điểm M và phép quay Q tâm A góc quay 45^0 biến điểm M thành điểm B. Vậy nếu gọi F là phép hợp thành của V và Q thì F biến C thành B. Vì quỹ tích của C là đường tròn (O), nên quỹ tích của B là ảnh của đường tròn đó qua phép đồng dạng F.

Đường tròn quỹ tích của B có thể xác định như sau:

Gọi AR là đường kính của (O) và PQ là đường kính của (O) vuông góc với AR(ta kí hiệu các điểm P, Q sao cho $(AR, AP) = 45^0$). Khi đó dễ thấy rằng phép đồng dạng F biến AR thành AP. Vậy quỹ tích B là đường tròn đường kính AP. Tương tự, ta được quỹ tích D là đường tròn đường kính AQ.

BÀI TẬP ÔN TẬP

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: 5x - 3y - 1 = 0$, $\vec{v} = (-3; 4)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$.

a) Viết phương trình đường thẳng (d_1) là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo véctơ $\vec{v}$.

b) Viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của (C) qua phép quay tâm O góc quay 90^0.

c) Tìm phép tịnh tiến theo véc tơ có phương song song với trục Ox biến d thành d’ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 và viết phương trình đường thẳng d’.

LỜI GIẢI

a) Gọi $M(x;y)\in d$, $M'(x';y')$

và $M'=T_{\vec{v}}(M)\Leftrightarrow\begin{cases}x'=x+a\\y'=y+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x'=x-3\\y'=y+4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=x'+3\\y=y'-4\end{cases}$

$M(x;y)\in d\Leftrightarrow 5x-3y-1=0\Leftrightarrow 5(x'+3)-3(y'-4)-1=0\Leftrightarrow 5x'-3y'+26=0$.

Phương trình d_1 cần tìm là $5x-3y+26=0$.

b) Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ bán kính $R=5$.

Gọi $I'(m;n)=Q_{(O;90^0)}(I)\Leftrightarrow\begin{cases}OI'=OI\\I'OI=90^0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}OI'=OI\\OI'^2+OI^2=II'^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+n^2=3^2+1^2\\m^2+n^2+3^2+1^2=(m-3)^2+(n+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+n^2=10\\n-3m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\n=3\end{cases}\vee\begin{cases}m=-1\\n=-3\end{cases}$

Do góc quay $90^0\Rightarrow I'(1;3)$.

Phương trình đường tròn (C_1) có tâm $I'(1;3)$ và bán kính $R'=R=5$, nên có phương trình: $(x-1)^2+(y-3)^2=25$.

c) Gọi $\vec{u}=(a;0)\parallel Ox$ cần tìm. Vì $d'=T_{\vec{u}}(d)\Rightarrow d'\parallel d$, nên phương trình đường thẳng $d':5x-3y+c=0$.

Vì d’ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên có phương trình: $5.3-3.0+c=0\ \Rightarrow c=-15$. Phương trình $d':5x-3y-15=0$.

Gọi $N(x;y)\in d$, $N'(x';y')\in d'$ và $N'=T_{\vec{u}}(N)\Leftrightarrow\begin{cases}x'=x+a\\y'=y+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=x'+a\\y=y'\end{cases}$

$N(x;y)\in d\Leftrightarrow 5x-3y-1=0\Leftrightarrow 5(x'+a)-3y'-1=0\Leftrightarrow 5x'-3y'+5a-1=0$ (1).

$N'(x';y')\in d'\Leftrightarrow 5x'-3y'-15=0\Rightarrow 5x'-3y'=15$ (2).

Thay (2) vào (1) được: $15+5a-1=0\Leftrightarrow a=-\dfrac{14}{5}$.

Kết luận tọa độ véc tơ cần tìm: $\vec{u}=\left(-\dfrac{14}{5};0\right)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $d: 2x+3y-6=0$, và đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+6y-3=0$. Hãy viết phương trình:

a) Đường tròn (C_1) là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}=(1;-2)$.

b) Đường tròn (C_2) là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;1)$, tỉ số $k=2$.

c) Đường thẳng d' là ảnh của d qua phép quay tâm O, góc quay 90^0.

LỜI GIẢI

Đường tròn (C) có tâm $J(2;-3)$ bán kính $R=\sqrt{2^2+(-3)^2+3}=4$

a) Gọi $I_1(x_1;y_1)=T_{\vec{v}}(J) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=x+a \\ y_1=y+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=2+1=3 \\ y_1=-3-2=-5 \end{cases} \Rightarrow I_1(3;-5)$.

Phương trình đường tròn $(C_1): (x-3)^2+(y+5)^2=16$.

b) Gọi $I_2=V_{(I;2)}(J)$ với $I_2(m;n)$. Ta có:

$$\overrightarrow{II_2}=2\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} m-x_I=2(x_J-x_I) \\ n-y_I=2(x_J-y_I) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2=2(2-2) \\ n-1=2(-3-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=-7 \end{cases} \Rightarrow I_2(2;-7)$$

(C_2) là đường tròn có tâm I_2 và bán kính $R_2=|k|R=8$. Do đó:

$(C_2): (x-2)^2+(y+7)^2=8^2$.

c) Vì $d'=Q_{(O;90^0)}(d) \Rightarrow d' \perp d$ nên d' có dạng: $3x-2y+m=0$.

Gọi $M(3;0)\in d$. Gọi M' là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay 90^0, vì $M\in Ox \Rightarrow M'\in Oy \Rightarrow M'(0;3)$.

Ngoài ra $M\in d \Rightarrow M'\in d' \Leftrightarrow 3.0-2.3+m=0 \Rightarrow m=6$.
Vậy phương trình $3x-2y+6=0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(3;2)$; $B(1;3)$, đường thẳng $d: 4x-5y-2=0$ và đường tròn $(C'): (x+2)^2+(y-4)^2=16$.

a) Tìm phương trình đường thẳng d', biết d' là ảnh của d qua phép đối xứng trục Oy.

b) Tìm phương trình đường tròn (C) sao cho (C’) là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến véc tơ $\vec{u}=(4;-2)$.

c) Tìm phép đối xứng tâm I biến trục Ox thành chính nó và biến đường thẳng AB thành đường thẳng qua O và song song với đường thẳng AB.

LỜI GIẢI

a). Gọi $M(x;y)\in d \Leftrightarrow 4x-5y-2=0$ (1).

Gọi $M'(x';y')=Đ_{Oy}(M)\Leftrightarrow \begin{cases} x'=-x \\ y'=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-x' \\ y=y' \end{cases}$.

Do đó $(1)\Leftrightarrow -4x'-5y'-2=0 \Leftrightarrow 4x'+5y'+2=0$

$\Leftrightarrow M'\in d': 4x'+5y'+2=0$

Vậy phương trình d’ cần tìm là $4x+5y+2=0$.

b) Đường tròn (C’) có tâm $I'(-2;4)$ bán kính $R'=4$.

Gọi $I'=T_{\vec{v}}(I)\Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'}=x_I+a \\ y_{I'}=y_I+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I=-2-4=-6 \\ y_I=4+2=6 \end{cases} \Rightarrow I(-6;6)$

Đường tròn (C) có tâm $I(-6;6)$ và bán kính $R=R'=4$.

Do đó $(C):(x+6)^2+(y-6)^2=16$.

c) Gọi $I(a;b)$.

Vì phép đối xứng tâm I biến trục Ox thành Ox $\Rightarrow I\in Ox \Rightarrow b=0$.

Đường thẳng AB qua $A(3;2)$ và có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(-2;1)$ nên có phương trình: $(x-3)+2(y-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-7=0$.

Gọi d’ là ảnh của đường thẳng $AB \Rightarrow d' \parallel AB$ nên d’ có dạng $x+2y+m=0$. Ngoài ra có $O(0;0)\in d' \Rightarrow$ d’ có phương trình $x+2y=0$.

Gọi $M(x;y)\in AB \Leftrightarrow x+2y-7=0$ (1).

Gọi $M'(x';y')=Đ_I(M)\Leftrightarrow \begin{cases} x'=2a-x \\ y'=2b-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=2a-x \\ y'=0-y \end{cases}$

Ngoài ra $M'(x';y')\in d' \Leftrightarrow x'+2y'=0 \Leftrightarrow 2a-x-2y=0 \Leftrightarrow x+2y=2a$ (2).

Thay (2) vào (1) được: $2a-7=0 \Leftrightarrow a=\frac{7}{2}$.

Kết luận $I\left(\frac{7}{2};0\right)$.

Câu 4: Cho đường thẳng $d:2x-3y+6=0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(2;-1)$, tỉ số vị tự $k=-2$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v}=(-1;1)$.

LỜI GIẢI

Gọi $M(x;y)\in d \Leftrightarrow 2x-3y+6=0$ (1).

Gọi $M'=V_{(I;-2)}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'}=-2\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x'-x_I=-2(x-x_I) \\ y'-y_I=-2(y-y_I) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{6-x'}{2} \\ y=\dfrac{-3-y'}{2} \end{cases}$

Do đó $(1) \Leftrightarrow 2\left(\frac{6-x'}{2}\right)-3\left(\frac{-3-y'}{2}\right)+6=0 \Leftrightarrow -2x'+3y'+27=0$.

$\Leftrightarrow M'\in d_1:-2x+3y+27=0$.

Vậy $d_1:-2x+3y+27=0$ là ảnh của d qua phép vị tự tâm I, tỉ số $k=-2$.

Gọi $N(x;y)\in d_1 \Leftrightarrow -2x+3y+27=0$ (II)

Gọi $N'(x';y')=T_{\vec{v}}(N) \Leftrightarrow \begin{cases} x=x'-a \\ y=y'-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=x'+1 \\ y=y'-1 \end{cases}$.

Do đó $(II) \Leftrightarrow -2(x'+1)+3(y'-1)+27=0 \Leftrightarrow -2x'+3y'+22=0$.

$\Leftrightarrow N'\in -2x'+3y'+22=0$.

Vậy phương trình d' cần tìm là $-2x+3y+22=0$.

Câu 5: Gọi F là phép biến hình có tính chất sau: Với mọi cặp điểm M, N và ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta luôn có $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$, trong đó k là số không đổi khác 0. Hãy chứng minh F là phép tịnh tiến hoặc phép vị tự.

LỜI GIẢI

- Với $k=1$: Ta có $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN} \Rightarrow \overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{NN'}$. Cố định M và M' thì $\overrightarrow{MM'}=\vec{a}$ không đổi. Khi đó F là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{a}$.

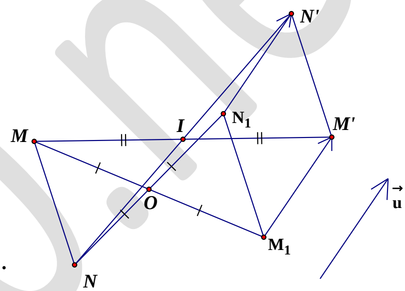
- Với $k \neq 1$: Chọn M, N cố định sao cho MM’ cắt NN’ tại I và $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$, suy ra F là phép vị tự tâm I, tỉ số k.

Câu 6: Cho vectơ $\vec{u}$ và điểm O. Với điểm M bất kì ta gọi M_1 là điểm đối xứng của M qua O và M’ là điểm sao cho $\overrightarrow{M_1M'} = \vec{u}$. Gọi F là phép biến hình biến M thành M’.

a). F là phép hợp thành của hai phép biến hình nào? F có phải là phép dời hình hay không?

b). Chứng tỏ F là phép đối xứng tâm.

LỜI GIẢI



a) Phép biến hình F biến M thành M’ nên F chính là hợp thành của phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$. Vì phép đối xứng tâm và phép tịnh tiến là các phép dời hình nên F là phép dời hình.

b) Cố định điểm M, gọi I là trung điểm của MM’. Với điểm N bất kì, N_1 là ảnh của N qua qua phép đối xứng $Đ_O$ và N’ là ảnh của N_1 qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$.

Ta có MN song song và bằng M’N’ nên I trung điểm của NN’, hay N’ đối xứng với N qua I. Vậy F là phép đối xứng tâm I.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A và đường cao AD. Gọi V là phép vị tự tâm D tỉ số $k = \frac{DA}{DB}$ và Q là phép quay tâm D góc quay $\varphi = (DB, DA)$, F là hợp thành của V và Q.

a). Phép F biến tam giác ABD thành tam giác nào?

b). Lấy hai điểm M và N lần lượt nằm trên hai cạnh BA và AC sao cho $\frac{BM}{MA} = \frac{AN}{NC}$

Chứng minh rằng DMN là tam giác vuông.

LỜI GIẢI

a) Chú ý rằng $\frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DA} = k$

Bởi vậy F biến tam giác ABD thành tam giác CAD.

b) Vì F biến đoạn thẳng BA thành AC và vì M, N lần lượt chia BA và AC theo cùng một tỉ số nên F biến M thành N, tức là góc (DM, DN) bằng góc quay φ . Vậy tam giác DMN vuông tại D.

Câu 8: Cho tam giác ABC vuông tại A và đường cao AD. Gọi c là phân giac của góc C, $Đ_c$ là phép đối xứng qua c, V là phép vị tâm C tỉ số $k = \frac{CA}{CB}$ và F là hợp thành của $Đ_c$ và V.

a) F biến tam giác ABC thành tam giác nào?

b) Lấy hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai đoạn thẳng AB và DA sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{DN}{NA}$. Chứng minh rằng c là phân giác của góc MCN.

LỜI GIẢI

a) Dễ thấy rằng $\frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA} = k$

Bởi vậy F biến A thành D và biến B thành A. Do đó F biến tam giác ABC thành tam giác DAC.

b) Vì F biến đoạn thẳng AB thành DA nên biến M thành N. Bởi vậy, phép $Đ_c$ biến CM thành CN, suy ra c là phân giác của góc MCN.