

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$

a) $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

b) $\begin{cases} \sin x = a. \text{ Điều kiện: } -1 \leq a \leq 1. \\ \sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$

c) $\sin u = -\sin v \Leftrightarrow \sin u = \sin(-v)$

d) $\sin u = \cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\sin u = -\cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(v - \frac{\pi}{2}\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

2. Phương trình $\cos x = \cos \alpha$

a) $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\begin{cases} \cos x = a. \text{ Điều kiện: } -1 \leq a \leq 1. \\ \cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$

c) $\cos u = -\cos v \Leftrightarrow \cos u = \cos(\pi - v)$

d) $\cos u = \sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\cos u = -\sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

3. Phương trình $\tan x = \tan \alpha$

a) $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) $\tan u = -\tan v \Leftrightarrow \tan u = \tan(-v)$

d) $\tan u = \cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e) $\tan u = -\cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

4. Phương trình $\cot x = \cot \alpha$

$\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

$\cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

5. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

Có dạng $at + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ với t là một hàm số lượng giác nào đó

Cách giải: $at + b = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{b}{a}$ đưa về phương trình lượng giác cơ bản

6. Một số điều cần chú ý:

a) Khi giải phương trình có chứa các hàm số tang, cotang, có mẫu số hoặc chứa căn bậc chẵn, thì nhất thiết phải đặt điều kiện để phương trình xác định.

* Phương trình chứa $\tan x$ thì điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

* Phương trình chứa $\cot x$ thì điều kiện: $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

* Phương trình chứa cả $\tan x$ và $\cot x$ thì điều kiện $x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

* Phương trình có mẫu số:

• $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

• $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

• $\tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

• $\cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

b) Khi tìm được nghiệm phải kiểm tra điều kiện. Ta thường dùng một trong các cách sau để kiểm tra điều kiện:

1. Kiểm tra trực tiếp bằng cách thay giá trị của x vào biểu thức điều kiện.
2. Dùng đường tròn lượng giác để biểu diễn nghiệm
3. Giải các phương trình vô định.

c) Sử dụng MTCT để thử lại các đáp án trắc nghiệm

- **HỌC SINH KHÔNG LỆ THUỘC VÀO VIỆC SỬ DỤNG MTCT ĐỂ THỬ LẠI CÁC ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM.**
- **HỌC SINH CẦN NẮM ĐƯỢC MẤU CHỐT CỦA VIỆC GIẢI TỰ LUẬN**
- **CÁC CÂU HỎI HẠN CHẾ MTCT CHẴNG HẠN:**
 - + **SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH TRÊN MỘT ĐOẠN HAY KHOẢNG**
 - + **SỐ ĐIỂM BIỂU DIỄN TRÊN ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC.**
 - + **TỔNG CỦA CÁC NGHIỆM TRÊN MỘT ĐOẠN HAY KHOẢNG**
 - + **TỔNG, HIỆU, TÍCH... CỦA CÁC NGHIỆM DƯƠNG HOẶC ÂM NHỎ NHẤT (LỚN NHẤT)...**