

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$

a) $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

b) $\begin{cases} \sin x = a. \text{ Điều kiện: } -1 \leq a \leq 1. \\ \sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$

c) $\sin u = -\sin v \Leftrightarrow \sin u = \sin(-v)$

d) $\sin u = \cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\sin u = -\cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(v - \frac{\pi}{2}\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

2. Phương trình $\cos x = \cos \alpha$

a) $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\begin{cases} \cos x = a. \text{ Điều kiện: } -1 \leq a \leq 1. \\ \cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$

c) $\cos u = -\cos v \Leftrightarrow \cos u = \cos(\pi - v)$

d) $\cos u = \sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\cos u = -\sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

3. Phương trình $\tan x = \tan \alpha$

a) $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) $\tan u = -\tan v \Leftrightarrow \tan u = \tan(-v)$

d) $\tan u = \cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\tan u = -\cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

4. Phương trình $\cot x = \cot \alpha$

$\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

5. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

Có dạng $at + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ với t là một hàm số lượng giác nào đó

Cách giải: $at + b = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{b}{a}$ đưa về phương trình lượng giác cơ bản

6. Một số điều cần chú ý:

a) Khi giải phương trình có chứa các hàm số tang, cotang, có mẫu số hoặc chứa căn bậc chẵn, thì nhất thiết phải đặt điều kiện để phương trình xác định.

* Phương trình chứa $\tan x$ thì điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

* Phương trình chứa $\cot x$ thì điều kiện: $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

* Phương trình chứa cả $\tan x$ và $\cot x$ thì điều kiện $x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

* Phương trình có mẫu số:

• $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

• $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

• $\tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

• $\cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

b) Khi tìm được nghiệm phải kiểm tra điều kiện. Ta thường dùng một trong các cách sau để kiểm tra điều kiện:

1. Kiểm tra trực tiếp bằng cách thay giá trị của x vào biểu thức điều kiện.
2. Dùng đường tròn lượng giác để biểu diễn nghiệm
3. Giải các phương trình vô định.

c) Sử dụng MTCT để thử lại các đáp án trắc nghiệm

- **HỌC SINH KHÔNG LỆ THUỘC VÀO VIỆC SỬ DỤNG MTCT ĐỂ THỬ LẠI CÁC ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM.**
- **HỌC SINH CẦN NẮM ĐƯỢC MẤU CHỐT CỦA VIỆC GIẢI TỰ LUẬN**
- **CÁC CÂU HỎI HẠN CHẾ MTCT CHẴNG HẠN:**
 - + **SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH TRÊN MỘT ĐOẠN HAY KHOẢNG**
 - + **SỐ ĐIỂM BIỂU DIỄN TRÊN ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC.**
 - + **TỔNG CỦA CÁC NGHIỆM TRÊN MỘT ĐOẠN HAY KHOẢNG**
 - + **TỔNG, HIỆU, TÍCH... CỦA CÁC NGHIỆM DƯƠNG HOẶC ÂM NHỎ NHẤT (LỚN NHẤT)...**

PHẦN I: B- BÀI TẬP

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k\pi \\ x = \pi - y + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- B. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = \pi - y + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = -y + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- D. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k\pi \\ x = -y + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 2: Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$
- B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$
- C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$
- D. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

Câu 3: Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

- A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- B. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- C. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi.$
- B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$
- C. $x = k\pi.$
- D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi.$

Câu 5: Phương trình $\sin x = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$
- B. $x = k\pi.$
- C. $x = k2\pi.$
- D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

Câu 6: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

- A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$
- B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$
- C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi.$
- D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Câu 7: Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ (với $k \in \mathbb{Z}$) có nghiệm là

- A. $x = k\pi.$
- B. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2}.$
- C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$
- D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}.$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 9: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ là :

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 10: Nghiệm phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin(x+10^\circ) = -1$ là

A. $x = -100^\circ + k360^\circ$. B. $x = -80^\circ + k180^\circ$.
C. $x = 100^\circ + k360^\circ$. D. $x = -100^\circ + k180^\circ$.

Câu 12: Phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = -\frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = -\frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $(0; 3\pi)$ là

A. 1. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 14: Nghiệm phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = k2\pi$.

Câu 15: Phương trình: $1 + \sin 2x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 16: Số nghiệm của phương trình: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$.

B. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi$.

D. $x = \pi + k2\pi; x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 18: Phương trình $\sqrt{3} + 2\sin x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 19: Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \sin x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k = k2\pi$.

Câu 20: Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa $0 < x < \pi$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 3\pi$ là:

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = \pi + k2\pi; x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{-29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = -\frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 24: Phương trình $2\sin(2x - 40^\circ) = \sqrt{3}$ có số nghiệm thuộc $(-180^\circ; 180^\circ)$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Câu 25: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình sau $\sin\left[\frac{\pi}{4}\left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80}\right)\right] = 0$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = 1$ là:

- A. $x = k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $x = \pi + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 27: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x = m$ có nghiệm:

- A. $m \leq 1$. B. $m \geq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m \leq -1$.

Câu 28: Phương trình $2\sin x - m = 0$ vô nghiệm khi m là

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $m < -1$. C. $m > 1$. D. $m < -2$ hoặc $m > 2$.

Câu 29: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là:

- A. $x = k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 30: Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng

- A. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.
C. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 31: Phương trình: $\cos 2x = 1$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 32: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

- A. $x = \pi + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = \pi + k2\pi$. D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$.

Câu 33: Nghiệm phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 34: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.
C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 35: Phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$. B. $x = \pi + k\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = k2\pi$.

Câu 36: Nghiệm phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = k2\pi$.

Câu 37: Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 38: Nghiệm phương trình: $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ là:

- A. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 41: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ với $0 \leq x \leq 2\pi$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 42: Phương trình $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 43: Giải phương trình lượng giác: $2\cos 2x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{12} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 44: Giải phương trình lượng giác: $2\cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k4\pi$. B. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi$. C. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 45: Giải phương trình $\cos x = \cos \frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \pm \arccos \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 46: Nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = \cos \sqrt{2}$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

A. $x = \pm \sqrt{2} + k\pi$. B. $x = 3\sqrt{2} + k6\pi$.
 C. $x = \pm \sqrt{2} + k4\pi$. D. $x = \pm 3\sqrt{2} + k6\pi$.

Câu 47: Nghiệm của phương trình $\cos 3x = \cos x$ là:

A. $x = k2\pi$. B. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
 C. $x = k \frac{\pi}{2}$. D. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 48: Phương trình $2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{6} = 0$ có các nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 49: Phương trình $\cos 4x = \cos \frac{\pi}{5}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{5} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{20} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k \frac{\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{5} + k \frac{\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + k \frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{20} + k \frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 50: Giải phương trình lượng giác $2 \cos \left(\frac{x}{2} \right) + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 51: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ với $0 \leq x \leq 2\pi$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 52: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ thuộc khoảng $(\pi, 8\pi)$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 53: Nghiệm của phương trình $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{2} = 0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A. $\left\{-\frac{\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}\right\}$. B. $\left\{\frac{7\pi}{12}\right\}$. C. $\left\{\frac{\pi}{12}\right\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\right\}$.

Câu 54: Phương trình $2 \cos^2 x = 1$ có nghiệm là

- A. $x = k\frac{\pi}{4}$. B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = k\frac{\pi}{2}$. D. vô nghiệm.

Câu 55: Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ trên $(-\pi; \pi)$

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{7\pi}{3}$

Câu 56: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình: $\cos \pi(3 - \sqrt{3 + 2x - x^2}) = -1$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 57: Giải phương trình $\cos^2 2x = \frac{1}{4}$.

- A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm\frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 58: Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là:

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $m > 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m < -1$.

Câu 59: Cho phương trình: $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm:

- A. $m < 1 - \sqrt{3}$. B. $m > 1 + \sqrt{3}$.
C. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$.

Câu 60: Phương trình $m \cos x + 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa điều kiện

- A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq -1$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq -1 \end{cases}$

Câu 61: Phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi m là

- A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq -2$. D. $-2 \leq m \leq 0$.

Câu 62: Cho $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm của phương trình nào sau đây:

- A. $\sin x = 1$. B. $\sin x = 0$. C. $\cos 2x = 0$. D. $\cos 2x = -1$.

Câu 63: Cho phương trình: $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm

- A. $m < 1 - \sqrt{3}$. B. $m > 1 + \sqrt{3}$.
C. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$.

Câu 64: Cho phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm?

- A. Không tồn tại m . B. $m \in [-1; 3]$.
C. $m \in [-3; -1]$. D. mọi giá trị của m .

Câu 65: Để phương trình $\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = m$ có nghiệm, ta chọn

- A. $m \leq 1$. B. $0 \leq m \leq 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m \geq 0$.

Câu 66: Cho biết $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2 \cos x - 1 = 0$. B. $2 \cos x + 1 = 0$. C. $2 \sin x + 1 = 0$. D. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$.

Câu 67: Cho biết $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$. B. $2 \cos x - 1 = 0$. C. $2 \sin x + 1 = 0$. D. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$.

Câu 68: Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $x = k\pi; x = k\frac{\pi}{2}$.

Câu 69: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 70: Nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ theo thứ tự là:

- A. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{\pi}{2}$. B. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{2\pi}{9}$.
C. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{\pi}{6}$. D. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 71: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ trên $[0; \pi]$

- A. $\frac{7\pi}{18}$ B. $\frac{4\pi}{18}$ C. $\frac{47\pi}{8}$ D. $\frac{47\pi}{18}$

Câu 72: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Khi đó

- A. $290^\circ \in X$. B. $250^\circ \in X$. C. $220^\circ \in X$. D. $240^\circ \in X$.

Câu 73: Trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình $\cos 2x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6} \right\}$. B. $\left\{ -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$. C. $\left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$. D. $\left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$.

Câu 74: Số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ trong đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 75: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = k\frac{\pi}{2}$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 76: Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ là

- A. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $-\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 77: Nghiệm phương trình: $1 + \tan x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 78: Họ nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{5}\right) + \sqrt{3} = 0$ là

- A. $\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. C. $-\frac{8\pi}{15} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{8\pi}{15} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 79: Phương trình $\tan x = \tan \frac{x}{2}$ có họ nghiệm là

- A. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 80: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 81: Phương trình $\sqrt{3} + \tan x = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 82: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 83: Phương trình $\tan \frac{x}{2} = \tan x$ có nghiệm là

- A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 84: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

A. $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{9}$. B. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}$. C. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{9}$. D. $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}$.

Câu 85: Nghiệm của phương trình $\tan x = 4$ là

A. $x = \arctan 4 + k\pi$. B. $x = \arctan 4 + k2\pi$.
C. $x = 4 + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 86: Họ nghiệm của phương trình $\tan 2x - \tan x = 0$ là:

A. $\frac{-\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 87: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x - 3 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 88: Giải phương trình $\sqrt{3} \tan\left(3x + \frac{3\pi}{5}\right) = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 89: Nghiệm của phương trình $3 \tan \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$ trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$ là

A. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$. B. $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{2\pi}{3}\right\}$.

Câu 90: Phương trình $\tan(2x + 12^\circ) = 0$ có nghiệm là

A. $x = -6^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -6^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -6^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -12^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 91: Nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$, với $-90^\circ < x < 90^\circ$ là

A. $x = -30^\circ$ B. $x = -60^\circ$
C. $x = 30^\circ$ D. $x = -60^\circ, x = 30^\circ$

Câu 92: Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 93: Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. vô nghiệm. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 94: Nghiệm phương trình $1 + \cot x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 95: Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 96: Phương trình lượng giác: $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. Vô nghiệm.

Câu 97: Phương trình lượng giác: $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}$ B. $x = \arccot \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 98: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Câu 99: Giải phương trình $\sqrt{3} \cot(5x - \frac{\pi}{8}) = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. D.

$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 100: Nghiệm của phương trình $\cot(\frac{x}{4} + 10^0) = -\sqrt{3}$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

- A. $x = -200^0 + k360^0$. B. $x = -200^0 + k720^0$.
C. $x = -20^0 + k360^0$. D. $x = -160^0 + k720^0$.

Câu 101: Giải phương trình $\tan x = \cot x$

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 102: Phương trình $\tan x \cdot \cot x = 1$ có tập nghiệm là

- A. $T = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $T = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $T = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $T = \mathbb{R}$.

Câu 103: Giải phương trình $\tan 3x \tan x = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. D.

$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 104: Nghiệm của phương trình $\tan 3x \cdot \cot 2x = 1$ là

- A. $k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. Vô nghiệm.

Câu 105: Nghiệm của phương trình $\tan 4x \cdot \cot 2x = 1$ là

- A. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. Vô nghiệm.

Câu 106: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

A. $\tan x = 3$.

B. $\cot x = 1$.

C. $\cos x = 0$.

D. $\sin x = \frac{4}{3}$.

Câu 107: Phương trình: $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

hoc360.net

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Phương trình $(\sin x + 1)(\sin x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 2: Phương trình $\sin 2x.(2 \sin x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2.\sin x.\cos x = 1$ là:

- A. $x = k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = k\frac{\pi}{2}$. D. $x = k\pi$.

Câu 4: Giải phương trình $4\sin x \cos x \cos 2x + 1 = 0$

- A. $x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Giải phương trình $\cos x(2 \cos x + \sqrt{3}) = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x = 0$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 7: Phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x - \cos^2 x - 1 = 0$.

- A. $\cos 2x = 1$. B. $\cos 2x = -1$. C. $2 \cos^2 x - 1 = 0$. D.

$(\sin x - \cos x)^2 = 1$.

Câu 8: Phương trình $3 - 4 \cos^2 x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\cos 2x = \frac{1}{2}$. B. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin x.(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$ là :

A.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 10: Phương trình $(\sin x + 1)(2 \cos 2x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0$ là:

A. $x = k\pi.$

B. $x = k \frac{\pi}{2}.$

C. $x = k \frac{\pi}{8}.$

D. $x = k \frac{\pi}{4}.$

Câu 12: Cho phương trình $\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x$ (1)

Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình (1)

A. $\sin 5x = 0.$

B. $\cos 4x = 0.$

C. $\sin 4x = 0.$

D. $\cos 3x = 0.$

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 14: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2} \cdot \cos x - 1} = 0$ là

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}.$$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 15: Giải phương trình $4(\sin^6 x + \cos^6 x) + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 16: Tìm số nghiệm $x \in [0; 14]$ nghiệm đúng phương trình : $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 17: Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1.$

A. Vô nghiệm.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 18: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14}; \frac{69\pi}{10}\right)$ của phương trình $2\sin 3x \cdot (1 - 4\sin^2 x) = 1$ là:

- A. 40. B. 32. C. 41. D. 46.

Câu 19: Phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình:

- A. $\cot x = \sqrt{3}$. B. $\cot 3x = \sqrt{3}$. C. $\tan x = \sqrt{3}$. D. $\tan 3x = \sqrt{3}$.

Câu 20: Giải phương trình : $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 21: Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0$

- A. $k\pi$. B. $k\frac{\pi}{2}$. C. $k\frac{\pi}{4}$. D. $k\frac{\pi}{8}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x \cos 5x = \frac{1}{2} \cos 6x$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$. B. $x = \frac{k\pi}{2}$. C. $x = \frac{k\pi}{4}$. D. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$.

Câu 23: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

- A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$. B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \pm\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 24: Phương trình $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$ có các nghiệm là;

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = 3\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.

Câu 25: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x = \frac{3}{8}$ là:

- A. $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$. C. $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$. D. $\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}$.

Câu 26: Các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình: $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$ là:

- A. $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{6}, \dots$. B. $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$.

Câu 27: Phương trình $2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{1 + 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x}$ có nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{18} + k\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \end{cases}$.

Câu 28: Phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos 2x} + \frac{\cos 3x}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 3x}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 29: Phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x + \sin^3 x \cdot \cot x + \cos^3 x \cdot \tan x = \sqrt{2\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 30: Phương trình $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}(\tan x + \cot x)$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. D. Vô nghiệm.

Câu 31: Cho phương trình $\cos 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos 3x = \sin 2x \sin x - \sin 3x \cos x$ và các họ số thực:

I. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. II. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

III. $x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$. IV. $x = \frac{\pi}{7} + k\frac{4\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng: Nghiệm của phương trình là

A. I, II. B. I, III. C. II, III. D. II, IV.

Câu 32: Cho phương trình $\cos^2(x - 30^\circ) - \sin^2(x - 30^\circ) = \sin(x + 60^\circ)$ và các tập hợp số thực:

I. $x = 30^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$. II. $x = 60^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

III. $x = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. IV. $x = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng về nghiệm của phương trình

A. Chỉ I. B. Chỉ II. C. I, III. D. I, IV.

Câu 33: Phương trình $\sin^4 x - \sin^4\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\cos x$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{3\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 35: Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x(1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1$.

A. Vô nghiệm. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 36: Trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình $\sin 2x + \sin x = 0$ có số nghiệm là:

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 37: Để phương trình $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = m$ có nghiệm, tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

- A. $-1 \leq m < -\frac{1}{4}$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$.

Câu 38: Để phương trình: $4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = a^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$ có nghiệm, tham số a phải thỏa điều kiện:

- A. $-1 \leq a \leq 1$. B. $-2 \leq a \leq 2$. C. $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. D. $-3 \leq a \leq 3$.

Câu 39: Để phương trình $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

- A. $\begin{cases} |a| > 1 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} |a| > 2 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$ C. $\begin{cases} |a| > 3 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} |a| > 4 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$

PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k\pi \\ x = \pi - y + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = \pi - y + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = -y + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k\pi \\ x = -y + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Áp dụng công thức nghiệm $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = \pi - y + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 2: Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 3: Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đáp án đúng là A, các đáp án còn lại sai vì thiếu họ nghiệm hoặc sai họ nghiệm.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

C. $x = k\pi.$

D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 5: Phương trình $\sin x = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 6: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

- A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.
 C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$. D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7: Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ (với $k \in \mathbb{Z}$) có nghiệm là

- A. $x = k\pi$. B. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2}$.
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 9: Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ là :

- A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{6}$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$

Trường hợp 1: $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. Do $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ nên $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{6}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k = 0$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$.

Trường hợp 2: $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. Do $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ nên $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq -\frac{1}{6}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta không chọn được giá trị k thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$.

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 10: Nghiệm phương trình là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin(x+10^\circ) = -1$ là

A. $x = -100^\circ + k360^\circ$.

B. $x = -80^\circ + k180^\circ$.

C. $x = 100^\circ + k360^\circ$.

D. $x = -100^\circ + k180^\circ$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\sin(x+10^\circ) = -1 \Leftrightarrow \sin(x+10^\circ) = \sin(-90^\circ)$

$$\Leftrightarrow x+10^\circ = -90^\circ + k360^\circ \Leftrightarrow x = -100^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 12: Phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = -\frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = -\frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+\pi}{5} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x+\pi}{5} = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $(0; 3\pi)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

☞ Cách 1: Dựa vào đường tròn lượng giác ta có số nghiệm của phương trình là 6.

☞ Cách 2: Giải lần lượt:

$$0 < \frac{\pi}{6} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{17}{6} \Rightarrow k = 0, 1, 2.$$

$$0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < k < \frac{8}{3} \Rightarrow k = 0, 1, 2.$$

Mỗi họ nghiệm có 3 nghiệm thuộc $(0; 3\pi)$ nên PT có 6 nghiệm thuộc $(0; 3\pi)$.

Câu 14: Nghiệm phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

C. $x = k\pi.$

D. $x = k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Từ } \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = k2\pi.$$

Câu 15: Phương trình: $1 + \sin 2x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Từ } 1 + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Câu 16: Số nghiệm của phương trình: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } \pi \leq x \leq 5\pi \Rightarrow \pi \leq \frac{\pi}{4} + k2\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq k \leq \frac{19}{8} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm trong $[\pi; 5\pi]$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}.$

B. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

C. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi.$

D. $x = \pi + k2\pi; x = k\frac{\pi}{2}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 18: Phương trình $\sqrt{3} + 2\sin x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sqrt{3} + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 19: Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \sin x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

B. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$

C. $x = k2\pi.$

D.

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k = k2\pi.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ 2x = \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 20: Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa $0 < x < \pi$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$

Trường hợp 1: $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \pi$ nên $0 < -\frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{13}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k=1$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{11\pi}{12}$.

Trường hợp 2: $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$. Do $0 < x < \pi$ nên $0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{7}{12} < k < \frac{5}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k=0$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{7\pi}{12}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 3\pi$ là :

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{R}).$$

Do $\pi \leq x \leq 3\pi$ nên $\pi \leq \frac{\pi}{4} + k2\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow \frac{3}{8} \leq k \leq \frac{11}{8}$.

Vì $k \in \mathbb{R}$ nên ta chọn được $k=1$ thỏa mãn. Do đó, ta được nghiệm $x = \frac{9\pi}{4}$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất $x = \frac{9\pi}{4}$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

A. $x = k\pi$; $x = \pi + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x = k2\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $x = \pi + k2\pi$; $x = k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 4x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{-29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = -\frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = -\frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có

$$\sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(\frac{x+\pi}{5}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+\pi}{5} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x+\pi}{5} = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-11\pi}{6} + k10\pi \\ x = \frac{29\pi}{6} + k10\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 24: Phương trình $2\sin(2x - 40^\circ) = \sqrt{3}$ có số nghiệm thuộc $(-180^\circ; 180^\circ)$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $2\sin(2x - 40^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin(2x - 40^\circ) = \sin 60^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 40^\circ = 60^\circ + k360^\circ \\ 2x - 40^\circ = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 100^\circ + k360^\circ \\ 2x = 160^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50^\circ + k180^\circ \\ x = 80^\circ + k180^\circ \end{cases}$$

Với $k = 0$ thì $x = 50^\circ, x = 80^\circ$

Với $k = -1$ thì $x = -130^\circ, x = -100^\circ$.

Vậy có 4 nghiệm thuộc $(-180^\circ; 180^\circ)$ là 4

Câu 25: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình sau $\sin\left[\frac{\pi}{4}\left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80}\right)\right] = 0$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $9x^2 - 16x - 80 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Phương trình $\Leftrightarrow \frac{\pi}{4} \left(3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} \right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow 3x - \sqrt{9x^2 - 16x - 80} = 4k \Leftrightarrow \sqrt{9x^2 - 16x - 80} = 3x - 4k$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{4k}{3} \\ 9x^2 - 16x - 80 = (3x - 4k)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{4k}{3} \\ x = \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq \frac{4k}{3} \\ x = \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq 4 \\ \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq \frac{4k}{3} \\ x = \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-6k^2 + 8k + 30}{3k - 2} \geq 0 \\ \frac{2k^2 - 12k + 18}{3k - 2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < k \leq 3$$

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1, 2, 3$.

$$* k = 1 \Rightarrow \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} = 12 \in \mathbb{Z}$$

$$* k = 2 \Rightarrow \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} = \frac{9}{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$* k = 3 \Rightarrow \frac{2k^2 + 10}{3k - 2} = 4 \notin \mathbb{Z}$$

Kết hợp điều kiện, ta có $x = 4, x = 12$ là những giá trị cần tìm.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = 1$ là:

- A. $x = k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. C. $x = \pi + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Câu 27: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x = m$ có nghiệm:

- A. $m \leq 1$. B. $m \geq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m \leq -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta luôn có $-1 \leq \sin x \leq 1$

Do đó, phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 28: Phương trình $2\sin x - m = 0$ vô nghiệm khi m là

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $m < -1$. C. $m > 1$. D. $m < -2$ hoặc $m > 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $2\sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2}$ (*).

Phương trình (*) vô nghiệm khi và chỉ khi $\left| \frac{m}{2} \right| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

Câu 29: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là:

- A. $x = k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng

- A. $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.
 C. $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **A sai**.

$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **B đúng**.

$\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **C sai**.

$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ nên **D sai**.

Câu 31: Phương trình: $\cos 2x = 1$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Từ $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi$

Câu 32: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

- A. $x = \pi + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = \pi + k2\pi$. D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33: Nghiệm phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 34: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $2\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi.$

Câu 35: Phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}.$

B. $x = \pi + k\pi.$

C. $x = k\pi.$

D. $x = k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 36: Nghiệm phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

C. $x = k\pi.$

D. $x = k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 37: Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 38: Nghiệm phương trình: $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Từ $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ là:

A. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 41: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ với $0 \leq x \leq 2\pi$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \quad (1) \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \quad (2) \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$0 \leq x \leq 2\pi$ nên từ (1) ta được $0 \leq -\frac{\pi}{12} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{24} \leq k \leq \frac{25}{24}$, chọn $k = 1$.

Tương tự từ (2) ta được $0 \leq -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24} \leq k \leq \frac{31}{24}$, chọn $k = 1$.

Do các nghiệm của họ (1) và họ (2) không trùng nhau nên phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 42: Phương trình $2 \cos x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } 2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 43: Giải phương trình lượng giác: $2 \cos 2x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{12} + k2\pi$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$2 \cos 2x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 44: Giải phương trình lượng giác: $2 \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k4\pi$.

B. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi$.

C. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

D. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$2 \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = \cos \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu 45: Giải phương trình

A. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \arccos \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\cos x = \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 46: Nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = \cos \sqrt{2}$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

A. $x = \pm \sqrt{2} + k\pi$.

B. $x = 3\sqrt{2} + k6\pi$.

C. $x = \pm \sqrt{2} + k4\pi$.

D. $x = \pm 3\sqrt{2} + k6\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\cos \frac{x}{3} = \cos \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \sqrt{2} + k2\pi \\ \frac{x}{3} = -\sqrt{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\sqrt{2} + k6\pi \\ x = -3\sqrt{2} + k6\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 47: Nghiệm của phương trình $\cos 3x = \cos x$ là:

A. $x = k2\pi$.

B. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = k \frac{\pi}{2}$.

D. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\cos 3x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = k2\pi \\ 4x = k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 48: Phương trình $2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{6} = 0$ có các nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{5\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$2\sqrt{2} \cos x + \sqrt{6} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 49: Phương trình $\cos 4x = \cos \frac{\pi}{5}$ có nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{5} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{20} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\cos 4x = \cos \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{5} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 50: Giải phương trình lượng giác $2\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $2\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x}{2} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} + k4\pi \\ x = -\frac{5\pi}{3} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}).$$

Câu 51: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ với $0 \leq x \leq 2\pi$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Xét $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$: Vì $0 \leq x \leq 2\pi$ nên $x = \frac{23\pi}{12}$

Xét $x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi$: Vì $0 \leq x \leq 2\pi$ nên $x = \frac{17\pi}{12}$

Vậy tập nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện là

$$S = \left\{ \frac{23\pi}{12}; \frac{17\pi}{12} \right\} \Rightarrow \text{Có 2 nghiệm.}$$

Câu 52: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ thuộc khoảng $(\pi, 8\pi)$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } x \in (\pi, 8\pi) \text{ nên } \pi < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 8\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{15}{4}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1; 2; 3 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{13\pi}{2}.$$

Câu 53: Nghiệm của phương trình $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{2} = 0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left\{ \frac{-\pi}{12}; \frac{-7\pi}{12} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{7\pi}{12} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{12} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 54: Phương trình $2 \cos^2 x = 1$ có nghiệm là

A. $x = k \frac{\pi}{4}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = k \frac{\pi}{2}$.

D. vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 55: Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $2 \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ trên $(-\pi; \pi)$

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{7\pi}{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Vì $x \in (-\pi; \pi)$ nên:

* Với $x = k2\pi$ ta chỉ chọn được $k = 0 \Rightarrow x = 0$.

* Với $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ta chỉ chọn được $k = 0 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 56: Tìm số nghiệm nguyên dương của phương trình: $\cos \pi(3 - \sqrt{3 + 2x - x^2}) = -1$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \pi(3 - \sqrt{3 + 2x - x^2}) = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2 - 2k = \sqrt{3 + 2x - x^2}$$

Ta có: $0 \leq \sqrt{4 - (1-x)^2} \leq 2$ và $2 - 2k$ là số chẵn nên ta có các nghiệm là: $x = -1, x = 3, x = 1$.

Câu 57: Giải phương trình $\cos^2 2x = \frac{1}{4}$.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } \cos^2 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 58: Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là:

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $m > 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m < -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta luôn có $-1 \leq \cos x \leq 1$

Do đó, phương trình $\cos x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 59: Cho phương trình: $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm:

- A. $m < 1 - \sqrt{3}$. B. $m > 1 + \sqrt{3}$.
C. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos x = \frac{1-m}{\sqrt{3}}$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq \frac{1-m}{\sqrt{3}} \leq 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$.

Câu 60: Phương trình $m \cos x + 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa điều kiện

- A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq -1$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq -1 \end{cases}$

Câu 61: Phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi m là

- A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $m \leq 0$. C. $m \geq -2$. D. $-2 \leq m \leq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Áp dụng điều kiện nghiệm của phương trình $\cos x = a$.

☞ PT có nghiệm khi $|a| \leq 1$.

☞ PT có nghiệm khi $|a| > 1$.

Ta có phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm khi $|m + 1| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Câu 62: Cho $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm của phương trình nào sau đây:

- A. $\sin x = 1$. B. $\sin x = 0$. C. $\cos 2x = 0$. D. $\cos 2x = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Thay giá trị $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ vào từng phương trình ở các phương án để thử lại.

Ta có: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } k \text{ chẵn} \\ -1 & \text{nếu } k \text{ lẻ} \end{cases}$ nên các phương án A và B sai.

$\cos(2x) = \cos 2\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = \cos(\pi + k2\pi) = -1$ nên C sai, D đúng.

Câu 63: Cho phương trình: $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm

A. $m < 1 - \sqrt{3}$.

B. $m > 1 + \sqrt{3}$.

C. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$.

D. $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\sqrt{3} \cos x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1-m}{\sqrt{3}}$.

PT có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq \frac{1-m}{\sqrt{3}} \leq 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$.

Câu 64: Cho phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm?

A. Không tồn tại m .

B. $m \in [-1; 3]$.

C. $m \in [-3; -1]$.

D. mọi giá trị của m .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = m + 2$.

$-1 \leq \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm khi $-1 \leq m + 2 \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$.

Câu 65: Để phương trình $\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = m$ có nghiệm, ta chọn

A. $m \leq 1$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $m \geq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$0 \leq \cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 0 \leq m \leq 1$.

Câu 66: Cho biết $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $2 \cos x - 1 = 0$.

B. $2 \cos x + 1 = 0$.

C. $2 \sin x + 1 = 0$.

D. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.. Loại A.

$2 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.. Chọn B.

Câu 67: Cho biết $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$. B. $2\cos x - 1 = 0$. C. $2\sin x + 1 = 0$. D. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$2\cos 2x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}). \text{Loại A.}$$

$$2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}). \text{Chọn B.}$$

Câu 68: Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $x = k\pi; x = k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 69: Nghiệm của phương trình $\cos x + \sin x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\cos x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 70: Nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ của phương trình $\sin 4x + \cos 5x = 0$ theo thứ tự là:

A. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{\pi}{2}$. B. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{2\pi}{9}$.

C. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{\pi}{6}$. D. $x = -\frac{\pi}{18}; x = \frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + 4x + k2\pi \\ 5x = -\frac{\pi}{2} - 4x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Với nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ta có nghiệm âm lớn nhất và nhỏ nhất là $-\frac{3\pi}{2}$ và $\frac{\pi}{2}$

Với nghiệm $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9}$ ta có nghiệm âm lớn nhất và nhỏ nhất là $-\frac{\pi}{18}$ và $\frac{\pi}{6}$

Vậy hai nghiệm theo yêu cầu đề bài là $-\frac{\pi}{18}$ và $\frac{\pi}{6}$

Câu 71: Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sin(5x + \frac{\pi}{3}) = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ trên $[0; \pi]$

- A. $\frac{7\pi}{18}$ B. $\frac{4\pi}{18}$ C. $\frac{47\pi}{8}$ D. $\frac{47\pi}{18}$

Hướng dẫn giải:

Phương trình $\Leftrightarrow \sin(5x + \frac{\pi}{3}) = \sin(\frac{5\pi}{6} - 2x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} - 2x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

• Với $x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \leq \pi$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{14} \leq k\frac{2\pi}{7} \leq \frac{13\pi}{14} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{13}{4}. \text{ Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

Suy ra các nghiệm: $x = \frac{\pi}{14}, x = \frac{5\pi}{14}, x = \frac{9\pi}{14}, x = \frac{13\pi}{14}$

• Với $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \leq \pi$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{18} \leq k\frac{2\pi}{3} \leq \frac{19\pi}{18} \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k \leq \frac{19}{12}. \text{ Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$$

Suy ra các nghiệm: $x = \frac{11\pi}{18}$.

Vậy tổng các nghiệm là: $\frac{47\pi}{18}$.

Câu 72: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Khi đó

- A. $290^\circ \in X$. B. $250^\circ \in X$. C. $220^\circ \in X$. D. $240^\circ \in X$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \cos(90^\circ - x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + 15^\circ = 90^\circ - x + k360^\circ \\ \frac{x}{2} + 15^\circ = -90^\circ + x + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50^\circ + k240^\circ \\ x = 210^\circ - k720^\circ \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

Vậy $290^\circ \in X$.

Câu 73: Trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình $\cos 2x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right\}$. B. $\left\{\frac{-\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$. C. $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\cos 2x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\sin x \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = -x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } x \in [0; 2\pi) \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}.$$

Câu 74: Số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ trong đoạn $[-\pi; \pi]$ là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có } \sin x = \cos x \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Do } x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow -\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{phương trình có 2 nghiệm trong đoạn } [-\pi; \pi].$$

Câu 75: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $x = k\frac{\pi}{2}$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\sin x \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 76: Các họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ là

- A. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\sin 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 77: Nghiệm phương trình: $1 + \tan x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Từ $1 + \tan x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 78: Họ nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{5}\right) + \sqrt{3} = 0$ là

- A. $\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $-\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. C. $-\frac{8\pi}{15} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{8\pi}{15} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\tan\left(x + \frac{\pi}{5}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{5} = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{8\pi}{15} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 79: Phương trình $\tan x = \tan \frac{x}{2}$ có họ nghiệm là

- A. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện $\frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có $\tan x = \tan \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = \frac{x}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 80: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\sqrt{3} + 3 \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 81: Phương trình $\sqrt{3} + \tan x = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\sqrt{3} + \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 82: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 83: Phương trình $\tan \frac{x}{2} = \tan x$ có nghiệm là

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. Cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\cos \frac{x}{2} \neq 0, \cos x \neq 0$

$$\tan \frac{x}{2} = \tan x \Leftrightarrow \frac{x}{2} = x + k\pi \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 84: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

A. $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{9}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{9}.$

D. $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan 3x = \sqrt{3} \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 85: Nghiệm của phương trình $\tan x = 4$ là

A. $x = \arctan 4 + k\pi.$

B. $x = \arctan 4 + k2\pi.$

C. $x = 4 + k\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng công thức nghiệm tổng quát của phương trình $\tan x = \alpha \Leftrightarrow x = \arctan \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 86: Họ nghiệm của phương trình $\tan 2x - \tan x = 0$ là:

A. $\frac{-\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Phương trình $\tan 2x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = \tan x \Leftrightarrow 2x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 87: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x - 3 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sqrt{3} \cdot \tan x - 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\sqrt{3} \tan \left(3x + \frac{3\pi}{5} \right) = 0$$

Câu 88: Giải phương trình

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \tan \left(3x + \frac{3\pi}{5} \right) = 0 \Leftrightarrow \tan \left(3x + \frac{3\pi}{5} \right) = 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{3\pi}{5} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 89: Nghiệm của phương trình $3 \tan \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$ trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$ là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right\}$. B. $\left\{ \frac{3\pi}{2} \right\}$. C. $\left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}$. D. $\left\{ \frac{2\pi}{3} \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$3 \tan \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mà } x \in [0; 2\pi) \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 90: Phương trình $\tan(2x + 12^\circ) = 0$ có nghiệm là

- A. $x = -6^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -6^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -6^\circ + k360^\circ, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -12^\circ + k90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\tan(2x + 12^\circ) = 0 \Leftrightarrow 2x + 12^\circ = k \cdot 180^\circ \Leftrightarrow x = -6^\circ + k \cdot 90^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 91: Nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$, với $-90^\circ < x < 90^\circ$ là

- A. $x = -30^\circ$ B. $x = -60^\circ$
C. $x = 30^\circ$ D. $x = -60^\circ, x = 30^\circ$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow 2x - 15^\circ = 45^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow 2x = 60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Xét $x = 30^\circ + k90^\circ$: Vì $-90^\circ < x < 90^\circ$ nên $x = 30^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Câu 92: Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \tan x = \tan \frac{3\pi}{11} \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{11} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{11} + k\pi < 2\pi \Leftrightarrow -0,027 < k < 1,72 \stackrel{k \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} k = 0; 1.$$

Câu 93: Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi.$

C. vô nghiệm.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \tan^2 x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 94: Nghiệm phương trình $1 + \cot x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } 1 + \cot x = 0 \Leftrightarrow \cot x = -1 \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{R}).$$

Câu 95: Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \cot x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 96: Phương trình lượng giác: $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$3 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 97: Phương trình lượng giác: $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}$ B. $x = \arccot \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi.$ C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$2 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \arccot \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 98: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi.$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$ C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi.$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 99: Giải phương trình $\sqrt{3} \cot\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0.$

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$ B. $x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}.$ C. $x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}.$ D.

$$x = \frac{\pi}{8} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \cot\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow \cot\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 100: Nghiệm của phương trình $\cot\left(\frac{x}{4} + 10^0\right) = -\sqrt{3}$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

A. $x = -200^0 + k360^0.$ B. $x = -200^0 + k720^0.$
C. $x = -20^0 + k360^0.$ D. $x = -160^0 + k720^0.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\cot\left(\frac{x}{4} + 10^0\right) = -\sqrt{3} = \cot(-30^0) \Leftrightarrow \frac{x}{4} = -40^0 + k180^0 \Leftrightarrow x = -160^0 + k720^0 (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 101: Giải phương trình $\tan x = \cot x$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}.$ B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 102: Phương trình $\tan x \cdot \cot x = 1$ có tập nghiệm là

A. $T = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $T = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $T = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k\pi; k \in \mathbb{Z} \}$.

D. $T = \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Ta có: $\tan x \cdot \cot x = 1$ luôn đúng \Rightarrow tập nghiệm của phương trình cũng chính là tập các giá trị của x để phương trình có nghĩa.

Câu 103: Giải phương trình $\tan 3x \tan x = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8}; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$. D.

$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Điều kiện $\begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. (*)$

Ta có

$\tan 3x \cdot \tan x = 1 \Leftrightarrow \tan 3x = \frac{1}{\tan x} = \cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.

So với điều kiện (*) ta được $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 104: Nghiệm của phương trình $\tan 3x \cdot \cot 2x = 1$ là

A. $k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $-\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}. \\ x \neq \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } \tan 3x \cdot \cot 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 3x = \frac{1}{\cot 2x} \Leftrightarrow \tan 3x = \tan 2x \Leftrightarrow 3x = 2x + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi \text{ loại}$$

do điều kiện $x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Câu 105: Nghiệm của phương trình $\tan 4x \cdot \cot 2x = 1$ là

A. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 4x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}. \\ x \neq \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } \tan 4x \cdot \cot 2x = 1 \Leftrightarrow \tan 4x = \frac{1}{\cot 2x} \Leftrightarrow \tan 4x = \tan 2x \Leftrightarrow 4x = 2x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \text{ loại}$$

do điều kiện $x \neq \frac{k\pi}{2}$

Câu 106: Phương trình nào sau đây vô nghiệm

A. $\tan x = 3$.

B. $\cot x = 1$.

C. $\cos x = 0$.

D. $\sin x = \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Áp dụng điều kiện nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản, dễ thấy phương trình $\sin x = \frac{4}{3}$ vô nghiệm vì $\frac{4}{3} > 1$.

Câu 107: Phương trình: $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \cot x - 2 \cot 2x = 1 \Leftrightarrow \cot x - 2 \frac{1 - \tan^2 x}{2 \tan x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \cot x - (\cot x - \tan x) = 1 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Phương trình $(\sin x + 1)(\sin x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
 D. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$(\sin x + 1)(\sin x - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \sqrt{2} (L) \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 2: Phương trình $\sin 2x.(2\sin x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin 2x.(2\sin x - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ 2\sin x - \sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2.\sin x.\cos x = 1$ là:

- A. $x = k2\pi$.
 B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.
 C. $x = k\frac{\pi}{2}$.
 D. $x = k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $2.\sin x.\cos x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 4: Giải phương trình $4\sin x \cos x \cos 2x + 1 = 0$

- A. $x = -\frac{\pi}{8} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 B. $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.
 D. $x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$4\sin x \cos x \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x \cos 2x = -1 \Leftrightarrow \sin 4x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 5: Giải phương trình $\cos x(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } \cos x(2\cos x + \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$

C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Cách 2:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \\ \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7: Phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x - \cos^2 x - 1 = 0$.

A. $\cos 2x = 1.$

B. $\cos 2x = -1.$

C. $2\cos^2 x - 1 = 0.$

D.

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } \sin^2 x - \cos^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow -\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -1.$$

Câu 8: Phương trình $3 - 4\cos^2 x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\cos 2x = \frac{1}{2}$. B. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. D. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có } 3 - 4\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 3 - 4\left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}.$$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot (2\cos x - \sqrt{3}) = 0$ là :

- A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin x \cdot (2\cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 10: Phương trình $(\sin x + 1)(2\cos 2x - \sqrt{2}) = 0$ có nghiệm là

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. Cả A, B, C đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$(\sin x + 1)(2\cos 2x - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0$ là:

- A. $x = k\pi$. B. $x = k\frac{\pi}{2}$. C. $x = k\frac{\pi}{8}$. D. $x = k\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x \cdot \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 12: Cho phương trình $\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x$ (1)

Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình (1)

A. $\sin 5x = 0$.

B. $\cos 4x = 0$.

C. $\sin 4x = 0$.

D. $\cos 3x = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 8x) = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 8x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow -2\sin 4x \cdot \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 4x = 0 \\ \sin 2x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = 0 \text{ (Do } \sin 4x = 2\sin 2x \cos 2x \text{)}$$

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$. Trên $[2\pi, 4\pi]$, điều kiện $x \neq 3\pi$.

$$\text{Ta có } \frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in [2\pi, 4\pi]$ nên

$$2\pi < k\frac{\pi}{3} < 4\pi \Leftrightarrow 6 < k < 12; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 7; 8; 9; 10; 11 \quad x = 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi.$$

So với điều kiện, ta chỉ còn $x = 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi$.

Câu 14: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2} \cdot \cos x - 1} = 0$ là

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \cos x \neq \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi.$$

$$\text{Ta có } \frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2} \cdot \cos x - 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện, suy ra } x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 15: Giải phương trình $4(\sin^6 x + \cos^6 x) + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $4(\sin^6 x + \cos^6 x) + 2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 8 - 4\cos^2 2x$
 $\Leftrightarrow 4(1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) + 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) = 8 - 4\cos^2 2x$
 $\Leftrightarrow 6 - 4\sin^2 2x = 8 - 4\cos^2 2x$
 $\Leftrightarrow \cos 4x = \frac{1}{2}$

Câu 16: tìm số nghiệm $x \in [0; 14]$ nghiệm đúng phương trình : $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x - 4(2\cos^2 x - 1) + 3\cos x - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 8\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

Vì $x \in [0; 14] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{2}, x = \frac{7\pi}{2}.$

Câu 17: Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1.$

A. Vô nghiệm.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$
 $pt \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x \left(\frac{\sin x + \cos x}{\cos x} \right) \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin x} \right) = 1$

$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0$ (loại). Phương trình vô nghiệm.

Câu 18: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14}; \frac{69\pi}{10} \right)$ của phương trình $2\sin 3x \cdot (1 - 4\sin^2 x) = 1$ là:

A. 40.

B. 32.

C. 41.

D. 46.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$2\sin 3x \cdot (1 - 4\sin^2 x) = 1 \Leftrightarrow 2\sin 3x \cdot (4\cos^2 x - 3) = 1$

TH1: $\cos x = 0 (\Rightarrow \sin^2 x = 1)$. PT có dạng:

$2\sin 3x \cdot (4\cos^2 x - 3) = 1 \Leftrightarrow 2(3\sin x - 4\sin x \cdot 1)(4 \cdot 0 - 3) = 1 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$ Vô lý vì $\sin^2 x = 1$

TH2: $\cos x \neq 0$. PT có dạng:

$$2 \sin 3x \cdot (4 \cos^2 x - 3) = 1 \Leftrightarrow 2 \sin 3x \cdot \cos 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 6x = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k \frac{2\pi}{7} \\ x = \frac{\pi}{104} + k \frac{2\pi}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \in \left[\frac{\pi}{14}; \frac{69\pi}{10} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{14} \leq \frac{\pi}{12} + k \frac{2\pi}{7} < \frac{69\pi}{10} \\ \frac{\pi}{14} \leq \frac{\pi}{10} + h \frac{2\pi}{5} < \frac{69\pi}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{24} \leq k < \frac{2863}{120} \\ -\frac{1}{14} \leq h < 17 \end{cases}$$

Có 24 giá trị k và có 17 giá trị h

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$$

Câu 19: Phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình:

- A.** $\cot x = \sqrt{3}$. **B.** $\cot 3x = \sqrt{3}$. **C.** $\tan x = \sqrt{3}$. **D.** $\tan 3x = \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Trước hết, ta lưu ý công thức nhân ba: $\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$; $\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$;

$$\tan 3a = \frac{3 \tan a - \tan^3 a}{1 - 3 \tan^2 a}$$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{3}} + \frac{\tan x + \tan \frac{2\pi}{3}}{1 - \tan x \tan \frac{2\pi}{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan x} + \frac{\tan x - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \tan x} = 3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\tan x(1 - 3 \tan^2 x) + (\tan x + \sqrt{3})(1 + \sqrt{3} \tan x) + (\tan x - \sqrt{3})(1 - \sqrt{3} \tan x)}{1 - 3 \tan^2 x} = 3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\tan x - 3 \tan^3 x + \tan x + \sqrt{3} \tan^2 x + \sqrt{3} + 3 \tan x + \tan x - \sqrt{3} \tan^2 x - \sqrt{3} + 3 \tan x}{1 - 3 \tan^2 x} = 3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9 \tan x - 3 \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 3x = \sqrt{3}$$

Câu 20: Giải phương trình: $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$

- A.** $x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 \Leftrightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{4} (1 - \cos 4x) = 1 \Leftrightarrow \cos 4x = 1 \Leftrightarrow 4x = k2\pi \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{2}$$

Câu 21: Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0$

- A. $k\pi$. B. $k\frac{\pi}{2}$. C. $k\frac{\pi}{4}$. D. $k\frac{\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x \cos 5x = \frac{1}{2} \cos 6x$ (với $k \in \mathbb{Z}$) là

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$. B. $x = \frac{k\pi}{2}$. C. $x = \frac{k\pi}{4}$. D. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có : $\cos x \cos 5x = \frac{1}{2} \cos 6x \Leftrightarrow \frac{1}{2} (\cos 6x + \cos 4x) = \frac{1}{2} \cos 6x \Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 23: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \pm \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16} \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{7}{16}$

$\Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \cos 4x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 24: Phương trình $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$ có các nghiệm là;

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = 3\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình $\Leftrightarrow \sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \cos x$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2x = x + k2\pi \\ \frac{\pi}{2} - 2x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} - k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 25: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x = \frac{3}{8}$ là:

- A. $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$. C. $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$. D. $\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x = \frac{3}{8}$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x (4\cos^3 x - 3\cos x) + \cos^3 x (3\sin x - 4\sin^3 x) = \frac{3}{8}$$

$$\Leftrightarrow 3\sin x \cdot \cos^3 x - 3\cos x \cdot \sin^3 x = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos^3 x - \cos x \cdot \sin^3 x = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 8\sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = 1 \Leftrightarrow 4\sin 2x \cdot \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin 4x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{5\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình là $\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}$.

Câu 26: Các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình: $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$ là:

A. $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{9\pi}{6}; \dots$

B. $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}; \frac{7\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow 4\sin^2 x = 3 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Do $x \in (0; 2\pi)$ nên nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình là $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$.

Câu 27: Phương trình $2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{1 + 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x}$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{18} + k\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện $1 + 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x \geq 0$

$$2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{1 + 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x} \Leftrightarrow 4\sin^2\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 + 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x$$

$$\Leftrightarrow 2\left[1 - \cos\left(6x + \frac{\pi}{2}\right)\right] = 1 + 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x \Leftrightarrow 8\sin 2x \cdot \cos^2 2x - 2\sin 6x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8\sin 2x(1 - \sin^2 2x) - 2(3\sin 2x - 4\sin^3 2x) - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Thử lại điều kiện, $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ đều thỏa.

Câu 28: Phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos 2x} + \frac{\cos 3x}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 3x}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \\ \sin 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq \frac{k\pi}{2} \\ 3x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{k\pi}{4} \\ x \neq \frac{k\pi}{3} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin 3x \cdot \sin 2x + \cos 2x \cdot \cos 3x}{\sin 2x \cdot \cos 2x} = \frac{2}{\sin 3x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 \cos x}{\sin 4x} = \frac{2}{\sin 3x} \Leftrightarrow \sin 3x \cdot \cos x = \sin 4x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 2x + \sin 4x) = \sin 4x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin 4x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4x + k2\pi \\ 2x = \pi - 4x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}$$

So sánh với điều kiện, ta nhận $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$.

Câu 29: Phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x + \sin^3 x \cdot \cot x + \cos^3 x \cdot \tan x = \sqrt{2 \sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện: $\sin 2x > 0$ (do có điều kiện của $\tan x, \cot x$)

$$\sin^3 x + \cos^3 x + \sin^3 x \cdot \cot x + \cos^3 x \cdot \tan x = \sqrt{2 \sin 2x}$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x + \cos^3 x + \sin^2 x \cos x + \cos^2 x \sin x = \sqrt{2 \sin 2x}$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) + \sin x \cos x (\sin x + \cos x) = \sqrt{2 \sin 2x} \Leftrightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{2 \sin 2x}$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 2 \sin 2x \Rightarrow 1 = \sin 2x \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

So sánh điều kiện ta có nghiệm phương trình là: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 30: Phương trình $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}(\tan x + \cot x)$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}(\tan x + \cot x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x}{2\sin x \cos x} = \frac{1}{2\sin x \cos x}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2(\sin x \cos x)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

So sánh điều kiện ta có phương trình vô nghiệm.

Câu 31: Cho phương trình $\cos 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos 3x = \sin 2x \sin x - \sin 3x \cos x$ và các họ số thực:.

I. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

II. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

III. $x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$. IV. $x = \frac{\pi}{7} + k\frac{4\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng: Nghiệm của phương trình là

A. I, II.

B. I, III.

C. II, III.

D. II, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\cos 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos 3x = \sin 2x \sin x - \sin 3x \cos x$$

$$(\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \sin x) + (\sin x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x + \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = -\cos 3x \Leftrightarrow \sin 4x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 3x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 4x = \pi - 3x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Từ $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ nên (I) đúng.

Từ $x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7}$, so sánh với nghiệm $x = -\frac{\pi}{14} + \frac{2\pi l}{7}$ như sau:

+ Ta thấy $x = -\frac{\pi}{14} + \frac{2\pi l}{7}$ họ nghiệm này khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác đều được 7 điểm.

+ Cho $\frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} = -\frac{\pi}{14} + \frac{2\pi l}{7} \Leftrightarrow k - l = -1$. Điều này có nghĩa, ứng với một số nguyên k luôn có một số nguyên l

Do đó 2 họ nghiệm $x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7}$ và $x = -\frac{\pi}{14} + \frac{2\pi l}{7}$ là bằng nhau.

Chú ý:

$$\cos 3x = -\sin 4x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + 4x + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} - 4x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} - k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases}$$

Câu 32: Cho phương trình $\cos^2(x - 30^\circ) - \sin^2(x - 30^\circ) = \sin(x + 60^\circ)$ và các tập hợp số thực:

I. $x = 30^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$. II. $x = 60^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

III. $x = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. IV. $x = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng về nghiệm của phương trình

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. I, III.

D. I, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\cos^2(x - 30^\circ) - \sin^2(x - 30^\circ) = \sin(x + 60^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cos(2x - 60^\circ) = \sin(x + 60^\circ) \Leftrightarrow \cos(2x - 60^\circ) = \cos(30^\circ - x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + k120^\circ \\ x = 30^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 33: Phương trình $\sin^4 x - \sin^4\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cos x$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{3\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\sin^4 x - \sin^4\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cos x \Leftrightarrow \sin^4 x - \cos^4 x = 2 \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 34: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{7}{16} \Leftrightarrow \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x = \frac{7}{16} \Leftrightarrow \cos 4x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 35: Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1$.

- A. Vô nghiệm. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \cos x(1 + \tan x) \cdot \sin x(1 + \cot x) = 1$
 $\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(\sin x + \cos x) = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0$ (vô nghiệm).

Câu 36: Trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình $\sin 2x + \sin x = 0$ có số nghiệm là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -x + k2\pi \\ 2x = \pi + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

+ Với $x = \frac{k2\pi}{3}$. Vì $x \in [0; 2\pi) \Rightarrow 0 \leq \frac{k2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k < 3 \Rightarrow k = 0; 1; 2$ (vì $k \in \mathbb{Z}$).

+ Với $x = \pi + k2\pi$. Vì $x \in [0; 2\pi) \Rightarrow 0 \leq \pi + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k < \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0$ (vì $k \in \mathbb{Z}$).

Vậy trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình có 4 nghiệm là: $x = 0$; $x = \frac{2\pi}{3}$; $x = \frac{4\pi}{3}$; $x = \pi$

Câu 37: Để phương trình $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = m$ có nghiệm, tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

- A. $-1 \leq m < -\frac{1}{4}$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $1 \leq m \leq 2$. D. $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{k\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

$\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = m \Leftrightarrow \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)}{\frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} \cdot \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}} = m$

$\Leftrightarrow \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3\sin^2 x \cos^2 x}{-1} = m \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = -m \Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{4m + 4}{3}$

Phương trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ \sin^2 2x = \frac{4m+4}{3} \text{ có nghiệm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 \left(2 \left(\pm \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \right) \right) \neq \frac{4m+4}{3} \\ 0 \leq \frac{4m+4}{3} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq \frac{4m+4}{3} \\ 0 \leq 4m+4 \leq 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \neq 4m+4 \\ -4 \leq 4m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\frac{1}{4} \\ -1 \leq m \leq -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < -\frac{1}{4}$$

Câu 38: Đề phương trình: $4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = a^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$ có nghiệm, tham số a phải thỏa điều kiện:

A. $-1 \leq a \leq 1$.

B. $-2 \leq a \leq 2$.

C. $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$.

D. $-3 \leq a \leq 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Phương trình $\Leftrightarrow 4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = a^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$

$$\Leftrightarrow 2 \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) + \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) \right] = a^2 + 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x \right)$$

$$\Leftrightarrow 2 \left[1 + \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) \right] = a^2 + 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin 2x - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos 2x \right)$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = a^2 + 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} a^2 - 1 \Leftrightarrow 2 \cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} a^2 - 1 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} a^2 - 1$$

Vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ nên $-1 \leq \frac{1}{2} a^2 - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{1}{2} a^2 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq a^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq a \leq 2$.

CÁCH KHÁC:

Chọn $a = -3 \in [-3; 3]$ của đáp án **D**.

Ta thấy phương trình $4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 9 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$ không có nghiệm qua chức năng giải nhanh **SOLVE** của máy tính cầm tay.

Chọn $a = -2 \in [-2; 2]$ của đáp án **B**.

Ta thấy phương trình $4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 4 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$ có nghiệm qua chức năng giải nhanh **SOLVE** của máy tính cầm tay. Vậy đáp án B đúng.

Câu 39: Đề phương trình $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $\begin{cases} |a| > 1 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$

B. $\begin{cases} |a| > 2 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} |a| > 3 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$

D. $\begin{cases} |a| > 4 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq \pm 1 \text{ (1). Phương trình đã cho tương đương: } \frac{a^2 \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x} \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow a^2 \cdot \cos^2 x = \sin^2 x + a^2 - 2 \Leftrightarrow (a^2 + 1) \cdot \cos^2 x = a^2 - 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$$

Vì $\cos 2x \neq 0$ nên $2\cos^2 x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos^2 x \neq \frac{1}{2}$ (2)

Do đó, theo điều kiện (1) và (2), phương trình trên có nghiệm khi

$$\begin{cases} 0 < \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \leq 1 \\ \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| > 1 \\ |a| \neq \sqrt{3} \end{cases}$$

CÁCH KHÁC:

Chọn $a = 1,5$ của đáp án A, ta thấy phương trình có nghiệm qua chức năng giải nhanh **SOLVE** của máy tính cầm tay. Vậy đáp án A đúng.