

CẤP SỐ NHÂN

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. Định nghĩa: (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n \cdot q$ với $n \in \mathbb{N}^*$ (q : công bội)

2. Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$

3. Tính chất các số hạng: $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ với $k \geq 2$

4. Tổng n số hạng đầu tiên:
$$\begin{cases} S_n = nu_1 & \text{vôùi } q = 1 \\ S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} & \text{vôùi } q \neq 1 \end{cases}$$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ NHÂN VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số nhân $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ không phụ thuộc vào n và q là công bội.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow ac = b^2$.
- Để xác định một cấp số nhân, ta cần xác định số hạng đầu và công bội. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và q .

Câu 1: Cho dãy số: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân

B. Số hạng tổng quát $u_n = 1^n = 1$

C. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1, q = -1$

D. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^{2n}$.

Câu 2: Cho dãy số: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}$.

B. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.

C. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^n}$.

D. Dãy số này là dãy số giảm.

Câu 3: Cho dãy số: $-1; -1; -1; -1; -1; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Dãy số này không phải là cấp số nhân.

B. Là cấp số nhân có $u_1 = -1; q = 1$.

C. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^n$.

D. Là dãy số giảm.

Câu 4: Cho dãy số: $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.

B. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}$.

C. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}; u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}$.

B. $q = \pm 2$.

C. $q = \pm 4$.

D. $q = \pm 1$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$; $q = -5$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n ?

A. 10; 50; -250; $(-2)(-5)^{n-1}$.

B. 10; -50; 250; $2 \cdot 5^{n-1}$.

C. 10; -50; 250; $(-2) \cdot 5^n$.

D. 10; -50; 250; $(-2)(-5)^{n-1}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$; $q = -4$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n ?

A. -16; 64; -256; $-(-4)^n$.

B. -16; 64; -256; $(-4)^n$.

C. -16; 64; -256; $4(-4)^n$.

D. -16; 64; -256; 4^n .

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = 0,00001$. Tìm q và u_n ?

A. $q = \frac{1}{10}$; $u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$

B. $q = \frac{-1}{10}$; $u_n = -10^{n-1}$

C. $q = \frac{-1}{10}$; $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$

D. $q = \frac{-1}{10}$; $u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 103

B. Số hạng thứ 104

C. Số hạng thứ 105

D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 5.

B. Số hạng thứ 6.

C. Số hạng thứ 7.

D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $q = \frac{-1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 11

B. Số hạng thứ 12

C. Số hạng thứ 9

D. Không là số hạng của cấp số đã cho

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$$

A. $u_1 = 1, u_1 = 2$

B. $u_1 = 1, u_1 = 8$

C. $u_1 = 1, u_1 = 5$

D. $u_1 = 1, u_1 = 9$

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$$

A. $u_1 = \frac{1}{11}, u_1 = \frac{81}{11}$

B. $u_1 = \frac{1}{12}, u_1 = \frac{81}{12}$

C. $u_1 = \frac{1}{13}, u_1 = \frac{81}{13}$

D. $u_1 = \frac{2}{11}, u_1 = \frac{81}{11}$

Câu 14: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết:

$u_n = 2n$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 15: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không ? Nếu phải hãy xác định số công bội ? Biết:

$u_n = 4 \cdot 3^n$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 16: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không? Nếu phải hãy xác định số công bội? Biết:

$$u_n = \frac{2}{n}.$$

A. $q = 3$

B. $q = \frac{1}{2}$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 17: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

1. Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = 2^n$$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 18: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = -\frac{3^{n-1}}{5}$$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 19: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = 3n - 1$$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 20: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = \frac{2^n - 1}{3}$$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 21: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = n^3.$$

A. $q = 3$

B. $q = 2$

C. $q = 4$

D. $q = \emptyset$

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$

1. Tìm công bội của dãy số (u_n) .

A. $q = \frac{3}{2}$

B. $q = \sqrt{3}$

C. $q = \frac{1}{2}$

D. $q = 3$

2. Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{20}$

A. $S = \frac{9}{2}(3^{20} + 1)$

B. $S = \frac{9}{2}(3^{20} - 1)$

C. $S = \frac{9}{2}(3^{10} - 1)$

D. $S = \frac{7}{2}(3^{10} - 1)$

3. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

A. 15

B. 16

C. 19

D. 17

Câu 23:

1. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ 7 gấp 243 lần số hạng thứ hai. Hãy tìm số hạng còn lại của CSN đó.

A. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

B. $u_1 = \frac{2}{7}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

C. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 21; u_6 = 54; u_7 = 162$

D. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$

1. Viết năm số hạng đầu của cấp số;

A. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{5}, u_3 = \frac{2}{9}, u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$

B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}, u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$ C.

$u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}, u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{64}$

D. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}, u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$

2. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số;

A. $S_{10} = \frac{59048}{12383}$

B. $S_{10} = \frac{59123148}{19683}$

C. $S_{10} = \frac{1359048}{3319683}$

D. $S_{10} = \frac{59048}{19683}$

3. Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số ?

A. 41

B. 12

C. 9

D. 3

Câu 25: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2} \cdot u_n \end{cases}$

C. $u_n = n^2 + 1$

D. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}$

Câu 26: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \left(\frac{-1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng.

B. $u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng.

C. $u_n = 4^n$ là dãy số tăng.

D. $u_n = (-4)^n$ là dãy số tăng.

Câu 27: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \frac{1}{10^n}$ là dãy số giảm.

B. $u_n = \frac{-3}{10^n}$ là dãy số giảm.

C. $u_n = 10^n$ là dãy số giảm.

D. $u_n = (-10)^n$ là dãy số giảm.

Câu 28: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. Cấp số nhân: $-2; -2,3; -2,9; \dots$ có $u_6 = (-2)\left(-\frac{1}{3}\right)^5$.

B. Cấp số nhân: $2; -6; 18; \dots$ có $u_6 = 2 \cdot (-3)^6$.

C. Cấp số nhân: $-1; -\sqrt{2}; -2; \dots$ có $u_6 = -2\sqrt{2}$.

D. Cấp số nhân: $-1; -\sqrt{2}; -2; \dots$ có $u_6 = -4\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$

B. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$

C. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$.

D.

$u_k = u_1 + (k-1)q$.

Câu 30: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} \cdot u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$.

B. $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$.

C. $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} \quad (n \geq 2)$.

D. $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}} \quad (n \geq 2)$.

Câu 31: Cho dãy số $(u_n): 1; x; x^2; x^3; \dots$ (với $x \in \mathbb{R}, x \neq 1, x \neq 0$). Chọn mệnh đề đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có $u_n = x^n$.

B. (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 1; q = x$.

C. (u_n) không phải là cấp số nhân.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Câu 32: Cho dãy số $(u_n): x; -x^3; x^5; -x^7; \dots$ (với $x \in \mathbb{R}, x \neq 1, x \neq 0$). Chọn mệnh đề *sai*:

A. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm.

B. (u_n) là cấp số nhân có $u_n = (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-1}$.

C. (u_n) có tổng $S_n = \frac{x(1-x^{2n-1})}{1-x^2}$

D. (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = x, q = -x^2$.

Câu 33: Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. $1; 0,2; 0,04; 0,0008; \dots$

B. $2; 22; 222; 2222; \dots$

C. $x; 2x; 3x; 4x; \dots$

D. $1; -x^2; x^4; -x^6; \dots$

Câu 34: Cho cấp số nhân có $u_1 = 3, q = \frac{2}{3}$. Chọn kết quả đúng:

A. Bốn số hạng tiếp theo của cấp số là: $2; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}$.

B. $u_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

C. $S_n = 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 9$.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Câu 35: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

A. $u_5 = \frac{-27}{16}$.

B. $u_5 = \frac{-16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{16}{27}$.

D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 36: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5.

B. Thứ 6.

C. Thứ 7.

D. Không phải là số hạng của cấp số.

Câu 37: Cho cấp số nhân có $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_5 = 16$. Tìm q và u_1 .

A. $q = \frac{1}{2}$; $u_1 = \frac{1}{2}$.

B. $q = -\frac{1}{2}$; $u_1 = -\frac{1}{2}$.

C. $q = 4$; $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $q = -4$; $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 38: Cho CSN (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$$

1. Tìm công bội và số hạng tổng quát của cấp số

A. $q = 3; u_n = \frac{3^{n-1}}{11}$

B. $q = \frac{1}{3}; u_n = \frac{81}{11} \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

C. Cả A, B đúng

D. Cả A, B sai

2. Tính tổng S_{2011}

A. $q = \frac{1}{3}; S_{2011} = \frac{243}{22} \left(1 - \frac{1}{3^{2011}}\right)$

B. $q = 3; S_{2011} = \frac{1}{22} (3^{2011} - 1)$

C. Cả A, B đúng

D. Cả A, B sai

3. Trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ có bao nhiêu số hạng của cấp số.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- a, b, c theo thứ tự đó lập thành CSN $\Leftrightarrow ac = b^2$.

Câu 1: Cho dãy số $\frac{-1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$. Chọn b để dãy số đã cho lập thành cấp số nhân?

- A. $b = -1$.
B. $b = 1$.
C. $b = 2$.
D. Không có giá trị nào của b .

Câu 2: Cho cấp số nhân: $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$. Giá trị của a là:

- A. $a = \pm \frac{1}{5}$.
B. $a = \pm \frac{1}{25}$.
C. $a = \pm \frac{1}{5}$.
D. $a = \pm 5$.

Câu 3: Cho dãy số: $-1; x; 0,64$. Chọn x để dãy số đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

- A. Không có giá trị nào của x .
B. $x = -0,008$.
C. $x = 0,008$.
D. $x = 0,004$.

Câu 4: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

- A. $u_n = \frac{1}{4^n} - 1$
B. $u_n = \frac{1}{4^{n-2}}$
C. $u_n = n^2 + \frac{1}{4}$
D. $u_n = n^2 - \frac{1}{4}$

Câu 5: Xác định x để 3 số $2x-1; x; 2x+1$ lập thành một cấp số nhân:

- A. $x = \pm \frac{1}{3}$.
B. $x = \pm \sqrt{3}$.
C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.
D. Không có giá trị nào của x .

Câu 6: Xác định x để 3 số $x-2; x+1; 3-x$ lập thành một cấp số nhân:

- A. Không có giá trị nào của x .
B. $x = \pm 1$.
C. $x = 2$.
D. $x = -3$.

Câu 7: Tìm x biết: $1, x^2, 6-x^2$ lập thành cấp số nhân.

- A. $x = \pm 1$
B. $x = \pm \sqrt{2}$
C. $x = \pm 2$
D. $x = \pm \sqrt{3}$

Câu 8: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

- A. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$
B. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{8}\right)$
C. $(x; y) = (3; 1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$
D. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{12}{8}; \frac{1}{8}\right)$

Câu 9: Phương trình $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân.

- A. $m = -1, m = -3, m = -4$
B. $m = -1, m = 13, m = -4$
C. $m = 1, m = 3, m = 4$
D. $m = -1, m = 3, m = -4$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ NHÂN VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số nhân $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ không phụ thuộc vào n và q là công bội.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow ac = b^2$.
- Để xác định một cấp số nhân, ta cần xác định số hạng đầu và công bội. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và q .

Câu 1: Cho dãy số: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** Dãy số này không phải là cấp số nhân **B.** Số hạng tổng quát $u_n = 1^n = 1$
C. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1, q = -1$ **D.** Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^{2n}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $1 = -1(-1); -1 = 1(-1)$. Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1 = -1; q = -1$.

Câu 2. Cho dãy số: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}$. **B.** Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.
C. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^n}$. **D.** Dãy số này là dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $\frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{1}{2}; \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}; \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}; \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}; \dots$. Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1 = 1; q = \frac{1}{2}$.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có: $u_n = u_1 q^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^{n-1}}$.

Câu 3. Cho dãy số: $-1; -1; -1; -1; -1; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** Dãy số này không phải là cấp số nhân. **B.** Là cấp số nhân có $u_1 = -1; q = 1$.
C. Số hạng tổng quát $u_n = (-1)^n$. **D.** Là dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Các số hạng trong dãy giống nhau nên gọi là cấp số nhân với $u_1 = -1; q = 1$.

Câu 4. Cho dãy số: $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.** Dãy số không phải là một cấp số nhân.
B. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}$.
C. Số hạng tổng quát. $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$
D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{1}{3} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; $-\frac{1}{9} = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; $\frac{1}{27} = -\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1 = -1$; $q = -\frac{1}{3}$.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có $u_n = u_1 q^{n-1} = -1 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}$.

B. $q = \pm 2$.

C. $q = \pm 4$.

D. $q = \pm 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có $u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$; $q = -5$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n ?

A. 10; 50; -250; $(-2)(-5)^{n-1}$.

B. 10; -50; 250; $2 \cdot -5^{n-1}$.

C. 10; -50; 250; $(-2) \cdot 5^n$.

D. 10; -50; 250; $(-2)(-5)^{n-1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = (-2) \cdot (-5) = 10$; $u_3 = u_2 \cdot q = 10 \cdot (-5) = -50$; $u_4 = u_3 \cdot q = -50 \cdot (-5) = 250$.

Số hạng tổng quát $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = (-2) \cdot (-5)^{n-1}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$; $q = -4$. Viết 3 số hạng tiếp theo và số hạng tổng quát u_n ?

A. -16; 64; -256; $-(-4)^n$.

B. -16; 64; -256; $(-4)^n$.

C. -16; 64; -256; $4(-4)^n$.

D. -16; 64; -256; 4^n .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 4 \cdot (-4) = -16$; $u_3 = u_2 \cdot q = -16 \cdot (-4) = 64$; $u_4 = u_3 \cdot q = 64 \cdot (-4) = -256$.

Số hạng tổng quát $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 4 \cdot (-4)^{n-1}$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = 0,00001$. Tìm q và u_n ?

A. $q = \frac{1}{10}$; $u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$

B. $q = \frac{-1}{10}$; $u_n = -10^{n-1}$

C. $q = \frac{-1}{10}$; $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$

D. $q = \frac{-1}{10}$; $u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow 0,00001 = -1 \cdot q^5 \Rightarrow q = -\frac{1}{10}$.

Số hạng tổng quát $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -1$; $q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

- A. Số hạng thứ 103
C. Số hạng thứ 105

- B. Số hạng thứ 104
D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{10^{103}} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} \Rightarrow n-1 = 103 \Rightarrow n = 104.$$

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

- A. Số hạng thứ 5.
C. Số hạng thứ 7.

- B. Số hạng thứ 6.
D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 192 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow (-2)^{n-1} = 64 \Rightarrow n-1 = 6 \Rightarrow n = 7.$$

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$; $q = \frac{-1}{2}$. Số 222 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

- A. Số hạng thứ 11
C. Số hạng thứ 9

- B. Số hạng thứ 12
D. Không là số hạng của cấp số đã cho

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 222 = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 74. \text{ Vậy } 222 \text{ không là số hạng của cấp số đã cho.}$$

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85 \end{cases}$$

A. $u_1 = 1, u_1 = 2$

B. $u_1 = 1, u_1 = 8$

C. $u_1 = 1, u_1 = 5$

D. $u_1 = 1, u_1 = 9$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1(1+q+q^2+q^3) = 15 \\ u_1^2(1+q^2+q^4+q^6) = 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \frac{q^4-1}{q-1} = 15 \\ u_1^2 \frac{q^8-1}{q^2-1} = 85 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{q^4-1}{q-1}\right)^2 \left(\frac{q^2-1}{q^8-1}\right) = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{(q^4-1)(q+1)}{(q-1)(q^4+1)} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Từ đó ta tìm được $u_1 = 1, u_1 = 8$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng khác không, tìm u_1 biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$$

A. $u_1 = \frac{1}{11}, u_1 = \frac{81}{11}$

B. $u_1 = \frac{1}{12}, u_1 = \frac{81}{12}$

C. $u_1 = \frac{1}{13}, u_1 = \frac{81}{13}$

D. $u_1 = \frac{2}{11}, u_1 = \frac{81}{11}$

Hướng dẫn giải:

Ta có:
$$\begin{cases} u_1(1+q+q^2+q^3+q^4)=11 \\ u_1(1+q^4)=\frac{82}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q(1+q+q^2)=\frac{39}{11} \\ u_1(1+q^4)=\frac{82}{11} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{q^4+1}{q^3+q^2+q} = \frac{82}{39} \Leftrightarrow q=3, q=\frac{1}{3}.$$

Câu 14: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không? Nếu phải hãy xác định số công bội? Biết:

$$u_n = 2n$$

A. $q=3$

B. $q=2$

C. $q=4$

D. $q=\emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{n}$ phụ thuộc vào n suy ra dãy (u_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 15: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không? Nếu phải hãy xác định số công bội? Biết:

$$u_n = 4 \cdot 3^n$$

A. $q=3$

B. $q=2$

C. $q=4$

D. $q=\emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{4 \cdot 3^{n+1}}{4 \cdot 3^n} = 3$ không phụ thuộc vào n suy ra dãy (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=3$.

Câu 16: Dãy số (u_n) có phải là cấp số nhân không? Nếu phải hãy xác định số công bội? Biết:

$$u_n = \frac{2}{n}.$$

A. $q=3$

B. $q=\frac{1}{2}$

C. $q=4$

D. $q=\emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{n+1} : \frac{2}{n} = \frac{n}{n+1}$ phụ thuộc vào n .

Suy ra dãy (u_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 17: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

1. Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = 2^n$$

A. $q=3$

B. $q=2$

C. $q=4$

D. $q=\emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 2 \Rightarrow (u_n)$ là CSN với công bội $q = 2$

Câu 18: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = -\frac{3^{n-1}}{5}$$

- A. $q = 3$ B. $q = 2$ C. $q = 4$ D. $q = \emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3 \Rightarrow (u_n)$ là CSN với công bội $q = 3$

Câu 19: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = 3n - 1$$

- A. $q = 3$ B. $q = 2$ C. $q = 4$ D. $q = \emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3n+2}{3n-1} \Rightarrow (u_n)$ không phải là CSN

Câu 20: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = \frac{2^n - 1}{3}$$

- A. $q = 3$ B. $q = 2$ C. $q = 4$ D. $q = \emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1} - 1}{2^n - 1} \Rightarrow (u_n)$ không phải là CSN

Câu 21: Xét xem dãy số sau có phải là cấp số nhân hay không? Nếu phải hãy xác định công bội.

$$u_n = n^3.$$

- A. $q = 3$ B. $q = 2$ C. $q = 4$ D. $q = \emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^3}{n^3} \Rightarrow (u_n)$ không phải là CSN.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$

1. Tìm công bội của dãy số (u_n) .

- A. $q = \frac{3}{2}$ B. $q = \sqrt{3}$ C. $q = \frac{1}{2}$ D. $q = 3$

2. Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{20}$

A. $S = \frac{9}{2}(3^{20} + 1)$

B. $S = \frac{9}{2}(3^{20} - 1)$

C. $S = \frac{9}{2}(3^{10} - 1)$

D. $S = \frac{7}{2}(3^{10} - 1)$

3. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

A. 15

B. 16

C. 19

D. 17

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{\frac{n+1}{2}+1}}{3^{\frac{n}{2}+1}} = \sqrt{3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy số là cấp số nhân với $u_1 = 3\sqrt{3}; q = \sqrt{3}$.

2. Ta có $u_2; u_4; u_6; \dots; u_{20}$ lập thành cấp số nhân số hạng đầu $u_2 = 9; q = 3$ và có 10 số hạng nên

$$S = u_2 \cdot \frac{1-3^{10}}{1-3} = 9 \cdot \frac{3^{10}-1}{2} = \frac{9}{2}(3^{10}-1)$$

3. Ta có: $u_n = 19683 \Leftrightarrow 3^{\frac{n}{2}+1} = 3^9 \Leftrightarrow \frac{n}{2} + 1 = 9 \Leftrightarrow n = 16$

Vậy số 19683 là số hạng thứ 16 của cấp số.

Câu 23:

1. Cho cấp số nhân có 7 số hạng, số hạng thứ tư bằng 6 và số hạng thứ 7 gấp 243 lần số hạng thứ hai. Hãy tìm số hạng còn lại của CSN đó.

A. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{5}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

B. $u_1 = \frac{2}{7}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

C. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 21; u_6 = 54; u_7 = 162$

D. $u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi CSN đó là $(u_n), n = \overline{1,7}$. Theo đề bài ta có :

$$\begin{cases} u_4 = 6 \\ u_7 = 243u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^3 = 6 \\ u_1 \cdot q^6 = 243u_1 \cdot q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{9} \\ q = 3 \end{cases}$$

Do đó các số hạng còn lại của cấp số nhân là

$$u_1 = \frac{2}{9}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = 2; u_5 = 18; u_6 = 54; u_7 = 162$$

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$.

1. Viết năm số hạng đầu của cấp số;

A. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{5}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$
 $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{64}$

B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$ C.
D. $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$

2. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số;

A. $S_{10} = \frac{59048}{12383}$ B. $S_{10} = \frac{59123148}{19683}$ C. $S_{10} = \frac{1359048}{3319683}$ D. $S_{10} = \frac{59048}{19683}$

3. Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số ?

A. 41 B. 12 C. 9 D. 3

Hướng dẫn giải:

Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 u_1 q^7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

1. Năm số hạng đầu của cấp số là: $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$.

2. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số

$$S_{10} = u_1 \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 3 \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \right] = \frac{59048}{19683}$$

3. Ta có: $u_n = \frac{2}{3^{n-1}} \Rightarrow u_n = \frac{2}{6561} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 9$

Vậy $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 9 của cấp số.

Câu 25: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2} \cdot u_n \end{cases}$ C. $u_n = n^2 + 1$ D. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Do $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\sqrt{2}$ (không đổi) nên dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2} \cdot u_n \end{cases}$ là một cấp số nhân.

Câu 26: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \left(\frac{-1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng. B. $u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ là dãy số tăng.
C. $u_n = 4^n$ là dãy số tăng. D. $u_n = (-4)^n$ là dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_n > 0$, với mọi n và $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{4^n}{4^{n-1}} = 4 > 1$ nên (u_n) là dãy số tăng.

Câu 27: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây. Cấp số nhân với

A. $u_n = \frac{1}{10^n}$ là dãy số giảm.

B. $u_n = \frac{-3}{10^n}$ là dãy số giảm.

C. $u_n = 10^n$ là dãy số giảm.

D. $u_n = (-10)^n$ là dãy số giảm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $u_n > 0$, với mọi n và $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{10^{n-1}}{10^n} = \frac{1}{10} < 1$ nên (u_n) là dãy số giảm.

Câu 28: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:

A. Cấp số nhân: $-2; -2, 3; -2, 9; \dots$ có $u_6 = (-2) \left(-\frac{1}{3}\right)^5$.

B. Cấp số nhân: $2; -6; 18; \dots$ có $u_6 = 2 \cdot (-3)^6$.

C. Cấp số nhân: $-1; -\sqrt{2}; -2; \dots$ có $u_6 = -2\sqrt{2}$.

D. Cấp số nhân: $-1; -\sqrt{2}; -2; \dots$ có $u_6 = -4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Cấp số nhân có $u_1 = -1; q = \sqrt{2}$ nên $u_6 = u_1 \cdot q^5 = (-1) (\sqrt{2})^5 = -4\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$

B. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$

C. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$.

D.

$u_k = u_1 + (k-1)q$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Theo tính chất các số hạng của cấp số nhân.

Câu 30: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} \cdot u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$.

B. $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$.

C. $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} \quad (n \geq 2)$.

D. $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}} \quad (n \geq 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{1}{10}$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$.

Câu 31: Cho dãy số $(u_n): 1; x; x^2; x^3; \dots$ (với $x \in R, x \neq 1, x \neq 0$). Chọn mệnh đề đúng:

A. (u_n) là cấp số nhân có $u_n = x^n$.

B. (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 1; q = x$.

C. (u_n) không phải là cấp số nhân.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 32: Cho dãy số (u_n) : $x; -x^3; x^5; -x^7; \dots$ (với $x \in \mathbb{R}, x \neq 1, x \neq 0$). Chọn mệnh đề **sai**:

A. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm.

B. (u_n) là cấp số nhân có $u_n = (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-1}$.

C. (u_n) có tổng $S_n = \frac{x(1-x^{2n-1})}{1-x^2}$

D. (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = x, q = -x^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

(u_n) là cấp số nhân có $u_1 = x, q = -x^2$ do đó $u_n = x \cdot (-x^2)^{n-1} = (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-2} \cdot x = (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-1}$.

Suy ra A, B, D đúng.

Câu 33: Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ...

B. 2; 22; 222; 2222; ...

C. $x; 2x; 3x; 4x; \dots$

D. 1; $-x^2; x^4; -x^6; \dots$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dãy số: 1; $-x^2; x^4; -x^6; \dots$ là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$; công bội $q = -x^2$.

Câu 34: Cho cấp số nhân có $u_1 = 3, q = \frac{2}{3}$. Chọn kết quả đúng:

A. Bốn số hạng tiếp theo của cấp số là: $2; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{16}{3}$.

B. $u_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

C. $S_n = 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 9$.

D. (u_n) là một dãy số tăng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Áp dụng công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ ta được: $u_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

Câu 35: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

A. $u_5 = \frac{-27}{16}$.

B. $u_5 = \frac{-16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{16}{27}$.

D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$.

Câu 36: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5.

B. Thứ 6.

C. Thứ 7.

D. Không phải là số hạng của cấp số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Giả sử số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ n của cấp số này.

$$\text{Ta có: } u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow (-3) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow n = 6.$$

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6 của cấp số.

Câu 37: Cho cấp số nhân có $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_5 = 16$. Tìm q và u_1 .

A. $q = \frac{1}{2}$; $u_1 = \frac{1}{2}$.

B. $q = -\frac{1}{2}$; $u_1 = -\frac{1}{2}$.

C. $q = 4$; $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $q = -4$; $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } u_2 = u_1 \cdot q \Leftrightarrow \frac{1}{4} = u_1 \cdot q; u_5 = u_1 \cdot q^4 \Leftrightarrow 16 = u_1 \cdot q^4$$

$$\text{Suy ra: } q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4. \text{ Từ đó: } u_1 = \frac{1}{16}.$$

Câu 38: Cho CSN (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$$

1. Tìm công bội và số hạng tổng quát của cấp số

A. $q = 3$; $u_n = \frac{3^{n-1}}{11}$

B. $q = \frac{1}{3}$; $u_n = \frac{81}{11} \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

C. Cả A, B đúng

D. Cả A, B sai

2. Tính tổng S_{2011}

A. $q = \frac{1}{3}$; $S_{2011} = \frac{243}{22} \left(1 - \frac{1}{3^{2011}}\right)$

B. $q = 3$; $S_{2011} = \frac{1}{22} (3^{2011} - 1)$

C. Cả A, B đúng

D. Cả A, B sai

3. Trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ có bao nhiêu số hạng của cấp số.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải:

1. Gọi q là công bội của cấp số. Khi đó ta có:

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = \frac{39}{11} \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(q + q^2 + q^3) = \frac{39}{11} \\ u_1(1 + q^4) = \frac{82}{11} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{q^4 + 1}{q^3 + q^2 + q} = \frac{82}{39} \Leftrightarrow 39q^4 - 82q^3 - 82q^2 - 82q + 39 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3q-1)(q-3)(13q^2+16q+13)=0 \Leftrightarrow q=\frac{1}{3}, q=3$$

- $q=\frac{1}{3} \Rightarrow u_1=\frac{81}{11} \Rightarrow u_n=\frac{81}{11} \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

- $q=3 \Rightarrow u_1=\frac{1}{11} \Rightarrow u_n=\frac{3^{n-1}}{11}$.

2. Ta có: $S_{2011}=u_1 \frac{q^{2011}-1}{q-1}$

- $q=\frac{1}{3} \Rightarrow S_{2011}=\frac{243}{22} \left(1-\frac{1}{3^{2011}}\right)$

- $q=3 \Rightarrow S_{2011}=\frac{1}{22} (3^{2011}-1)$

3. Với $q=3$ ta có: $u_n=\frac{3^{n-1}}{11} \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow n=3$ nên có một số hạng của dãy

Với $q=\frac{1}{3}$ ta có: $u_n=\frac{1}{11 \cdot 3^{n-5}} \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow n=3$ nên có một số hạng của dãy.

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ NHÂN

Phương pháp:

- a, b, c theo thứ tự đó lập thành CSN $\Leftrightarrow ac = b^2$.

Câu 1: Cho dãy số $\frac{-1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$. Chọn b để dãy số đã cho lập thành cấp số nhân?

A. $b = -1$.

B. $b = 1$.

C. $b = 2$.

D. Không có giá trị nào của b .

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Dãy số đã cho lập thành cấp số nhân khi $\begin{cases} b \geq 0 \\ b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = -1 \end{cases}$ Vậy không có giá trị nào của b .

Câu 2: Cho cấp số nhân: $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$. Giá trị của a là:

A. $a = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $a = \pm \frac{1}{25}$.

C. $a = \pm \frac{1}{5}$.

D. $a = \pm 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $a^2 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{125}\right) = \frac{1}{625} \Leftrightarrow a = \pm \frac{1}{25}$

Câu 3: Cho dãy số: $-1; x; 0,64$. Chọn x để dãy số đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

A. Không có giá trị nào của x .

B. $x = -0,008$.

C. $x = 0,008$.

D. $x = 0,004$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Dãy số: $-1; x; 0,64$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow x^2 = -0,64$ (Phương trình vô nghiệm)

Câu 4: Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số được cho sau đây:

A. $u_n = \frac{1}{4^n} - 1$

B. $u_n = \frac{1}{4^{n-2}}$

C. $u_n = n^2 + \frac{1}{4}$

D. $u_n = n^2 - \frac{1}{4}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $u_n = \frac{1}{4^{n-2}} \Rightarrow u_{n-1} = \frac{1}{4^{n-3}}$. Suy ra $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{4}$ (Không đổi). Vậy (u_n) : $u_n = \frac{1}{4^{n-2}}$ là một cấp số nhân

có công bội $q = \frac{1}{4}$.

Câu 5: Xác định x để 3 số $2x-1; x; 2x+1$ lập thành một cấp số nhân:

A. $x = \pm \frac{1}{3}$.

B. $x = \pm \sqrt{3}$.

C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. Không có giá trị nào của x .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ba số: $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2$
 $\Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 6: Xác định x để 3 số $x-2$; $x+1$; $3-x$ lập thành một cấp số nhân:

- A. Không có giá trị nào của x . B. $x = \pm 1$.
 C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ba số $x-2$; $x+1$; $3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow (x-2)(3-x) = (x+1)^2$
 $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 7 = 0$ (Phương trình vô nghiệm)

Câu 7: Tìm x biết: $1, x^2, 6-x^2$ lập thành cấp số nhân.

- A. $x = \pm 1$ B. $x = \pm\sqrt{2}$ C. $x = \pm 2$ D. $x = \pm\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $1, x^2, 6-x^2$ lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow x^4 = 6-x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Câu 8: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

- A. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$ B. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{8}\right)$
 C. $(x; y) = (3; 1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$ D. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{12}{8}; \frac{1}{8}\right)$

Hướng dẫn giải:

Ta có hệ:
$$\begin{cases} x+6y+8x+y = 2(5x+2y) \\ (x+\frac{5}{3}y)(2x-3y) = (y-1)^2 \end{cases}$$
 giải hệ này ta tìm được

$$(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right).$$

Câu 9: Phương trình $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân.

- A. $m = -1, m = -3, m = -4$ B. $m = -1, m = 13, m = -4$
 C. $m = 1, m = 3, m = 4$ D. $m = -1, m = 3, m = -4$

Hướng dẫn giải:

Giả sử phương trình có ba nghiệm phân biệt lập thành CSN, khi đó:

$$\begin{cases} x_1 x_3 = x_2^2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = m + 1 \end{cases} \Rightarrow x_2 = -\frac{m+1}{2}$$

thay vào phương trình ta có: $m = -1, m = 3, m = -4$.

Bằng cách thay từng giá trị của m vào phương trình ta thấy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.