PHẦN II: HƯỚNG DẪN GIẢI

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ QUY VỀ BẬC HAI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A – LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình bậc hai với một hàm số lượng giác

Dạng	Đặt	Điều kiện
$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$	t = sin$x$	$-1 \le t \le 1$
$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$	t = cos$x$	$-1 \le t \le 1$
$a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$	t = tan$x$	$x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in Z)$
$a\cot^2 x + b\cot x + c = 0$	t = cot$x$	$x \ne k\pi\ \ (k \in Z)$

Nếu đặt: $t = \sin^2 x$ hoặc $t = |\sin x|$ thì điều kiện: $0 \le t \le 1$.

B– BÀI TẬP

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc 2 theo 1 hàm số lượng giác

A. $2\sin^2 x + \sin 2x - 1 = 0$. **B.** $2\sin^2 2x - \sin 2x = 0$.

C. $\cos^2 x + \cos 2x - 7 = 0$. **D.** $\tan^2 x + \cot x - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn **B.**

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ thỏa điều kiện: $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$. **B.** $x = \pi$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = -\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

Vì $0 < x < \pi$ nên nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện $0 \le x < \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3}$ **B.** $x = \frac{\pi}{2}$ **C.** $x = \frac{\pi}{6}$ **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$

Hướng dẫn giải:

Chọn **C.**

Đặt $t=\sin x\left(-1\le t\le 1\right)$, phương trình trở thành: $2t^2-3t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Với $t=1$, ta có: $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Do $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$ nên $0\le\dfrac{\pi}{2}+k2\pi<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{4}\le k<0$. Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên không tồn tại k.

Với $t=\dfrac{1}{2}$, ta có: $\sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

Do $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$ nên $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}$ thỏa điều kiện $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 4: Phương trình $\sin^2x+3\sin x-4=0$ có nghiệm là:

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

C. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t=\sin x\left(-1\le t\le 1\right)$, phương trình trở thành: $t^2+3t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-4\,(l)\end{array}\right.$.

Với $t=1$, ta có: $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\quad\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\sin^2x+\sin x=0$ thỏa điều kiện: $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$.

A. $x=0$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\sin^2x+\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Vì $-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x=0$.

Câu 6: Trong $\left[0;2\pi\right)$, phương trình $\sin x=1-\cos^2x$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{2};\pi;2\pi\right\}$. **B.** $\left\{0;\pi\right\}$. **C.** $\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi\right\}$. **D.** $\left\{0;\dfrac{\pi}{2};\pi;2\pi\right\}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$\sin x = 1 - \cos^2 x \Leftrightarrow \sin x = \sin^2 x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sin x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\end{array}\right.(k \in \mathbb{Z})$.

Mà $x \in [0; 2\pi) \Leftrightarrow x \in \left\{0; \dfrac{\pi}{2}; \pi\right\}$.

Câu 7: Phương trình: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

B. $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có :

$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 2 \Leftrightarrow 2.\dfrac{1 - \cos 2x}{2} + \sqrt{3}\sin 2x = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \sin\dfrac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi\\ 2x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi\\ 2x = \pi + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\end{array}\right.(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0$ là :

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải::

Chọn C

$\sin^2 x - 4\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \sin x = 3\end{array}\right.$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = 3 > 1$ vô nghiêm.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $5 - 5\sin x - 2\cos^2 x = 0$ là

B. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$5 - 5\sin x - 2\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 5 - 5\sin x + 2\left(1 - \sin^2 x\right) = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x - 5\sin x + 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \sin x = -\dfrac{7}{2}\end{array}\right.$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = -\frac{7}{2} < -1$ vô nghiêm.

Câu 10: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x - 2\sin x + \frac{3}{4} = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.
B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.
D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::
Chọn C.

$$\sin^2 x - 2\sin x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{3}{2} \end{array}\right.$$

Với $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = \frac{3}{2} > 1$ vô nghiêm.

Câu 11: Phương trình $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
B. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
D. $-\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::
Chọn C.

$$2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{array}\right.$$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Phương trình $\sin x = -\frac{3}{2} < -1$ vô nghiêm.

Câu 12: Các họ nghiệm của phương trình $\cos 2x - \sin x = 0$ là

A. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
B. $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{-\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
D. $\frac{-\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:
Chọn C.

Ta có $\cos 2x - \sin x = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ thỏa điều kiện: $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$.

A. $x = \dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{2}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

Vì $0 \le x < \dfrac{\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{6}$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$ là:

A. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi; x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$.

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi; x = \pi + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi; x = \dfrac{5\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 3 > 1 \\ \sin x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right).$$

Câu 15: Nghiệm của pt $sin^2 x = -sinx + 2$ là:

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi.$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi.$ **C.** $x = \dfrac{-\pi}{2} + k2\pi.$ **D.** $x = k\pi.$

Hướng dẫn giải::

ChọnA.

Đặt $t = \sin x$. Điều kiện $|t| \le 1$

Phương trình trở thành: $t^2 = -t + 2 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \quad (\text{TM}) \\ t = -2 \quad (\text{L}) \end{array}\right.$

Với $t = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \quad (\text{k} \in \text{Z}).$

Câu 16: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x - 2\sin x + \dfrac{3}{4} = 0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi; x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$$\sin^2 x-2\sin x+\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{3}{2}\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right..$$

\+ $\sin x=\frac{3}{2}\Rightarrow$ vô nghiệm vì $\frac{3}{2}>1$.

\+ $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x+\sin x+1=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\mp\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\cos^2 x+\sin x+1=0\Leftrightarrow 1-\sin^2 x+\sin x+1=0\Leftrightarrow -\sin^2 x+\sin x+2=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=2(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$$

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\sin^2 x=-\sin x+2$ là

A. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\sin^2 x=-\sin x+2\Leftrightarrow\sin^2 x+\sin x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-2(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$$

Câu 19: Phương trình $2\sin^2 x+3\sin x-2=0$ có nghiệm là

A. $k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

B. $\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $\frac{\pi}{6}+k2\pi;\ \frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -2 (vn) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

Câu 20: Nghiệm của phương trình lượng giác: $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ thõa điều kiện $0 < x < \frac{\pi}{2}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2}$. **C.** $x = \frac{\pi}{6}$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2\left(1 - \sin^2 x\right) + 3\sin x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. , k \in \mathbb{Z}.$

Do $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên ta chọn $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $1 - 5\sin x + 2\cos^2 x = 0$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$1 - 5\sin x + 2\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 1 - 5\sin x + 2\left(1 - \sin^2 x\right) = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -3 (\text{VN}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 22: Nghiệm của phương trình $5 - 5\sin x - 2\cos^2 x = 0$ là:

A. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$5 - 5\sin x - 2\cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 5 - 5\sin x - 2\left(1 - \sin^2 x\right) = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - 5\sin x + 3 = 0.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \sin x = \dfrac{3}{2}\ (VN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 23: Họ nghiệm của phương trình $\sin^2 2x - 2\sin 2x + 1 = 0$ là :

A. $-\dfrac{\pi}{4} + k\pi$. **B.** $\dfrac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$. **D.** $-\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\sin^2 2x - 2\sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 24: Một họ nghiệm của phương trình $\cos^2 2x + \sin 2x - 1 = 0$ là

A. $\dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $k\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $-\dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $k\dfrac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

$\cos^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow -\sin^2 2x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x = 1\\ \sin 2x = 0\end{array}\right.$.

+) $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi\ \ (k \in \mathbb{Z})$.

+) $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{2}\ \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 25: Một họ nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 3\sin x - 1 = 0$ là

A. $\pi + \arcsin\left(-\dfrac{1}{4}\right) + k2\pi$. **B.** $\pi - \arcsin\left(-\dfrac{1}{4}\right) + k2\pi$.

C. $\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{1}{2}\arcsin\left(-\dfrac{1}{4}\right) + k\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(-\dfrac{1}{4}\right) + k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$2\cos 2x + 3\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - 2\sin^2 x) + 3\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow -4\sin^2 x + 3\sin x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \sin x = -\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$.

+) $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\ \ (k \in \mathbb{Z})$.

+) $\sin x = -\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \arcsin\left(-\dfrac{1}{4}\right) + k2\pi\\ x = \pi - \arcsin\left(-\dfrac{1}{4}\right) + k2\pi\end{array}\right.\ \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\sin^2 2x + 2\sin 2x + 1 = 0$ trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là :

A. $\left\{-\dfrac{\pi}{4}; -\dfrac{3\pi}{4}\right\}$. **B.** $\left\{-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right\}$. **C.** $\left\{\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{4}; -\dfrac{3\pi}{4}\right\}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\sin^2 2x + \sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -1$

$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Theo đề ra $-\pi < x = -\frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < k < \frac{5}{4} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=0 \\ k=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{array}\right.$.

Câu 27: Giải phương trình: $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$.

A. $k\pi$. **B.** $-\frac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình:

$\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = -3 \end{array}\right.$.

+ $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

+ $\sin x = -3$ phương trình vô nghiệm.

Câu 28: Giải phương trình lượng giác $4\sin^4 x + 12\cos^2 x - 7 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có:

$4\sin^4 x + 12\cos^2 x - 7 = 0 \Leftrightarrow 4\sin^4 x - 12\sin^2 x + 5 = 0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin^2 x = \frac{5}{2}\ (L) \\ \sin^2 x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5}{4}\pi + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 29: Phương trình $\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2}$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$\cos 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{5}{2}$.

$\Leftrightarrow 1-2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2\sin^2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{3}{2}=0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2} \\ \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 30: Tìm m để phương trình $2sin^2x-(2m+1)sinx+m=0$ có nghiệm $x\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

A. $-1<m<0$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

Với $x\in\left(-\frac{\pi}{2};0\right)\Rightarrow -1<\sin x<0$

$$2sin^2x-(2m+1)sinx+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=\frac{1}{2} \\ \sin x=m \end{array}\right.$$

Câu 31: Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos^2 x-4\cos x+3=0$.

A. $x=\pi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$$\cos^2 x-4\cos x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=1 \\ \cos x=3(VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 32: Giải phương trình $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left\{k2\pi,\ \pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$$2\cos^2 x-3\cos x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=1 \\ \cos x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Với $\cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Với $\cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 33: Phương trình $\cos 2x+2\cos x-11=0$ có tập nghiệm là:

A. $x=\arccos(-3)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z},\ x=\arccos(-2)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $\varnothing$.

C. $x=\arccos(-2)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\arccos(-3)+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\cos 2x+2\cos x-11=0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x-2\cos x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=3\\ \cos x=-2\end{array}\right.$ vô nghiệm.

Câu 34: Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A. $\sin x+3=0$. **B.** $2\cos^2 x-\cos x-1=0$.
C. $\tan x+3=0$. **D.** $3\sin x-2=0$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\sin x+3=0 \Leftrightarrow \sin x=-3<-1 \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Câu 35: Phương trình: $\sin^2\frac{x}{3}-2\cos\frac{x}{3}+2=0$ có nghiệm là:

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=k3\pi, k\in\mathbb{Z}$ **C.** $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=k6\pi, k\in\mathbb{Z}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\sin^2\frac{x}{3}-2\cos\frac{x}{3}+2=0 \Leftrightarrow \left(1-\cos^2\frac{x}{3}\right)-2\cos\frac{x}{3}+2=0 \Leftrightarrow \cos^2\frac{x}{3}+2\cos\frac{x}{3}-3=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{3}=1\\ \cos\frac{x}{3}=-3\,(vn)\end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{x}{3}=k2\pi \Leftrightarrow x=k6\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 36: Phương trình : $\cos^2 2x+\cos 2x-\frac{3}{4}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$\cos^2 2x+\cos 2x-\frac{3}{4}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=\frac{1}{2}\\ \cos 2x=-\frac{3}{2}\,(\text{VN})\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \cos 2x=\cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$

Câu 37: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\cos x=0$ thỏa điều kiện $0<x<\pi$:

A. $x=\frac{\pi}{6}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\cos^2 x-\cos x=0 \Leftrightarrow \cos x(\cos x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$

Với $0 < x < \pi \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < \dfrac{\pi}{2} + k\pi < \pi \\ 0 < k2\pi < \pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2} < k < \dfrac{1}{2} \\ 0 < k < \dfrac{1}{2} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ VN \end{array}\right. \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{2}$

Câu 38: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 0$ thỏa điều kiện: $\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{3\pi}{2}$.

A. $x = \pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3}$. **C.** $x = \dfrac{3\pi}{2}$. **D.** $x = -\dfrac{3\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Vì $\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{3\pi}{2}$ nên nghiệm của phương trình là $x = \pi$.

Câu 39: Nghiệm của phương trình $3\cos^2 x = -8\cos x - 5$ là:

A. $x = k\pi$. **B.** $x = \pi + k2\pi$. **C.** $x = k2\pi$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

$3\cos^2 x = -8\cos x - 5 \Leftrightarrow 3\cos^2 x + 8\cos x + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -1 \\ \cos x = -\dfrac{5}{3} < -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 40: Nghiệm của pt $2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$ **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k\pi$ **C.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi$

Hướng dẫn giải::

Chọn A

$2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow 2\left(2\cos^2 x - 1\right) + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 x + 2\cos x - 2 - \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = -\dfrac{\left(1 + \sqrt{2}\right)}{2} (loai) \end{array}\right.$

Câu 41: Phương trình $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ có nghiệm là

A. $\pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$2\cos^2 x+3\cos x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=\dfrac{1}{2} \\ \cos x=-2 (vn) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 42: Phương trình lượng giác: $\sin^2 x-3\cos x-4=0$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=-\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **C.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$ **D.** Vô nghiệm

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\sin^2 x-3\cos x-4=0 \Leftrightarrow (1-\cos^2 x)-3\cos x-4=0 \Leftrightarrow \cos^2 x+3\cos x+3=0$

Đặt $t=\cos x$ $(-1\le t\le 1)$. Phương trình trở thành: $t^2+3t+3=0$ (pt vô nghiệm)

Vậy phương trình đã cho vô nghiêm.

Câu 43: Phương trình lượng giác: $\cos^2 x+2\cos x-3=0$ có nghiệm là

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **B.** $x=0$ **C.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ **D.** Vô nghiệm

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t=\cos x$ $(-1\le t\le 1)$. Phương trình trở thành: $t^2+2t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-3 \quad (l) \end{array}\right.$

Với $t=1 \Leftrightarrow \cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 44: Phương trình $\sin^2 2x-2\cos^2 x+\dfrac{3}{4}=0$ có nghiệm là

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi,, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$\sin^2 2x-2\cos^2 x+\dfrac{3}{4}=0 \Leftrightarrow 1-\cos^2 2x-1-\cos 2x+\dfrac{3}{4}=0$

$\Leftrightarrow -\cos^2 2x-\cos 2x+\dfrac{3}{4}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=\dfrac{-3}{2} (vn) \\ \cos 2x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow 2x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 45: Họ nghiệm của phương trình $\cos^2 2x-\cos 2x-2=0$ là

A. $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$. **B.** $-\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{k\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{-\pi}{2}+k2\pi$. **D.** $\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$\cos^2 2x-\cos 2x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=-1 \\ \cos 2x=2 \ \ (\text{VN}) \end{array}\right.$.

$\cos 2x=-1 \Leftrightarrow 2x=\pi+k2\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 46: Họ nghiệm của phương trình $3\cos 4x+2\cos 2x-5=0$ là

A. $k2\pi$. **B.** $\frac{\pi}{3}+k2\pi$. **C.** $k\pi$. **D.** $-\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn C.

$3\cos 4x+2\cos 2x-5=0$.

$\Leftrightarrow 3\left(2\cos^2 2x-1\right)+2\cos 2x-5=0 \Leftrightarrow 6\cos^2 2x+2\cos 2x-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=1\\ \cos 2x=-\frac{4}{3}\quad (\text{VN})\end{array}\right.$.

$\cos 2x=1 \Leftrightarrow 2x=k2\pi \Leftrightarrow x=k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 47: Các họ nghiệm của phương trình $3\sin^2 2x+3\cos 2x-3=0$ là

A. $k\pi;\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **B.** $k\pi;-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi$. **D.** $k\pi;-\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$3\sin^2 2x+3\cos 2x-3=0$.

$\Leftrightarrow 3\left(1-\cos^2 2x\right)+3\cos 2x-3=0 \Leftrightarrow -3\cos^2 2x+3\cos 2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=1\\ \cos 2x=0\end{array}\right.$.

+) $\cos 2x=1 \Leftrightarrow 2x=k2\pi \Leftrightarrow x=k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

+) $\cos 2x=0 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 48: Nghiệm của phương trình $2\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+3\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-5=0$ trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ là:

A. $\left\{-\frac{7\pi}{6};\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{7\pi}{6};-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$. **C.** $\left\{-\frac{7\pi}{6};-\frac{\pi}{6};-\frac{5\pi}{6}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{7\pi}{6};-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

$$2\cos^2\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+3\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1\\ \cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{5}{2}(Loai)\end{array}\right..$$

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{3}=k2\pi \quad \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Theo đề ra $-\frac{3\pi}{2}<x=-\frac{\pi}{6}+k\pi<\frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{3}<k<\frac{5}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}k=-1\\ k=0\\ k=1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{7\pi}{6}\\ x=-\frac{\pi}{6}\\ x=\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$.

Câu 49: Giải phương trình $3\cos^2 x+2\cos x-5=0$.

A. $x = k\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = k2\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Ta có: $3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1$ hoặc $\cos x = -\dfrac{5}{3}$ (loại vì $-1 \le \cos x \le 1$).

Khi đó, $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 50: Phương trình $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{3} \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

Ta có $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + 2(1 - \cos^2 2x) = 2 \Leftrightarrow 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \pi + k2\pi \\ 2x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 51: Phương trình $\tan^2 x + 5\tan x - 6 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan(-6) + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi; x = \arctan(-6) + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi; x = \arctan(-6) + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = k\pi; x = \arctan(-6) + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $t = \tan x$, phương trình trở thành: $t^2 + 5t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -6 \end{array}\right.$.

Với $t = 1$ ta có $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Với $t = -6$ ta có $\tan x = -6 \Leftrightarrow x = \arctan(-6) + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 52: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan^2 x - \left(1 + \sqrt{3}\right)\tan x + 1 = 0$

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi,\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi,\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$\sqrt{3}\tan^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$$

Với $\tan x=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Với $\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 53: Phương trình $\tan x+3\cot x=4$ (với. $k\in\mathbb{Z}$.) có nghiệm là:

A. $\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, \arctan 3+k2\pi$.

B. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\arctan 4+k\pi$.

D. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi, \arctan 3+k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Điều kiện $x\neq k\pi$.

$$\tan x+3\cot x=4 \Leftrightarrow \tan^2 x-4\tan x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ \tan x=3\Rightarrow x=\arctan 3+k\pi\end{array}\right. \quad \left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 54: Phương trình $\tan x+3\cot x=4$ (với $k\in\mathbb{Z}$) có nghiệm là

A. $\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, \arctan 3+k2\pi$.

B. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\arctan 4+k\pi$.

D. $\dfrac{\pi}{4}+k\pi, \arctan 3+k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Đk: $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\pi \Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{2}$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với.

$$\tan^2 x-4\tan x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\arctan 3+k\pi\end{array}\right. \quad \left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

Câu 55: Phương trình $\sqrt{3}\tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x+3=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$.

B. $\left\{\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}-k\pi\end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A.

$$\sqrt{3}\tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=\sqrt{3}\end{array}\right..$$

+) $\tan x=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \quad \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

+) $\tan x=\sqrt{3}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 56: Phương trình $2\tan^2 x+3\tan x+1=0$ có nghiệm là

A. $k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.
B. $\frac{\pi}{4}+k\pi;\ \arctan(-\frac{1}{2})\ (k\in\mathbb{Z})$.
C. $\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ \arctan(-\frac{1}{2})\ (k\in\mathbb{Z})$.
D. $-\frac{\pi}{4}+k\pi;\ \arctan(-\frac{1}{2})+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải::
Chọn D.

Ta có $2\tan^2 x+3\tan x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=-\frac{1}{2}\\ \tan x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 57: Một họ nghiệm của phương trình $\tan^2 2x-3\tan 2x+2=0$ là

A. $-\frac{\pi}{8}+k\pi$.
B. $\frac{\pi}{8}+k\pi$.
C. $-\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$.
D. $\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::
Chọn D.

$\tan^2 2x-3\tan 2x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan 2x=1\\ \tan 2x=2\end{array}\right.$.

+) $\tan 2x=1\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

+) $\tan 2x=2\Leftrightarrow 2x=\arctan 2+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\arctan 2}{2}+\frac{k\pi}{2}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 58: Họ nghiệm của phương trình $3\tan 2x+2\cot 2x-5=0$ là

A. $-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.
B. $\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$.
C. $-\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}$.
D. $\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải::
Chọn D.

ĐK $2x\neq k\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{4}$.

$3\tan 2x+2\cot 2x-5=0\Leftrightarrow 3\tan^2 2x-5\tan 2x+2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan 2x=1\\ \tan 2x=\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ 2x=\arctan\frac{2}{3}+k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{1}{2}\arctan\frac{2}{3}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 59: Trong các nghiệm sau, nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x+5\tan x+3=0$ là :

A. $-\frac{\pi}{3}$.
B. $-\frac{\pi}{4}$.
C. $-\frac{\pi}{6}$.
D. $-\frac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải::
Chọn B.
Dùng chức năng CALC của máy tính để kiểm tra.

Câu 60: Số nghiệm của phương trình $2\tan x-2\cot x-3=0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\pi\right)$ là :

A. 2.
B. 1.
C. 4.
D. 3.

Hướng dẫn giải::

Chọn D.

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0$.

Phương trình: $2\tan x - 2\cot x - 3 = 0$.

$$\Leftrightarrow 2\tan^2 x - 3\tan x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 2 \\ \tan x = -\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Dùng đường tròn lượng giác ta thấy trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ phương trình có 3 nghiệm.

Câu 61: Giải phương trình : $\tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0$.

A. $\dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{4} + k\pi$. **C.** $\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $k\pi$.

Hướng dẫn giải::

Chọn B.

Ta có: $\tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 62: Nghiệm của phương trình $\tan x + \cot x = -2$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{-\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$\tan x + \cot x = -2$

Điều kiện: $x \neq k\dfrac{\pi}{2}$

$$\tan x + \cot x = -2 \Leftrightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = -2$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 63: Phương trình $\dfrac{\tan x}{1 - \tan^2 x} = \dfrac{1}{2}\cot\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Điều kiện: $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi; x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$$\frac{\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{2}\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1 - \tan x . \tan\dfrac{\pi}{4}}{\tan x + \tan\dfrac{\pi}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \Rightarrow 2\tan x = \left(1 - \tan x\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x - 4\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 2+\sqrt{3} \\ \tan x = 2-\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

Câu 64: Phương trình $2\sqrt{2}\left(\sin x + \cos x\right).\cos x = 3 + \cos 2x$ có nghiệm là:

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. Vô nghiệm.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $2\sqrt{2}\left(\sin x + \cos x\right).\cos x = 3 + \cos 2x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin x\cos x + 2\sqrt{2}\cos^2 x = 3\cos^2 x + 3\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x$

$\Leftrightarrow \sin^2 x - \sqrt{2}\sin x\cos x + \left(2 - \sqrt{2}\right)\cos^2 x = 0$

$\Leftrightarrow \tan^2 x - \sqrt{2}\tan x + \left(2 - \sqrt{2}\right) = 0$ (vì $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình)

Phương trình vô nghiệm.

Câu 65: Giải phương trình $5\left(\sin x + \dfrac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$.

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$pt \Leftrightarrow 5\left(\sin x + \frac{3\sin x - 4\sin^3 x + 4\cos^3 x - 3\cos x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5\left(\text{sinx} + \frac{3\left(\sin x - \cos x\right) - 4\left(\sin^3 x - \cos^3 x\right)}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow 5\left(\sin x - \sin x + \cos x\right) = 2\cos^2 x - 1 + 3 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{1}{2} \\ \cos x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$$

Câu 66: Cho phương trình $\dfrac{1}{2}\cos 4x + \dfrac{4\tan x}{1 + \tan^2 x} = m$. Để phương trình vô nghiệm, các giá trị của tham số m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-\dfrac{5}{2} \le m \le 0$.

B. $0 < m \le 1$.

C. $1 < m \le \dfrac{3}{2}$.

D. $m < -\dfrac{5}{2}$ hay $m > \dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $x \ne \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\frac{1}{2}\cos 4x+\frac{4\tan x}{1+\tan^2 x}=m \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 4x+4\tan x.\cos^2 x=m \Leftrightarrow \cos 4x+8\sin x.\cos x=2m$.

$\Leftrightarrow 1-2\sin^2 2x+4\sin 2x=2m \ \Leftrightarrow 2\sin^2 2x-4\sin 2x+2m-1=0 \ (1)$

Đặt $t=\sin 2x \Rightarrow t\in(-1;1)\setminus\{0\}$.

(1) trở thành $2t^2-4t+2m-1=0 \ (2)$, $\Delta'=4-4m+2=6-4m$.

Ta xét (1) có nghiệm, tức là (2) có nghiệm $t_o\in[-1;1]$.

Nếu $\Delta'=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$. (2) có nghiệm kép là $t=1$, loại do $t=1\in[-1;1]\setminus\{0\}$.

Nếu $\Delta'>0 \Leftrightarrow m<\frac{3}{2}$.

Nếu (2) có nghiệm $t=0 \Rightarrow m=\frac{1}{2} \Rightarrow$ nghiệm còn lại là $t=2\notin[-1;1]\setminus\{0\}$.

Khi $m=\neq\frac{1}{2}$ thì (2) phải có hai nghiệm thoả $\left[\begin{array}{l}-1<t_1<1\\-1<t_2<1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}-1<\frac{2-\sqrt{6-4m}}{2}<1 & (a)\\ -1<\frac{2+\sqrt{6-4m}}{2}<1 & (b)\end{array}\right.$

Giải (a), $(a)\Leftrightarrow \begin{cases}2-\sqrt{6-4m}>-2\\2-\sqrt{6-4m}<2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{6-4m}<4\\\sqrt{6-4m}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-\frac{5}{2}\\m<\frac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}<m<\frac{3}{2}$.

Giải (b), $(b)\Leftrightarrow \begin{cases}2+\sqrt{6-4m}>-2\\2+\sqrt{6-4m}<2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{6-4m}>-4\\\sqrt{6-4m}<0\end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Khi đó, (1) có nghiệm khi $-\frac{5}{2}<m\le\frac{3}{2}$.

Vậy (1) vô nghiệm khi $m<-\frac{5}{2}$ hoặc $m>\frac{3}{2}$.

Câu 67: Phương trình: $48-\frac{1}{\cos^4 x}-\frac{2}{\sin^2 x}(1+\cot 2x.\cot x)=0$ có các nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4}$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$.

Ta có: $1+\cot 2x.\cot x=\frac{\cos 2x.\cos x+\sin 2x.\sin x}{\sin 2x.\sin x}=\frac{\cos(2x-x)}{2\sin^2 x.\cos x}=\frac{1}{2\sin^2 x}$

Do đó, phương trình tương đương:

$48-\frac{1}{\cos^4 x}-\frac{1}{\sin^4 x}=0 \Leftrightarrow \frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{(\sin x.\cos x)^4}=48 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=3\sin^4 2x$

Đặt $t=\sin^2 2x$, $0<t\le 1$ (Do điều kiện $\sin 2x\neq 0$). Phương trình trở thành:

$$1-\frac{1}{2}t=3t^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{2}\ (n) \\ t=-\frac{2}{3}\ (l) \end{array}\right.$$

Suy ra: $\sin^2 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}$

Câu 68: Phương trình $\cos 2x+\sin^2 x+2\cos x+1=0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$\cos 2x+\sin^2 x+2\cos x+1=0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+1-\cos^2 x+2\cos x+1=0$

$\Leftrightarrow \cos^2 x+2\cos x+1=0 \Leftrightarrow \cos x=-1 \Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 69: Phương trình: $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$ có nghiệm là:

A. $x=k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=k3\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=k4\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right).\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\left[\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin(2x)\right]-\frac{3}{2}=0$

$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}(-\cos 4x+\sin 2x)-\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\left[-(1-2\sin^2 2x)+\sin 2x\right]-\frac{3}{2}=0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}\sin 2x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x=1 \\ \sin 2x=-2\ (VN) \end{array}\right.$. $\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 70: Phương trình $\sin 3x+\cos 2x=1+2\sin x\cos 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=1 \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=-1 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow \sin 3x+\cos 2x=1+\sin 3x-\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x-\sin x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 71: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 5x+\cos 2x+2\sin 3x\sin 2x=0$ trên $[0;2\pi]$ là

A. 3π.

B. 4π.

C. 5π.

D. 6π.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$pt \Leftrightarrow \cos 5x+\cos 2x-\cos 5x+\cos x=0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x+\cos x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$$

Vì $x\in[0;2\pi]\Rightarrow x\in\left\{\pi,\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3}\right\}$. Vậy tổng các nghiệm là 3π.

Câu 72: Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x$ trong khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là :

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Điều kiện: $\cos 2x\neq 0\Leftrightarrow \sin 2x\neq \pm 1$

Ta có : $\dfrac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x \Leftrightarrow \cos 4x=\sin 2x \Leftrightarrow 1-2\sin^2 2x=\sin 2x \Leftrightarrow 2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=-1\ (l)\\ \sin 2x=\dfrac{1}{2}\ (n)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Vì $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x=\dfrac{\pi}{6}; x=\dfrac{\pi}{3}$

Câu 73: Nghiệm phương trình $\dfrac{\cos x(\cos x+2\sin x)+3\sin x\left(\sin x+\sqrt{2}\right)}{\sin 2x-1}=1$

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$. $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $x=-\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Điều kiện $\sin 2x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{4}+k\pi \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x\neq-\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{cases}$

$$pt\Leftrightarrow \cos^2 x+2\cos x.\sin x+3\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x=\sin 2x-1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x+1=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin x=\sqrt{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{4}+k2\pi(l)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$$

Câu 74: Cho phương trình $\cos 5x\cos x=\cos 4x\cos 2x+3\cos^2 x+1$. Các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình là:

A. $-\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

Phương trình $\Leftrightarrow\ \cos 5x\cos x=\cos 4x\cos 2x+3\cos^2 x+1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 6x+\cos 4x)=\frac{1}{2}(\cos 6x+\cos 2x)+3\cos^2 x+1 \Leftrightarrow \cos 4x=\cos 2x+6\cos^2 x+2$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-1=\cos 2x+3+3\cos 2x+2$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 2x-4\cos 2x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=-1\\ \cos 2x=3(PTVN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Vậy các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi;\pi)$ của phương trình là $x=-\frac{\pi}{2}, x=\frac{\pi}{2}$.

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng $\boxed{\text{CACL}}$ của máy tính cầm tay (casio 570 VN Plus, …), kiểm tra giá trị $x=-\frac{\pi}{2}, x=\frac{\pi}{2}$ của đáp án D thỏa.

Câu 75: Phương trình: $\sin^4 x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$. **C.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **D.** $x=\pi+k2\pi$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

$\sin^4 x+\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin^4\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(1-\cos 2x)^2+\frac{1}{4}\left[1-\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)\right]^2+\frac{1}{4}\left[1-\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\right]^2=\frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow (1-\cos 2x)^2+(1+\sin 2x)^2+(1-\sin 2x)^2=5$

$\Leftrightarrow 1-2\cos 2x+\cos^2 2x+1+2\sin 2x+\sin^2 2x+1-2\sin 2x+\sin^2 2=5$

$\Leftrightarrow -2\cos 2x+\sin^2 2x-1=0 \Leftrightarrow \cos^2 2x+2\cos 2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \cos 2x=-2(PTVN)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng $\boxed{\text{CACL}}$ của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …).

Câu 76: Phương trình: $\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k2\pi\\ x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x-\sin 2x)+\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2x+\cos 2x)+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos 2x+4\sin x=2+\sqrt{2}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\left(1-2\sin^2 x\right)+4\sin x-2-\sqrt{2}\left(1-\sin x\right)=0 \Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin^2 x-\left(4+\sqrt{2}\right)\sin x+2=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\sqrt{2}\,(PTVN)\\ \sin x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$$

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng $\boxed{\text{CACL}}$ của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …).

Kiểm tra giá trị $x=\dfrac{\pi}{12}$ của đáp án A, $x=\dfrac{\pi}{3}$ của đáp án C, $x=\dfrac{\pi}{4}$ của đáp án D đều không thỏa phương trình (*chú ý chỉ lấy một giá trị của họ nghiệm để thử cho đơn giản, các giá trị lấy ra không thuộc họ nghiệm của đáp án khác*); kiểm tra giá trị $x=\dfrac{\pi}{6}$ của đáp án B thỏa phương trình.

Kiểm tra giá trị $x=\dfrac{\pi}{8}$ của đáp án A, $x=\dfrac{\pi}{2}$ của đáp án C, $x=\pi$ của đáp án D đều không thỏa phương trình (*chú ý chỉ lấy một giá trị của họ nghiệm để thử cho đơn giản, các giá trị lấy ra không thuộc họ nghiệm của đáp án khác*); kiểm tra giá trị $x=\dfrac{\pi}{4}$ của đáp án B thỏa phương trình.

Câu 77: Cho phương trình: $\left(\sin x+\dfrac{\sin 3x+\cos 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\dfrac{3+\cos 2x}{5}$. Các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0;2\pi)$ là:

A. $\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}$. **B.** $\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3}$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

Điều kiện: $\sin 2x\neq -\dfrac{1}{2}$. Phương trình đã cho tương đương:

$$\left(\sin x+\frac{3\sin x-4\sin^3 x+4\cos^3 x-3\cos x}{1+2\sin 2x}\right)=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x+\frac{3(\sin x-\cos x)-4\left(\sin^3 x-\cos^3 x\right)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x+\frac{3(\sin x-\cos x)-4(\sin x-\cos x)(1+\sin x.\cos x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x+\frac{(\sin x-\cos x)(-1-4\sin x.\cos x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x-\frac{(\sin x-\cos x)(1+2\sin 2x)}{1+2\sin 2x}=\frac{3+\cos 2x}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sin x-\sin x+\cos x=\frac{3+\cos 2x}{5}\Leftrightarrow 5\cos x=3+\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{1}{2}\\ \cos x=2\,(PTVN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$$

Vì các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0;2\pi)$ nên nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{3},x=\dfrac{5\pi}{3}$.

CÁCH KHÁC:

Dùng chức năng $\boxed{\text{CACL}}$ của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …), kiểm tra các giá trị $x=\dfrac{\pi}{3},x=\dfrac{5\pi}{3}$ của đáp án D đều thỏa phương trình.

Câu 78: Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\sin^2 x-2(m-1)\sin x\cos x-(m-1)\cos^2 x=m$ có nghiệm?

A. $0\le m\le 1$. **B.** $m>1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$pt \Leftrightarrow \frac{1-\cos 2x}{2}-(m-1)\sin 2x-(m-1)\frac{1+\cos 2x}{2}=m \Leftrightarrow 2(m-1)\sin 2x+m\cos 2x=2-3m$$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 4(m-1)^2+m^2\ge(2-3m)^2 \Leftrightarrow 4m^2-4m\le 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 1$

Câu 79: Để phương trình: $\sin^2 x+2(m+1)\sin x-3m(m-2)=0$ có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

A. $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{2}\le m<\frac{1}{2}\\ 1\le m\le 2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{3}\le m\le\frac{1}{3}\\ 1\le m\le 3\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}-2\le m\le -1\\ 0\le m\le 1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}-1\le m\le 1\\ 3\le m\le 4\end{array}\right.$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn B

Đặt $t=\sin x$. Điều kiện $t\in[-1;1]$. Phương trình trở thành: $t^2+2(m+1)t-3m(m-2)=0$ (1). Đặt $f(t)=t^2+2(m+1)t-3m(m-2)$.

Phương trình có nghiệm thuộc đoạn $[-1;1]$ $\Leftrightarrow$(1) có một nghiệm thuộc $[-1;1]$ hoặc có hai nghiệm thuộc $[-1;1]$

$$\Leftrightarrow f(-1).f(1)<0 \text{ hoặc } \begin{cases}\Delta'\ge 0\\ f(1)>0\\ f(-1)>0\\ -1<\frac{S}{2}<1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow(-3m^2+8m+3)(-3m^2+4m-1)<0 \text{ hoặc } \begin{cases}4m^2-4m+1\ge 0\\ -3m^2+8m+3>0\\ -3m^2+4m-1>0\\ -1<-m-1<1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{3}\le m\le\frac{1}{3}\\ 1\le m\le 3\end{array}\right. \text{ hoặc } \begin{cases}m\in\mathbb{R}\\ -\frac{1}{3}<m<1\\ \frac{1}{3}<m<3\\ -2<m<0\end{cases} \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{3}\le m\le\frac{1}{3}\\ 1\le m\le 3\end{array}\right. \text{ hoặc } m\in\varnothing$$

Vậy $-\dfrac{1}{3}\le m\le\dfrac{1}{3}$ hoặc $1\le m\le 3$.

CÁCH KHÁC:
Dùng chức năng SOLVE của máy tính cầm tay (như CASIO 570 VN Plus, …), kiểm tra giá trị trong khoảng như $\{4\}\in[3;4]$ ở đáp án D không thoả, $\{3\}\in[1;3]$ ở đáp án B thì phương trình có nghiệm. Vậy chọn đáp án **B.**

Câu 80: Để phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x=a\,|\sin 2x|$ có nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số a là:

A. $0\le a<\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{8}<a<\frac{3}{8}$. **C.** $a<\frac{1}{4}$. **D.** $a\ge\frac{1}{4}$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

$\sin^6 x+\cos^6 x=a\,|\sin 2x|\Leftrightarrow\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^3-3\sin^2 x.\cos^2 x.\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)=a\left|\sin 2x\right|$

$\Leftrightarrow 1-3\sin^2 x.\cos^2 x=a\left|\sin 2x\right|.\Leftrightarrow 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=a\left|\sin 2x\right|.$

$\Leftrightarrow 3\left|\sin 2x\right|^2+4a\left|\sin 2x\right|-4=0\ \ (1).$

Đặt $t=\left|\sin 2x\right|\Rightarrow 0\le t\le 1$

(1) trở thành $3t^2+4at-4=0\ \ (2)$.

Để phương trình (1) có nghiệm thì phương trình (2) phải có nghiệm trong đoạn $[0;1]$.

Xét phương trình (2), ta có: $\begin{cases}\Delta'=4a^2+12>0\,\forall a\in\mathbb{R}\\ 3.(-4)<0\end{cases}$, nên (2) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Do đó các nghiệm $t_1,t_2\ (t_1<t_2)$ thoả $\begin{cases}t_1=\dfrac{-2a-\sqrt{4a^2+12}}{3}<0\\ t_2=<0\dfrac{-2a+\sqrt{4a^2+12}}{3}\le 1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-\sqrt{4a^2+12}<0\\ -2a+\sqrt{4a^2+12}>0\\ -2a+\sqrt{4a^2+12}\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+\sqrt{4a^2+12}>0 & (a)\\ \sqrt{4a^2+12}>2a & (b)\\ \sqrt{4a^2+12}\le 3+2a & (c)\end{cases}.$$

Xét (a), $2a+\sqrt{4a^2+12}>2a+\sqrt{4a^2}=2a+|2a|\ge 2a-2a=0\ \Rightarrow 2a+\sqrt{4a^2+12}>0\ \ \forall a\in\mathbb{R}$.

Xét (b), $(b)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}4a^2+12\ge 0\\ 2a<0\end{cases}\\ \begin{cases}4a^2+12>0\\ 2a\ge 0\\ 4a^2+12>4a^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}$.

Xét (c), $(c)\Leftrightarrow\begin{cases}4a^2+12\ge 0\\ 3+2a\ge 0\\ 4a^2+12\le 9+12a+4a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge\dfrac{-3}{2}\\ a\ge\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow a\ge\dfrac{1}{4}$

Câu 81: Cho phương trình: $4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)-8\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-4\sin^2 4x=m$ trong đó m là tham số. Để phương trình là vô nghiệm, thì các giá trị thích hợp của m là:

A. $-1\le m\le 0$. **B.** $-\dfrac{3}{2}\le m\le -1$.

C. $-2\le m\le -\dfrac{3}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{25}{4}$ hay $m>0$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

$4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)-8\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-4\sin^2 4x=m$

$\Leftrightarrow 4\left(1-\dfrac{1}{2}\sin^2 2x\right)-8\left(1-\dfrac{3}{4}\sin^2 2x\right)-4\left(1-\cos^2 4x\right)=m$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 4x+4\sin^2 2x-8-m=0\Leftrightarrow 4\cos^2 4x-2\cos 4x-6-m=0\ \ (1)$

Đặt $t=\cos 4x\Rightarrow t\in[-1;1]$.

(1) trở thành $4t^2-2t-6-m=0\ \ (2)$, $\Delta'=25+4m$.

Để tìm m sao cho (1) vô nghiệm, ta sẽ tìm m sao cho (1) có nghiệm rồi sau đó phủ định lại.

(1) có nghiệm thì (2) phải có nghiệm thoả $t_o\in[-1;1]$.

Nếu $\Delta'=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{25}{4}$, (2) có nghiệm kép $t=\dfrac{1}{4}\in[-1;1]$, nên $m=-\dfrac{25}{4}$ thoả (1) có nghiệm.

Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{25}{4}$, khi đó (2) phải có hai nghiệm phân biệt thoả $\left[\begin{array}{l}-1\le t_1\le 1\\ -1\le t_2\le 1\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}-1\le\dfrac{1-\sqrt{25+4m}}{4}\le 1 & (a)\\ -1\le\dfrac{1+\sqrt{25+4m}}{4}\le 1 & (b)\end{array}\right..$$

Giải (a), $(a)\Leftrightarrow\begin{cases}1-\sqrt{25+4m}\ge -4\\ 1-\sqrt{25+4m}\le 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{25+4m}\le 5\\ \sqrt{25+4m}\ge -3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\\ m\ge -\dfrac{25}{4}\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{25}{4}\le m\le 0$

Giải (b), $(b)\Leftrightarrow\begin{cases}1+\sqrt{25+4m}\ge -4\\ 1+\sqrt{25+4m}\le 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{25+4m}\ge -5\\ \sqrt{25+4m}\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25+4m\ge 0\\ 25+4m\le 9\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{25}{4}\le m\le -4$

Kết hợp lại, (1) có nghiệm khi $-\dfrac{25}{4}\le m\le 0$.

Do đó (1) vô nghiệm khi $m<-\dfrac{25}{4}$ hoặc $m>0$.

CÁCH KHÁC:

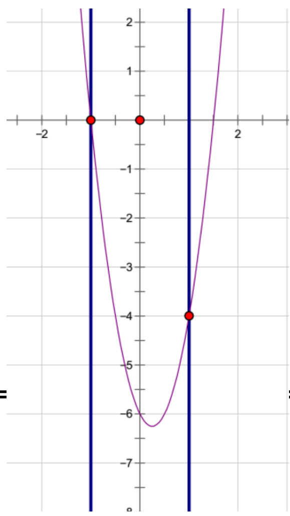
Bài tóan đã cho trở thành tìm m sao cho phương trình $4t^2-2t-6=m$(*) không có nghiệm $t\in[-1;1]$.

Đặt $\begin{cases}(P): y=4t^2-2t-6\\ (d): y=m\end{cases}$

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của (P) và (d).

Phương trình (*) không có nghiệm $t\in[-1;1]$ khi chỉ khi (P) và (d) không giao nhau trong $[-1;1]$.

Dựa vào đồ thị ta có $m<-\dfrac{25}{4}$ hoặc $m>0$.



Câu 82: Cho phương trình: $\dfrac{\sin^6 x+\cos^6 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=2m.\tan 2x$, trong đó m là tham số. Để phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của m là

A. $m\le -\dfrac{1}{8}$ hay $m\ge \dfrac{1}{8}$.

B. $m\le -\dfrac{1}{4}$ hay $m\ge \dfrac{1}{4}$.

C. $m<-\dfrac{1}{8}$ hay $m>\dfrac{1}{8}$.

D. $m<-\dfrac{1}{4}$ hay $m>\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Điều kiện: $\cos 2x\ne 0$

$$pt\Leftrightarrow \frac{1-\frac{3}{4}\sin^2 2x}{\cos 2x}=2m\frac{\sin 2x}{\cos 2x}\Leftrightarrow 3\sin^2 2x+8m\sin^2 2x-4=0 \qquad (1)$$

Đặt $t=\sin 2x,(-1<t<1)$. Phương trình trở thành:

$$3t^2+8mt-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=\dfrac{-4m+\sqrt{16m^2+12}}{3}\\ t_2=\dfrac{-4m-\sqrt{16m^2+12}}{3}\end{array}\right..$$

Vì $a.c<0\Rightarrow$ Phương trình (2) luôn có hai nghiệm trái dấu $t_2<0<t_1$.

$$\text{Do đó } (1) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{-4m+\sqrt{16m^2+12}}{3}<1\\ \dfrac{-4m-\sqrt{16m^2+12}}{3}>-1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{16m^2+12}<3+4m\\ \sqrt{16m^2+12}<3-4m\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{8}\\ m<-\dfrac{1}{8}\end{array}\right.$$