PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Phương trình $(\sin x+1)(\sin x-\sqrt{2})=0$ có nghiệm là:

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
B. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,\ x=-\frac{\pi}{8}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.
C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.
D. $x=\pm\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$(\sin x+1)(\sin x-\sqrt{2})=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\sqrt{2}\,(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$$

Câu 2: Phương trình $\sin 2x.(2\sin x-\sqrt{2})=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin 2x.(2\sin x-\sqrt{2})=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ 2\sin x-\sqrt{2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\quad x=\frac{\pi}{3}+k\pi,(k\in\mathbb{Z}).\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2.\sin x.\cos x=1$ **là:**

A. $x=k2\pi$.
B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.
C. $x=k\frac{\pi}{2}$.
D. $x=k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $2.\sin x.\cos x=1\Leftrightarrow\sin 2x=1\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

Câu 4: Giải phương trình $4\sin x\cos x\cos 2x+1=0$

A. $x=-\frac{\pi}{8}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\frac{\pi}{8}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4};k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$4\sin x\cos x\cos 2x+1=0 \Leftrightarrow 2\sin 2x\cos 2x=-1 \Leftrightarrow \sin 4x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\cdot$

Câu 5: Giải phương trình $\cos x(2\cos x+\sqrt{3})=0$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{5\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\cos x\left(2\cos x+\sqrt{3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin^4 x-\cos^4 x=0$ là

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi.$

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}.$

C. $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi.$

D. $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1:

$\sin^4 x-\cos^4 x=0 \Leftrightarrow \cos^2 x-\sin^2 x=0 \Leftrightarrow \cos 2x=0 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Cách 2:

$\sin^4 x-\cos^4 x=0 \Leftrightarrow \sin^2 x-\cos^2 x=0 \Leftrightarrow \sin^2 x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\sin\frac{\pi}{4}\\ \sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right).$

Câu 7: Phương trình nào tương đương với phương trình $\sin^2 x-\cos^2 x-1=0$.

A. $\cos 2x=1$.

B. $\cos 2x=-1$.

C. $2\cos^2 x-1=0$.

D. $(\sin x-\cos x)^2=1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\sin^2 x-\cos^2 x-1=0 \Leftrightarrow -\cos 2x-1=0 \Leftrightarrow \cos 2x=-1$.

Câu 8: Phương trình $3-4\cos^2 x=0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\cos 2x=\frac{1}{2}$. **B.** $\cos 2x=-\frac{1}{2}$. **C.** $\sin 2x=\frac{1}{2}$. **D.** $\sin 2x=-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $3-4\cos^2 x=0 \Leftrightarrow 3-4\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 1-2\cos 2x=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\sin x.\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0$ là :

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\sin x.\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Câu 10: Phương trình $(\sin x+1)(2\cos 2x-\sqrt{2})=0$ có nghiệm là

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** **Cả** A, B, C **đều đúng.**

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$(\sin x+1)(2\cos 2x-\sqrt{2})=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=-1 \\ \cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ 2x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{8}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x=0$ là:

A. $x=k\pi$. **B.** $x=k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=k\frac{\pi}{8}$. **D.** $x=k\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin x.\cos x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 2x.\cos 2x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\sin 4x=0 \Leftrightarrow \sin 4x=0 \Leftrightarrow 4x=k\pi$$

$$\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{4}\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 12: Cho phương trình $\cos x.\cos 7x=\cos 3x.\cos 5x$ (1)

Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình (1)

A. $\sin 5x = 0$. **B.** $\cos 4x = 0$. **C.** $\sin 4x = 0$. **D.** $\cos 3x = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$\cos x.\cos 7x = \cos 3x.\cos 5x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 8x) = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 8x)$

$\Leftrightarrow \cos 6x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow -2\sin 4x.\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 4x = 0\\ \sin 2x = 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \sin 4x = 0$ **(Do** $\sin 4x = 2\sin 2x\cos 2x$ **)**

Câu 13: Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $\cos x + 1 \ne 0 \Leftrightarrow x \ne \pi + k2\pi$. Trên $[2\pi, 4\pi]$, điều kiện $x \ne 3\pi$.

Ta có $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [2\pi, 4\pi]$ nên

$2\pi < k\frac{\pi}{3} < 4\pi \Leftrightarrow 6 < k < 12; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 7;8;9;10;11$ $x = 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi$.

So với điều kiện, ta chỉ còn $x = 2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, 4\pi$.

Câu 14: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2}.\cos x - 1} = 0$ là

A. $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\end{array}\right.$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện $\cos x \ne \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x \ne \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Ta có $\frac{\sin 2x - 1}{\sqrt{2}.\cos x - 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

Kết hợp điều kiện, suy ra $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15: Giải phương trình $4\left(\sin^6 x + \cos^6 x\right) + 2\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right) = 8 - 4\cos^2 2x$

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)+2\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)=8-4\cos^2 2x$

$\Leftrightarrow 4\left(1-3\sin^2 x\cos^2 x\right)+2\left(1-2\sin^2 x\cos^2 x\right)=8-4\cos^2 2x$

$\Leftrightarrow 6-4\sin^2 2x=8-4\cos^2 2x$

$\Leftrightarrow \cos 4x=\frac{1}{2}$

Câu 16: ìm số nghiệm $x\in[0;14]$ nghiệm đúng phương trình : $\cos 3x-4\cos 2x+3\cos x-4=0$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow 4\cos^3 x-3\cos x-4(2\cos^2 x-1)+3\cos x-4=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x-8\cos^2 x=0 \Leftrightarrow \cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

Vì $x\in[0;14]\Rightarrow x=\frac{\pi}{2},x=\frac{3\pi}{2},x=\frac{5\pi}{2},x=\frac{7\pi}{2}$.

Câu 17: Giải phương trình $\sin x.\cos x\left(1+\tan x\right)\left(1+\cot x\right)=1$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$

$pt\Leftrightarrow \sin x.\cos x\left(\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}\right)\left(\frac{\sin x+\cos x}{\sin x.}\right)=1$

$\Leftrightarrow\left(\sin x+\cos x\right)^2=1\Leftrightarrow \sin 2x=0$ (loại). Phương trình vô nghiệm.

Câu 18: Số nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{14};\frac{69\pi}{10}\right)$ của phương trình $2\sin 3x.\left(1-4\sin^2 x\right)=1$ là:

A. 40. **B.** 32. **C.** 41. **D.** 46.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$2\sin 3x.\left(1-4\sin^2 x\right)=1\Leftrightarrow 2\sin 3x.\left(4\cos^2 x-3\right)=1$

TH1: $\cos x=0\left(\Rightarrow \sin^2 x=1\right)$. PT có dạng:

$2\sin 3x.\left(4\cos^2 x-3\right)=1\Leftrightarrow 2\left(3\sin x-4\sin x.1\right)\left(4.0-3\right)=1\Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2}$ Vô lý vì $\sin^2 x=1$

TH2: $\cos x\neq 0$. PT có dạng:

$$2\sin 3x.\left(4\cos^2 x-3\right)=1 \Leftrightarrow 2\sin 3x.\cos 3x=\cos x \Leftrightarrow \sin 6x=\cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{14}+k\dfrac{2\pi}{7} \\ x=\dfrac{\pi}{104}+k\dfrac{2\pi}{5} \end{array}\right.$$

Vì $x\in\left[\dfrac{\pi}{14};\dfrac{69\pi}{10}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{\pi}{14}\le\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{2\pi}{7}<\dfrac{69\pi}{10} \\ \dfrac{\pi}{14}\le\dfrac{\pi}{10}+h\dfrac{2\pi}{5}<\dfrac{69\pi}{10} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{24}\le k<\dfrac{2863}{120} \\ -\dfrac{1}{14}\le h<17 \end{array}\right.$.

Có 24 giá trị k và có 17 giá trị h

$\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2}$.

Câu 19: Phương trình $\tan x+\tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+\tan\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình:

A. $\cot x=\sqrt{3}$. **B.** $\cot 3x=\sqrt{3}$. **C.** $\tan x=\sqrt{3}$. **D.** $\tan 3x=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Trước hết, ta lưu ý công thức nhân ba: $\sin 3a=3\sin a-4\sin^3 a$; $\cos 3a=4\cos^3 a-3\cos a$; $\tan 3a=\dfrac{3\tan a-\tan^3 a}{1-3\tan^2 a}$.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \tan x+\frac{\tan x+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan x\tan\frac{\pi}{3}}+\frac{\tan x+\tan\frac{2\pi}{3}}{1-\tan x\tan\frac{2\pi}{3}}=3\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x+\frac{\tan x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}\tan x}+\frac{\tan x-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}\tan x}=3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\tan x\left(1-3\tan^2 x\right)+\left(\tan x+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\tan x\right)+\left(\tan x-\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\tan x\right)}{1-3\tan^2 x}=3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\tan x-3\tan^3 x+\tan x+\sqrt{3}\tan^2 x+\sqrt{3}+3\tan x+\tan x-\sqrt{3}\tan^2 x-\sqrt{3}+3\tan x}{1-3\tan^2 x}=3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9\tan x-3\tan^3 x}{1-3\tan^2 x}=3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{3\tan x-\tan^3 x}{1-3\tan^2 x}=\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 3x=\sqrt{3}.$$

Câu 20: Giải phương trình : $\sin^4 x+\cos^4 x=1$

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\sin^4 x+\cos^4 x=1 \Leftrightarrow \left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x\cos^2 x=1 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=1$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{4}\left(1-\cos 4x\right)=1 \Leftrightarrow \cos 4x=1 \Leftrightarrow 4x=k2\pi \Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}$$

Câu 21: Giải phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x=0$

A. $k\pi$. **B.** $k\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $k\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $k\dfrac{\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $\sin x.\cos x.\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sin 2x\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{4}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x\cos 5x = \dfrac{1}{2}\cos 6x$ (với $k\in\mathbb{Z}$) là

A. $x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{k\pi}{2}$. **C.** $x = \dfrac{k\pi}{4}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có : $\cos x\cos 5x = \dfrac{1}{2}\cos 6x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left(\cos 6x + \cos 4x\right) = \dfrac{1}{2}\cos 6x \Leftrightarrow \cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{4}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 23: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \dfrac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x = \pm\dfrac{\pi}{5} + k\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\sin^6 x + \cos^6 x = \dfrac{7}{16} \Leftrightarrow 1 - \dfrac{3}{4}\sin^2 2x = \dfrac{7}{16}$

$\Leftrightarrow \sin^2 2x = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \cos 4x = \dfrac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$

Câu 24: Phương trình $\sin 2x = \cos^4\dfrac{x}{2} - \sin^4\dfrac{x}{2}$ có các nghiệm là;

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = 3\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình $\Leftrightarrow \sin 2x = \cos^4\dfrac{x}{2} - \sin^4\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \cos x$

$\Leftrightarrow \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{\pi}{2} - 2x = x + k2\pi \\ \dfrac{\pi}{2} - 2x = -x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} - k\dfrac{2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{2} - k2\pi \end{array}\right., \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Câu 25: Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x.\cos 3x + \cos^3 x.\sin 3x = \dfrac{3}{8}$ là:

A. $\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{5\pi}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi}{24}, \dfrac{5\pi}{24}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow \sin^3 x.\cos 3x+\cos^3 x.\sin 3x=\frac{3}{8}$

$\Leftrightarrow \sin^3 x\left(4\cos^3 x-3\cos x\right)+\cos^3 x\left(3\sin x-4\sin^3 x\right)=\frac{3}{8}$

$\Leftrightarrow 3\sin x.\cos^3 x-3\cos x.\sin^3 x=\frac{3}{8}\Leftrightarrow \sin x.\cos^3 x-\cos x.\sin^3 x=\frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow 8\sin x\cos x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)=1\Leftrightarrow 4\sin 2x.\cos 2x=1\Leftrightarrow \sin 4x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{2} \\ x=\frac{5\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}\end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Do $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình là $\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}$.

Câu 26: Các nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình: $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=\frac{5}{8}$ là:

A. $\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{9\pi}{6};$. **B.** $\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{5\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8};\frac{5\pi}{8};\frac{7\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=\frac{5}{8}\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 x=\frac{5}{8}\Leftrightarrow 4\sin^2 x=3\Leftrightarrow \cos 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Do $x\in(0;2\pi)$ nên nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình là $\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{5\pi}{3}$.

Câu 27: Phương trình $2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{1+8\sin 2x.\cos^2 2x}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{18}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{18}+k\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{24}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện $1+8\sin 2x.\cos^2 2x\geq 0$

$2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{1+8\sin 2x.\cos^2 2x}\Leftrightarrow 4\sin^2\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=1+8\sin 2x.\cos^2 2x$.

$\Leftrightarrow 2\left[1-\cos\left(6x+\frac{\pi}{2}\right)\right]=1+8\sin 2x.\cos^2 2x\Leftrightarrow 8\sin 2x.\cos^2 2x-2\sin 6x-1=0$.

$\Leftrightarrow 8\sin 2x\left(1-\sin^2 2x\right)-2\left(3\sin 2x-4\sin^3 2x\right)-1=0\Leftrightarrow 2\sin 2x-1=0$

$\Leftrightarrow \sin 2x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Thử lại điều kiện, $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$ đều thoả.

Câu 28: Phương trình $\dfrac{\sin 3x}{\cos 2x} + \dfrac{\cos 3x}{\sin 2x} = \dfrac{2}{\sin 3x}$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \\ \sin 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq \dfrac{k\pi}{2} \\ 3x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{k\pi}{4} \\ x \neq \dfrac{k\pi}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sin 3x.\sin 2x + \cos 2x.\cos 3x}{\sin 2x.\cos 2x} = \dfrac{2}{\sin 3x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\cos x}{\sin 4x} = \dfrac{2}{\sin 3x} \Leftrightarrow \sin 3x.\cos x = \sin 4x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(\sin 2x + \sin 4x) = \sin 4x$

$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin 4x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 4x + k2\pi \\ 2x = \pi - 4x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \end{array}\right.$

So sánh với điều kiện, ta nhận $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 29: Phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x + \sin^3 x.\cot x + \cos^3 x.\tan x = \sqrt{2\sin 2x}$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{8} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Điều kiện: $\sin 2x > 0$ (do có điều kiện của $\tan x, \cot x$)

$\sin^3 x + \cos^3 x + \sin^3 x.\cot x + \cos^3 x.\tan x = \sqrt{2\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \sin^3 x + \cos^3 x + \sin^2 x\cos x + \cos^2 x.\sin x = \sqrt{2\sin 2x}$

$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x\cos x) + \sin x\cos x(\sin x + \cos x) = \sqrt{2\sin 2x} \Leftrightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{2\sin 2x}$

$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 2\sin 2x \Rightarrow 1 = \sin 2x \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

So sánh điều kiện ta có nghiệm phương trình là: $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 30: Phương trình $\dfrac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin 2x} = \dfrac{1}{2}(\tan x + \cot x)$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **D.** Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$

$$\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}\left(\tan x+\cot x\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x\cos^2 x}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{2\sin x\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 1-2\left(\sin x\cos x\right)^2=1\Leftrightarrow \sin x\cos x=0\Leftrightarrow \sin 2x=0\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2},\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

So sánh điều kiện ta có phương trình vô nghiệm.

Câu 31: Cho phương trình $\cos 2x.\cos x+\sin x.\cos 3x=\sin 2x\sin x-\sin 3x\cos x$ và các họ số thực:.

I. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. II. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

III. $x=-\frac{\pi}{14}+k\frac{2\pi}{7}$, $k\in\mathbb{Z}$. IV. $x=\frac{\pi}{7}+k\frac{4\pi}{7}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng: Nghiệm của phương trình là

A. I, II. **B.** I, III. **C.** II, III. **D.** II, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\cos 2x.\cos x+\sin x.\cos 3x=\sin 2x\sin x-\sin 3x\cos x$$

$$\left(\cos 2x.\cos x-\sin 2x\sin x\right)+\left(\sin x.\cos 3x+\sin 3x\cos x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x+\sin 4x=0\Leftrightarrow \sin 4x=-\cos 3x\Leftrightarrow \sin 4x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=3x-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ 4x=\pi-3x+\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$

Từ $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$ nên (I) đúng.

Từ $x=\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}$, so sánh với nghiệm $x=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}$ như sau:

+ Ta thấy $x=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}$ họ nghiệm này khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác đều được 7 điểm.

+ Cho $\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}\Leftrightarrow k-l=-1$. Điều này có nghĩa, ứng với một số nguyên k luôn có một số nguyên l

Do đó 2 họ nghiệm $x=\frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}$ và $x=-\frac{\pi}{14}+\frac{2\pi l}{7}$ là bằng nhau.

Chú ý:

$\cos 3x = -\sin 4x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + 4x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \dfrac{\pi}{2} + 4x + k2\pi \\ 3x = -\dfrac{\pi}{2} - 4x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} - k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{14} + \dfrac{k2\pi}{7} \end{array}\right.$

Câu 32: Cho phương trình $\cos^2\left(x - 30^0\right) - \sin^2\left(x - 30^0\right) = \sin\left(x + 60^0\right)$ và các tập hợp số thực:

I. $x = 30^0 + k120^0$, $k \in \mathbb{Z}$. II. $x = 60^0 + k120^0$, $k \in \mathbb{Z}$.

III. $x = 30^0 + k360^0$, $k \in \mathbb{Z}$. IV. $x = 60^0 + k360^0$, $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn trả lời đúng về nghiệm của phương trình

A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** I, III. **D.** I, IV.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$\cos^2\left(x - 30^0\right) - \sin^2\left(x - 30^0\right) = \sin\left(x + 60^0\right)$

$\Leftrightarrow \cos\left(2x - 60^0\right) = \sin\left(x + 60^0\right) \Leftrightarrow \cos\left(2x - 60^0\right) = \cos\left(30^0 - x\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 30^0 + k120^0 \\ x = 30^0 + k360^0 \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Câu 33: Phương trình $\sin^4 x - \sin^4\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = 4\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}\cos x$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{3\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{3\pi}{12} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{3\pi}{16} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\sin^4 x - \sin^4\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = 4\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}\cos x \Leftrightarrow \sin^4 x - \cos^4 x = 2\sin x\cos x$

$\Leftrightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 34: Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \dfrac{7}{16}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\dfrac{\pi}{5} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Phương trình $\Leftrightarrow 1 - \dfrac{3}{4}\sin^2 2x = \dfrac{7}{16} \Leftrightarrow \dfrac{5}{8} + \dfrac{3}{8}\cos 4x = \dfrac{7}{16} \Leftrightarrow \cos 4x = -\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 4x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 35: Giải phương trình $\sin x.\cos x(1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1$.

A. Vô nghiệm. **B.** $x = k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \cos x(1+\tan x).\sin x(1+\cot x) = 1$

$\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(\sin x + \cos x) = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0$ (vô nghiệm).

Câu 36: Trong nửa khoảng $[0;2\pi)$, phương trình $\sin 2x + \sin x = 0$ có số nghiệm là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương trình đề bài $\Leftrightarrow \sin 2x = \sin(-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -x + k2\pi \\ 2x = \pi + x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.,\ k \in \mathbb{Z}$.

+ Với $x = \frac{k2\pi}{3}$. Vì $x \in [0;2\pi) \Rightarrow 0 \le \frac{k2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow 0 \le k < 3 \Rightarrow k = 0;1;2$ (vì $k \in \mathbb{Z}$).

+ Với $x = \pi + k2\pi$. Vì $x \in [0;2\pi) \Rightarrow 0 \le \pi + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le k < \frac{1}{2} \Rightarrow k = 0$ (vì $k \in \mathbb{Z}$).

Vậy trong nửa khoảng $[0;2\pi)$, phương trình có 4 nghiệm là: $x = 0$; $x = \frac{2\pi}{3}$; $x = \frac{4\pi}{3}$; $x = \pi$

Câu 37: Để phương trình $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} = m$ có nghiệm, tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-1 \le m < -\frac{1}{4}$. **B.** $-2 \le m \le -1$. **C.** $1 \le m \le 2$. **D.** $\frac{1}{4} \le m \le 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

ĐK: $\begin{cases} \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{k\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \pm\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

$$\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} = m \Leftrightarrow \frac{\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x\cos^2 x + \cos^4 x\right)}{\frac{\tan x + 1}{1 - \tan x}.\frac{\tan x - 1}{1 + \tan x}} = m$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 - 3\sin^2 x\cos^2 x}{-1} = m \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = -m \Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{4m+4}{3}$$

Phương trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2} \\ \sin^2 2x=\dfrac{4m+4}{3} \text{ có nghiệm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2\left(2\left(\pm\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\right)\right)\neq\dfrac{4m+4}{3} \\ 0\le\dfrac{4m+4}{3}\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\neq\dfrac{4m+4}{3} \\ 0\le 4m+4\le 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\neq 4m+4 \\ -4\le 4m\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq-\dfrac{1}{4} \\ -1\le m\le-\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m<-\dfrac{1}{4}$$

Câu 38: Để phương trình: $4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=a^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$ có nghiệm, tham số a phải thỏa điều kiện:

A. $-1\le a\le 1$. **B.** $-2\le a\le 2$. **C.** $-\dfrac{1}{2}\le a\le\dfrac{1}{2}$. **D.** $-3\le a\le 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Phương trình $\Leftrightarrow\ 4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=a^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

$$\Leftrightarrow 2\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]=a^2+2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left[1+\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\right]=a^2+2\left(\cos\frac{\pi}{6}.\sin 2x-\sin\frac{\pi}{6}.\cos 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2+2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=a^2+2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}a^2-1\Leftrightarrow 2\cos 2x.\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}a^2-1\Leftrightarrow\cos 2x=\frac{1}{2}a^2-1$$

Vì $-1\le\cos 2x\le 1$ nên $-1\le\dfrac{1}{2}a^2-1\le 1\Leftrightarrow 0\le\dfrac{1}{2}a^2\le 2\Leftrightarrow 0\le a^2\le 4\Leftrightarrow -2\le a\le 2$.

CÁCH KHÁC:

Chọn $a=-3\in[-3;3]$ của đáp án **D.**

Ta thấy phương trình $4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=9+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$ không có nghiệm qua chức năng giải nhanh $\boxed{\text{SOLVE}}$ của máy tính cầm tay.

Chọn $a=-2\in[-2;2]$ của đáp án **B.**

Ta thấy phương trình $4\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right).\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=4+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$ có nghiệm qua chức năng giải nhanh $\boxed{\text{SOLVE}}$ của máy tính cầm tay. Vậy đáp án B đúng.

Câu 39: Để phương trình $\dfrac{a^2}{1-\tan^2 x}=\dfrac{\sin^2 x+a^2-2}{\cos 2x}$ có nghiệm, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $\begin{cases}|a|>1\\|a|\neq\sqrt{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}|a|>2\\|a|\neq\sqrt{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}|a|>3\\|a|\neq\sqrt{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}|a|>4\\|a|\neq\sqrt{3}\end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \tan x\neq\pm 1\\ \cos 2x\neq 0\end{cases}$ (1). Phương trình đã cho tương đương: $\dfrac{a^2.\cos^2 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\dfrac{\sin^2 x+a^2-2}{\cos 2x}$

$\Leftrightarrow a^2.\cos^2 x=\sin^2 x+a^2-2\Leftrightarrow\left(a^2+1\right).\cos^2 x=a^2-1\Leftrightarrow\cos^2 x=\dfrac{a^2-1}{a^2+1}$

Vì $\cos 2x\neq 0$ nên $2\cos^2 x-1\neq 0\Leftrightarrow\cos^2 x\neq\dfrac{1}{2}$ (2)

Do đó, theo điều kiện (1) và (2), phương trình trên có nghiệm khi

$$\begin{cases}0<\dfrac{a^2-1}{a^2+1}\leq 1\\ \dfrac{a^2-1}{a^2+1}\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|a|>1\\|a|\neq\sqrt{3}\end{cases}.$$

CÁCH KHÁC:

Chọn $a=1,5$ của đáp án A, ta thấy phương trình có nghiệm qua chức năng giải nhanh $\boxed{\text{SOLVE}}$ của máy tính cầm tay. Vậy đáp án A đúng.