

CẤP SỐ CỘNG

A – LÝ THUYẾT TÓM TẮT

1. **Định nghĩa:** (u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (d : công sai)

2. **Số hạng tổng quát:** $u_n = u_1 + (n-1)d$ với $n \geq 2$

3. **Tính chất các số hạng:** $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$

4. **Tổng n số hạng đầu tiên:** $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ CỘNG VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d$ không phụ thuộc vào n và d là công sai.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$.
- Để xác định một cấp số cộng, ta cần xác định số hạng đầu và công sai. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và d .

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Dãy số $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$.

B. Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2}; n = 3 \end{cases}$.

C. Dãy số: $-2; -2; -2; -2; \dots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$.

D. Dãy số: $0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots$ không phải là một cấp số cộng.

Câu 2: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2}$. Hãy chọn kết quả **đúng**

A. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1, \dots$

B. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \dots$

C. Dạng khai triển: $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; \dots$

D. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$

Câu 3: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; u_6 = 27$. Tìm d ?

A. $d = 5$.

B. $d = 7$.

C. $d = 6$.

D. $d = 8$.

Câu 4: Cho một cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; u_8 = 26$ Tìm d ?

$$A. d = \frac{11}{3}.$$

$$B. d = \frac{3}{11}.$$

$$C. d = \frac{10}{3}.$$

$$D. d = \frac{3}{10}.$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1; d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là:

$$A. 1,6.$$

$$B. 6.$$

$$C. 0,5.$$

$$D. 0,6.$$

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1; d = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 0,6.

B. Cấp số cộng này không có hai số 0,5 và 0,6.

C. Số hạng thứ 6 của cấp số cộng này là: 0,5

D. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,9.

Câu 7: Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

$$A. 1,5,6,8$$

$$B. 2,4,6,8$$

$$C. 1,4,6,9$$

$$D. 1,4,7,8$$

Câu 8: Cho CSC (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

1. Xác định công sai và:

$$A. d = 2$$

$$B. d = 4$$

$$C. d = 3$$

$$D. d = 5$$

2. công thức tổng quát của cấp số

$$A. u_n = 3n - 2$$

$$B. u_n = 3n - 4$$

$$C. u_n = 3n - 3$$

$$D. u_n = 3n - 1$$

2. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.

$$A. S = 673015$$

$$B. S = 6734134$$

$$C. S = 673044$$

$$D. S = 141$$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$$

1. Tính số hạng thứ 100 của cấp số ;

$$A. u_{100} = -243$$

$$B. u_{100} = -295$$

$$C. u_{100} = -231$$

$$D. u_{100} = -294$$

2. Tính tổng 15 số hạng đầu của cấp số ;

$$A. S_{15} = -244$$

$$B. S_{15} = -274$$

$$C. S_{15} = -253$$

$$D. S_{15} = -285$$

3. Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$.

$$A. S = -1286$$

$$B. S = -1276$$

$$C. S = -1242$$

$$D. S = -1222$$

Câu 10 : Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

1. Xác định công sai?

$$A. d=3$$

$$B. d=5$$

$$C. d=6$$

$$D. d=4$$

2. Tính tổng $S = u_5 + u_7 + \dots + u_{2011}$

$$A. S = 3028123$$

$$B. S = 3021233$$

$$C. S = 3028057$$

$$D. S = 3028332$$

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với: $u_n = \frac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không phải là cấp số cộng.

B. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}n$.

C. Hiệu : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$.

D. Tổng của 5 số hạng đầu tiên là: $S_5 = 12$.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với : $u_n = 2n + 5$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Là cấp số cộng có $d = -2$. B. Là cấp số cộng có $d = 2$.

C. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = 2n + 7$.

D. Tổng của 4 số hạng đầu tiên là: $S_4 = 40$

Câu 13. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = -3; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

D. $u_n = n \left(-3 + \frac{1}{4}(n-1) \right)$.

Câu 14. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = \frac{-1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5 = \frac{5}{4}$.

B. $S_5 = \frac{4}{5}$.

C. $S_5 = -\frac{5}{4}$.

D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) có $d = -2; S_8 = 72$. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 16$

B. $u_1 = -16$

C. $u_1 = \frac{1}{16}$

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$

Câu 16. Cho dãy số (u_n) có $d = 0,1; S_5 = -0,5$. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 0,3$.

B. $u_1 = \frac{10}{3}$.

C. $u_1 = \frac{10}{3}$.

D. $u_1 = -0,3$.

Câu 17. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng?

A. $n = 20$.

B. $n = 21$.

C. $n = 22$.

D. $n = 23$.

Câu 18: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$

A. $S = \frac{9}{246}$

B. $S = \frac{4}{23}$

C. $S = 123$

D. $S = \frac{49}{246}$

Câu 19: Dãy số (u_n) có phải là cấp số cộng không ? Nếu phải hãy xác định số công sai ? Biết:

1. $u_n = 2n + 3$

A. $d = -2$

B. $d = 3$

C. $d = 5$

D. $d = 2$

2. $u_n = -3n + 1$

A. $d = -2$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

3. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

4. $u_n = \frac{2}{n}$

A. $d = \emptyset$

B. $d = \frac{1}{2}$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

Câu 20: Xét xem các dãy số sau có phải là cấp số cộng hay không? Nếu phải hãy xác định công sai.

1. $u_n = 3n + 1$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

2. $u_n = 4 - 5n$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -5$

D. $d = 1$

3. $u_n = \frac{2n+3}{5}$

A. $d = \emptyset$

B. $d = \frac{2}{5}$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

4. $u_n = \frac{n+1}{n}$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

5. $u_n = \frac{n}{2^n}$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

6. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,3; u_8 = 8$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 2 của cấp số cộng này là: 1,4.

B. Số hạng thứ 3 của cấp số cộng này là: 2,5.

C. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,6.

D. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 7,7.

Câu 22: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. 7; 12; 17.

B. 6; 10; 14.

C. 8; 13; 18.

D. 6; 12; 18.

Câu 23: Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.

A. $\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{6}{3}; \frac{7}{3}$.

B. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$.

C. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{14}{3}$.

D. $\frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \frac{11}{4}; \frac{15}{4}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với: $u_n = 7 - 2n$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. 3 số hạng đầu của dãy: $u_1 = 5; u_2 = 3; u_3 = 1$.

B. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = 8 - 2n$.

C. Là cấp số cộng có $d = -2$.

D. Số hạng thứ 4: $u_4 = -1$.

Câu 25: Cho dãy số (u_n) có $u_1 = \sqrt{2}; d = \sqrt{2}; S = 21\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S là tổng của 5 số hạng đầu của cấp số cộng.

B. S là tổng của 6 số hạng đầu của cấp số cộng.

C. S là tổng của 7 số hạng đầu của cấp số cộng.

D. S là tổng của 4 số hạng đầu của cấp số cộng.

Câu 26: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d , $n \geq 2$?

A. $u_n = u_1 + d$.

B. $u_n = u_1 + (n+1)d$

C. $u_n = u_1 - (n-1)d$

D.

$u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

- A. $u_1 = 20, d = -3$. B. $u_1 = -22, d = 3$. C. $u_1 = -21, d = -3$. D. $u_1 = -21, d = -3$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $S = 24$. B. $S = -24$. C. $S = 26$. D. $S = -25$.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

- A. $u_1 = -35, d = -5$. B. $u_1 = -35, d = 5$. C. $u_1 = 35, d = -5$ D. $u_1 = 35, d = 5$.

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $S_{20} = 200$ B. $S_{20} = -200$ C. $S_{20} = 250$ D. $S_{20} = -25$

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20, u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d ?

- A. $u_1 = 20; d = 7$. B. $u_1 = 20,5; d = 7$. C. $u_1 = 20,5; d = -7$. D. $u_1 = -20,5; d = -7$.

Câu 32: Cho cấp số cộng: $-2; -5; -8; -11; -14; \dots$. Tìm d và tổng của 20 số hạng đầu tiên?

- A. $d = 3; S_{20} = 510$. B. $d = -3; S_{20} = -610$.
C. $d = -3; S_{20} = 610$. D. $d = 3; S_{20} = -610$.

Câu 33: Cho dãy số $(u_n) : \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; \dots$ Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. (u_n) là một cấp số cộng. B. có $d = -1$.
C. Số hạng $u_{20} = 19,5$. D. Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180 .

Câu 34: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = -\frac{2}{3}$. B. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = \frac{2}{3}$.
C. (u_n) không phải là cấp số cộng. D. (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{1}{n+2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Các số hạng của dãy luôn dương. B. là một dãy số giảm dần.
C. là một cấp số cộng. D. bị chặn trên bởi $M = \frac{1}{2}$.

Câu 36: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n^2-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = \frac{2}{3}$; B. Số hạng thứ $n+1: u_{n+1} = \frac{2(n+1)^2-1}{3}$
C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{2(2n+1)}{3}$ D. Không phải là một cấp số cộng.

Câu 37: Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30° . Tìm các góc còn lại?

- A. $75^\circ; 120^\circ; 165^\circ$. B. $72^\circ; 114^\circ; 156^\circ$. C. $70^\circ; 110^\circ; 150^\circ$. D. $80^\circ; 110^\circ; 135^\circ$.

Câu 38: Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29 .

- A. $1; 2; 3$ B. $-4; -3; -2$ C. $-2; -1; 0$ D. $-3; -2; -1$

Câu 39: Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết tổng số hạng đầu và cuối là 37 , tổng hai số hạng giữa là 36 , tìm bốn số đó.

- A. $b = 15, c = 20, d = 25, a = 12$ B. $b = 16, c = 20, d = 25, a = 12$

C. $b = 15, c = 25, d = 25, a = 12$

D. $b = 16, c = 20, d = 25, a = 18$

Câu 40: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$. Tìm u_1, d ?

A. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 2, u_1 = -17 \end{cases}$

B. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 3, u_1 = -7 \end{cases}$

C. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = -3, u_1 = -17 \end{cases}$

D. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 3, u_1 = -17 \end{cases}$

Câu 41: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d > 0$; $\begin{cases} u_{31} + u_{34} = 11 \\ u_{31}^2 + u_{34}^2 = 101 \end{cases}$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

A. $u_n = 3n - 9$

B. $u_n = 3n - 2$

C. $u_n = 3n - 92$

D. $u_n = 3n - 66$

Câu 42: Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại?

A. $65^\circ; 90^\circ$.

B. $75^\circ; 80^\circ$.

C. $60^\circ; 95^\circ$.

D. $60^\circ; 90^\circ$.

Câu 43: Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C = 5A$. Xác định số đo các góc A, B, C .

A. $\begin{cases} A = 10^\circ \\ B = 120^\circ \\ C = 50^\circ \end{cases}$

B. $\begin{cases} A = 15^\circ \\ B = 105^\circ \\ C = 60^\circ \end{cases}$

C. $\begin{cases} A = 5^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 25^\circ \end{cases}$

D. $\begin{cases} A = 20^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 100^\circ \end{cases}$

Câu 44: Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và

$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ tính các góc của tam giác

A. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

B. $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ$

C. $10^\circ, 50^\circ, 120^\circ$

D. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- a, b, c theo thứ tự đó lập thành CSC $\Leftrightarrow a + c = 2b$

Câu 1: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$. B. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.
C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$. D. $a^2 - c^2 = ab - bc$.

Câu 2: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ac$. B. $a^2 - c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.
C. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$. D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc + 2ac$.

Câu 3: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng ?

- A. $2b^2, a, c^2$. B. $-2b, -2a, -2c$. C. $2b, a, c$. D. $2b, -a, -c$.

Câu 4: Xác định x để 3 số : $1-x; x^2; 1+x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của x . B. $x = \pm 2$.
C. $x = \pm 1$. D. $x = 0$.

Câu 5: Xác định x để 3 số : $1+2x; 2x^2-1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. $x = \pm 3$. B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. Không có giá trị nào của x .

Câu 6: Xác định a để 3 số : $1+3a; a^2+5; 1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của a . B. $a = 0$.
C. $a = \pm 1$ D. $a = \pm \sqrt{2}$.

Câu 7: Tìm x biết :

1. $x^2+1, x-2, 1-3x$ lập thành cấp số cộng ;

- A. $x = 4, x = 3$ B. $x = 2, x = 3$ C. $x = 2, x = 5$ D. $x = 2, x = 1$

Câu 8: Cho các số $5x-y, 2x+3y, x+2y$ lập thành cấp số cộng ; các số $(y+1)^2, xy+1, (x-1)^2$ lập thành cấp số nhân. Tính x, y

- A. $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$ B. $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$
C. $(x; y) = (1; 0); \left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$ D. $(x; y) = (0; 1); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{13}{4}; -\frac{13}{10}\right)$

Câu 9: Tìm x, y biết: Các số $x+5y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y-1)^2, xy-1, (x+1)^2$ lập thành cấp số nhân.

- A. $(x; y) = \left(-\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $(x; y) = \left(\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $(x; y) = \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

D. $(x; y) = \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Câu 10: Tìm x, y biết: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$

B. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{8}\right)$

C. $(x; y) = (3; 1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$

D. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{12}{8}; \frac{1}{8}\right)$

Câu 11: Xác định a, b để phương trình $x^3 + ax + b = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $b = 0, a < 0$

B. $b = 0, a = 1$

C. $b = 0, a > 0$

D. $b > 0, a < 0$

Câu 12: Tìm m để phương trình: $mx^4 - 2(m-1)x^2 + m - 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m = -\frac{9}{16}$

B. $m = -1$

C. $m = -\frac{7}{16}$

D. $m = -\frac{9}{12}$

Câu 13: Tìm m để phương trình: $x^3 - 3mx^2 + 4mx + m - 2 = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân

A. $\begin{cases} m = -\frac{1}{27} \\ m = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = \frac{10}{7} \\ m = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -\frac{10}{27} \\ m = 0 \end{cases}$

Câu 14: Xác định m để:

1. Phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m = 16$

B. $m = 11$

C. $m = 13$

D. $m = 12$

2. Phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$

B. $m = 4$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$

C. $m = 4$ hoặc $m = -2$

D. $m = 3$ hoặc $m = -1$

C- HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CẤP SỐ CỘNG VÀ CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- Dãy số (u_n) là một cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d$ không phụ thuộc vào n và d là công sai.
- Ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$.
- Để xác định một cấp số cộng, ta cần xác định số hạng đầu và công sai. Do đó, ta thường biểu diễn giả thiết của bài toán qua u_1 và d .

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Dãy số $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$ là một cấp số cộng:
$$\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$$

B. Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots$ là một cấp số cộng:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2}; n = 3 \end{cases}$$

C. Dãy số: $-2; -2; -2; -2; \dots$ là cấp số cộng
$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$$

D. Dãy số: $0, 1; 0, 01; 0, 001; 0, 0001; \dots$ không phải là một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots$ không phải cấp số cộng do
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_2 = 1.$$

Câu 2: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2}$. Hãy chọn kết quả **đúng**

A. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1, \dots$

B. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \dots$

C. Dạng khai triển: $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; \dots$

D. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 3: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; u_6 = 27$. Tìm d ?

A. $d = 5$.

B. $d = 7$.

C. $d = 6$.

D. $d = 8$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_6 = 27 \Leftrightarrow u_1 + 5d = 27 \Leftrightarrow -3 + 5d = 27 \Leftrightarrow d = 6$

Câu 4: Cho một cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; u_8 = 26$ Tìm d ?

$$A. d = \frac{11}{3}.$$

$$B. d = \frac{3}{11}.$$

$$C. d = \frac{10}{3}.$$

$$D. d = \frac{3}{10}.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } u_8 = 26 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 26 \Leftrightarrow \frac{1}{3} + 7d = 26 \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1; d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là:

$$A. 1,6.$$

$$B. 6.$$

$$C. 0,5.$$

$$D. 0,6.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Số hạng tổng quát của cấp số cộng } (u_n) \text{ là: } u_n = u_1 + (n-1).d \Rightarrow u_7 = -0,1 + (7-1).0,1 = \frac{1}{2}$$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1; d = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$A. \text{Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: } 0,6.$$

$$B. \text{Cấp số cộng này không có hai số } 0,5 \text{ và } 0,6.$$

$$C. \text{Số hạng thứ 6 của cấp số cộng này là: } 0,5$$

$$D. \text{Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: } 3,9.$$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Số hạng tổng quát của cấp số cộng } (u_n) \text{ là: } u_n = -0,1 + (n-1).1 = n - \frac{11}{10}.$$

$$\text{Giả sử tồn tại } k \in \mathbb{N}^* \text{ sao cho } u_k = 0,5 \Leftrightarrow k - \frac{11}{10} = 0,5 \Leftrightarrow k = \frac{8}{5} \text{ (loại)}. \text{ Tương tự số } 0,6$$

Câu 7: Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

$$A. 1,5,6,8$$

$$B. 2,4,6,8$$

$$C. 1,4,6,9$$

$$D. 1,4,7,8$$

Hướng dẫn giải:

Giả sử bốn số hạng đó là $a-3x; a-x; a+x; a+3x$ với công sai là $d=2x$. Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} (a-3x) + (a-x) + (a+x) + (a+3x) = 20 \\ (a-3x)^2 + (a-x)^2 + (a+x)^2 + (a+3x)^2 = 120 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 20 \\ 4a^2 + 20x^2 = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy bốn số cần tìm là 2, 4, 6, 8.

Chú ý:

* Cách gọi các số hạng của cấp số cộng như trên giúp ta giải quyết bài toán gọn hơn.

* Nếu số hạng cấp số cộng là lẻ thì gọi công sai $d=x$, là chẵn thì gọi công sai $d=2x$ rồi viết các số hạng cấp số dưới dạng đối xứng.

* Nếu cấp số cộng (a_n) thỏa: $\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_n = p \\ a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = s^2 \end{cases}$ thì:

$$a_1 = \frac{1}{n} \left[p - \frac{n(n-1)}{2} d \right] \text{ và } d = \pm \sqrt{\frac{12(ns^2 - p^2)}{n^2(n^2 - 1)}}.$$

Câu 8: Cho CSC (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

1. Xác định công sai và;

- A.** $d = 2$ **B.** $d = 4$ **C.** $d = 3$ **D.** $d = 5$
2. công thức tổng quát của cấp số
A. $u_n = 3n - 2$ **B.** $u_n = 3n - 4$ **C.** $u_n = 3n - 3$ **D.** $u_n = 3n - 1$
2. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.
A. $S = 673015$ **B.** $S = 6734134$ **C.** $S = 673044$ **D.** $S = 141$

Hướng dẫn giải:

Gọi d là công sai của CSC, ta có:

$$\begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 10 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

1. Ta có công sai $d = 3$ và số hạng tổng quát : $u_n = u_1 + (n-1)d = 3n - 2$.
2. Ta có các số hạng $u_1, u_4, u_7, \dots, u_{2011}$ lập thành một CSC gồm 670 số hạng với công sai $d' = 3d$, nên ta có: $S = \frac{670}{2}(2u_1 + 669d') = 673015$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$.

1. Tính số hạng thứ 100 của cấp số ;
A. $u_{100} = -243$ **B.** $u_{100} = -295$ **C.** $u_{100} = -231$ **D.** $u_{100} = -294$
2. Tính tổng 15 số hạng đầu của cấp số ;
A. $S_{15} = -244$ **B.** $S_{15} = -274$ **C.** $S_{15} = -253$ **D.** $S_{15} = -285$
3. Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$.
A. $S = -1286$ **B.** $S = -1276$ **C.** $S = -1242$ **D.** $S = -1222$

Hướng dẫn giải:

Từ giả thiết bài toán, ta có: $\begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

1. Số hạng thứ 100 của cấp số: $u_{100} = u_1 + 99d = -295$
2. Tổng của 15 số hạng đầu: $S_{15} = \frac{15}{2}[2u_1 + 14d] = -285$
3. Ta có: $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = \frac{27}{2}[2u_4 + 26d]$
 $= 27(u_1 + 16d) = -1242$.

Chú ý: Ta có thể tính S theo cách sau:

$$S = S_{30} - S_3 = 15(2u_1 + 29d) - \frac{3}{2}(2u_1 + 2d) = -1242.$$

Câu 10 : Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

1. Xác định công sai?

A. $d=3$

B. $d=5$

C. $d=6$

D. $d=4$

2. Tính tổng $S = u_5 + u_7 + \dots + u_{2011}$

A. $S = 3028123$

B. $S = 3021233$

C. $S = 3028057$

D. $S = 3028332$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 4d = 13 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow u_1 = 1, d = 3; u_5 = u_1 + 4d = 1 + 12 = 13$

2. Ta có $u_5, u_7, \dots, u_{2011}$ lập thành CSC với công sai $d = 6$ và có 1003 số hạng nên

$$S = \frac{1003}{2}(2u_5 + 1002 \cdot 6) = 3028057.$$

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số này không phải là cấp số cộng.

B. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}n$.

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$.

D. Tổng của 5 số hạng đầu tiên là: $S_5 = 12$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_{n+1} = \frac{1}{2}(n+1) + 1 = \frac{1}{2}n + 1 + \frac{1}{2} = u_n + \frac{1}{2} \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Đáp án C đúng.

Câu 12. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 5$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Là cấp số cộng có $d = -2$. B. Là cấp số cộng có $d = 2$.

C. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = 2n + 7$.

D. Tổng của 4 số hạng đầu tiên là: $S_4 = 40$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phương pháp loại trừ: A hoặc B sai.

Thật vậy $u_{n+1} = 2(n+1) + 5 = 2n + 5 + 2 = u_n + 2 \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ đáp án A sai.

Câu 13. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = -3; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

D. $u_n = n \left(-3 + \frac{1}{4}(n-1) \right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sử dụng công thức SHTQ $u_n = u_1 + (n-1)d \ (\forall n \geq 2)$. Ta có: $u_n = -3 + (n-1)\frac{1}{2}$

Câu 14. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = -\frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5 = \frac{5}{4}$.

B. $S_5 = \frac{4}{5}$.

C. $S_5 = -\frac{5}{4}$.

D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sử dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$, $n \in \mathbb{N}^*$

Tính được: $S_5 = -\frac{5}{4}$

Câu 15. Cho dãy số (u_n) có $d = -2$; $S_8 = 72$. Tính u_1 ?

- A. $u_1 = 16$ B. $u_1 = -16$ C. $u_1 = \frac{1}{16}$ D. $u_1 = -\frac{1}{16}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \\ d = \frac{u_n - u_1}{n-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_8 = 2S_8 : 8 \\ u_8 - u_1 = 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_8 + u_1 = 18 \\ u_8 - u_1 = -14 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 16.$$

Câu 16. Cho dãy số (u_n) có $d = 0,1$; $S_5 = -0,5$. Tính u_1 ?

- A. $u_1 = 0,3$. B. $u_1 = \frac{10}{3}$. C. $u_1 = \frac{10}{3}$. D. $u_1 = -0,3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n - u_1 = (n-1)d \\ u_n + u_1 = \frac{2S_n}{n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_5 - u_1 = 4 \cdot 0,1 \\ u_5 + u_1 = -0,25 \end{cases} \Rightarrow u_1 = -0,3. \text{ Suy ra chọn đáp án D.}$$

Câu 17. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1$; $d = 2$; $S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng?

- A. $n = 20$. B. $n = 21$. C. $n = 22$. D. $n = 23$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow 2.483 = n.(2 \cdot -1 + (n-1) \cdot 2) \Leftrightarrow n^2 - 2n - 483 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 23 \\ n = -21 \end{cases}$$

Do $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 23$.

Câu 18: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$

- A. $S = \frac{9}{246}$ B. $S = \frac{4}{23}$ C. $S = 123$ D. $S = \frac{49}{246}$

Hướng dẫn giải:

Gọi d là công sai của cấp số đã cho

$$\text{Ta có: } S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5$$

$$\Rightarrow 5S = \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\
&= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\
&= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246} \\
\Rightarrow S &= \frac{49}{246}.
\end{aligned}$$

Câu 19: Dãy số (u_n) có phải là cấp số cộng không? Nếu phải hãy xác định số công sai? Biết:

1. $u_n = 2n + 3$

A. $d = -2$

B. $d = 3$

C. $d = 5$

D. $d = 2$

2. $u_n = -3n + 1$

A. $d = -2$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

3. $u_n = n^2 + 1$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

4. $u_n = \frac{2}{n}$

A. $d = \emptyset$

B. $d = \frac{1}{2}$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 3 - (2n + 3) = 2$ là hằng số

Suy ra dãy (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$.

2. Ta có: $u_{n+1} - u_n = -3(n+1) + 1 - (-3n + 1) = -3$ là hằng số

Suy ra dãy (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -3$.

3. Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 1 - (n^2 + 1) = 2n + 1$ phụ thuộc vào n . Suy ra dãy (u_n) không phải là cấp số cộng.

4. Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n} = \frac{-2}{n(n+1)}$ phụ thuộc vào n

Vậy dãy (u_n) không phải là cấp số cộng.

Câu 20: Xét xem các dãy số sau có phải là cấp số cộng hay không? Nếu phải hãy xác định công sai.

1. $u_n = 3n + 1$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -3$

D. $d = 1$

2. $u_n = 4 - 5n$

A. $d = \emptyset$

B. $d = 3$

C. $d = -5$

D. $d = 1$

3. $u_n = \frac{2n+3}{5}$

A. $d = \emptyset$ B. $d = \frac{2}{5}$ C. $d = -3$ D. $d = 1$

4. $u_n = \frac{n+1}{n}$
A. $d = \emptyset$ B. $d = 3$ C. $d = -3$ D. $d = 1$

5. $u_n = \frac{n}{2^n}$
A. $d = \emptyset$ B. $d = 3$ C. $d = -3$ D. $d = 1$

6. $u_n = n^2 + 1$
A. $d = \emptyset$ B. $d = 3$ C. $d = -3$ D. $d = 1$

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 1 - 3n - 1 = 3$

Dãy (u_n) là CSC có công sai $d = 3$.

2. Ta có: $u_{n+1} - u_n = -5$

Dãy (u_n) là CSC có công sai $d = -5$

3. Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{5}$. dãy (u_n) là CSC có công sai $d = \frac{2}{5}$

4. Ta có: $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow (u_n)$ không là CSC

5. Tương tự ý 4 dãy (u_n) không là CSC

6. Tương tự ý 4 dãy (u_n) không là CSC.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,3; u_8 = 8$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 2 của cấp số cộng này là: 1,4.

B. Số hạng thứ 3 của cấp số cộng này là: 2,5.

C. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,6.

D. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 7,7.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $u_8 = 8 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 8 \Leftrightarrow 0,3 + 7d = 8 \Leftrightarrow d = \frac{11}{10}$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = 0,3 + \frac{11}{10}(n-1) \Rightarrow u_7 = 6,9$

Câu 22: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. 7; 12; 17.

B. 6; 10; 14.

C. 8; 13; 18.

D. 6; 12; 18.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Khi đó $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow 22 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2 + 5 = 7 \\ u_3 = 7 + 5 = 12 \\ u_4 = 12 + 5 = 17 \end{cases}$

Câu 23: Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.

A. $\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{6}{3}; \frac{7}{3}$.

B. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$.

C. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{14}{3}$.

D. $\frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \frac{11}{4}; \frac{15}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_6 = \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow u_1 + 5d = \frac{16}{3} \Leftrightarrow d = 1 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}; u_3 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3} \\ u_4 = \frac{10}{3}; u_5 = \frac{13}{3} \end{cases}$$

Câu 24: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 2n$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. 3 số hạng đầu của dãy: $u_1 = 5; u_2 = 3; u_3 = 1$.

B. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = 8 - 2n$.

C. Là cấp số cộng có $d = -2$.

D. Số hạng thứ 4: $u_4 = -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Thay $n = 1; 2; 3; 4$ đáp án A, D đúng

$u_{n+1} = 7 - 2(n+1) = 5 - 2n = 7 - 2n + (-2) = u_n + (-2) \forall n \in \mathbb{N}^*$. suy ra đáp án B sai

Câu 25: Cho dãy số (u_n) có $u_1 = \sqrt{2}; d = \sqrt{2}; S = 21\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. S là tổng của 5 số hạng đầu của cấp số cộng.

B. S là tổng của 6 số hạng đầu của cấp số cộng.

C. S là tổng của 7 số hạng đầu của cấp số cộng.

D. S là tổng của 4 số hạng đầu của cấp số cộng.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot 21\sqrt{2} = n \cdot (2\sqrt{2} + (n-1)\sqrt{2}) \Leftrightarrow n^2 + n - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -7 \end{cases}$

Do $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n = 6$. Suy ra chọn đáp án B.

Câu 26: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d , $n \geq 2$?

A. $u_n = u_1 + d$.

B. $u_n = u_1 + (n+1)d$

C. $u_n = u_1 - (n-1)d$

D.

$u_n = u_1 + (n-1)d$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Công thức số hạng tổng quát : $u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = 20, d = -3$.

B. $u_1 = -22, d = 3$.

C. $u_1 = -21, d = -3$.

D. $u_1 = -21, d = -3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có :
$$\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{14} = u_1 + 13d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases}$$
. Suy ra chọn đáp án C

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. S = 24.

B. S = -24.

C. S = 26.

D. S = -25.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng kết quả bài 17. Tính được $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow S_{16} = \frac{16[2 \cdot (-21) + 15 \cdot 3]}{2} = 24$.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

- A. $u_1 = -35, d = -5$. B. $u_1 = -35, d = 5$. C. $u_1 = 35, d = -5$ D. $u_1 = 35, d = 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_{20} = u_1 + 19d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ u_1 = -35 \end{cases}$$

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $S_{20} = 200$ B. $S_{20} = -200$ C. $S_{20} = 250$ D. $S_{20} = -25$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Sử dụng kết quả bài 17. Tính được $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow S_{20} = \frac{20[2 \cdot (-35) + 19 \cdot 5]}{2} = 250$.

Câu 31: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20, u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d ?

- A. $u_1 = 20; d = 7$. B. $u_1 = 20,5; d = 7$. C. $u_1 = 20,5; d = -7$. D. $u_1 = -20,5; d = -7$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Áp dụng công thức } u_n = u_1 + (n-1)d \text{ ta có } \begin{cases} 2u_1 + 3d = 20 \\ 2u_1 + 10d = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 20,5 \\ d = -7 \end{cases}$$

Câu 32: Cho cấp số cộng: $-2; -5; -8; -11; -14; \dots$. Tìm d và tổng của 20 số hạng đầu tiên?

- A. $d = 3; S_{20} = 510$. B. $d = -3; S_{20} = -610$.
C. $d = -3; S_{20} = 610$. D. $d = 3; S_{20} = -610$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $-5 = -2 + (-3); -8 = -5 + (-3); -11 = -8 + (-3); -14 = -11 + (-3); \dots$ nên $d = -3$.

Áp dụng công thức $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$, ta có $S_{20} = -610$.

Câu 33: Cho dãy số (u_n) : $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; \dots$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. (u_n) là một cấp số cộng. B. có $d = -1$.
C. Số hạng $u_{20} = 19,5$. D. Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180 .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $-\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + (-1); -\frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + (-1); -\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + (-1); \dots$. Vậy dãy số trên là cấp số cộng với công sai $d = -1$.

Ta có $u_{20} = u_1 + 19d = -18,5$.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = -\frac{2}{3}$. B. (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; d = \frac{2}{3}$.

C. (u_n) không phải là cấp số cộng.

D. (u_n) là dãy số giảm và bị chặn.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)-1}{3} - \frac{2n-1}{3} = \frac{2}{3}$ và $u_1 = \frac{1}{3}$.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{1}{n+2}$. Khẳng định nào sau đây *sai*?

A. Các số hạng của dãy luôn dương.

B. là một dãy số giảm dần.

C. là một cấp số cộng.

D. bị chặn trên bởi $M = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $u_1 = \frac{1}{3}$; $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_3 = \frac{1}{5}$. $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$ nên dãy số không phải là cấp số cộng.

Câu 36: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n^2-1}{3}$. Khẳng định nào sau đây *sai*?

A. Là cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}$; $d = \frac{2}{3}$;

B. Số hạng thứ $n+1$: $u_{n+1} = \frac{2(n+1)^2-1}{3}$

C. Hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{2(2n+1)}{3}$

D. Không phải là một cấp số cộng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)^2-1}{3} - \frac{2n^2-1}{3} = \frac{2(2n+1)}{3}$. Vậy dãy số trên không phải cấp số cộng.

Câu 37: Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30° . Tìm các góc còn lại?

A. 75° ; 120° ; 165° .

B. 72° ; 114° ; 156° .

C. 70° ; 110° ; 150° .

D. 80° ; 110° ; 135° .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 360 \Leftrightarrow 30 + 30 + d + 30 + 2d + 30 + 3d = 360 \Leftrightarrow d = 40$.

Vậy $u_2 = 70$; $u_3 = 110$; $u_4 = 150$.

Câu 38: Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29 .

A. $1; 2; 3$

B. $-4; -3; -2$

C. $-2; -1; 0$

D. $-3; -2; -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi ba số hạng của CSC là $a-2x; a; a+2x$ với $d = 2x$

Ta có:
$$\begin{cases} a-2x+a+a+2x = -9 \\ (a-2x)^2 + a^2 + (a+2x)^2 = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 39: Cho bốn số nguyên dương, trong đó ba số đầu lập thành một cấp số cộng, ba số sau lập thành cấp số nhân. Biết tổng số hạng đầu và cuối là 37 , tổng hai số hạng giữa là 36 , tìm bốn số đó.

A. $b = 15, c = 20, d = 25, a = 12$

B. $b = 16, c = 20, d = 25, a = 12$

C. $b = 15, c = 25, d = 25, a = 12$

D. $b = 16, c = 20, d = 25, a = 18$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi bốn số đó là a, b, c, d ta có hệ:
$$\begin{cases} a + d = 37 \\ c + b = 36 \\ a + c = 2b \\ bd = c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 37 - d \\ c = 36 - b \\ d = 73 - 3b \\ b(73 - 3b) = (36 - b)^2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow b = 16, c = 20, d = 25, a = 12.$

Câu 40: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$. Tìm u_1, d ?

A. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 2, u_1 = -17 \end{cases}$

B. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 3, u_1 = -7 \end{cases}$

C. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = -3, u_1 = -17 \end{cases}$

D. $\begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 3, u_1 = -17 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} u_1 + 6d - u_1 - 2d = 8 \\ (u_1 + d)(u_1 + 6d) = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 3, u_1 = -17 \end{cases}$

Câu 41: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d > 0$; $\begin{cases} u_{31} + u_{34} = 11 \\ u_{31}^2 + u_{34}^2 = 101 \end{cases}$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

A. $u_n = 3n - 9$

B. $u_n = 3n - 2$

C. $u_n = 3n - 92$

D. $u_n = 3n - 66$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} 2u_1 + 63d = 11 \\ (u_1 + 30d)^2 + (u_1 + 33d)^2 = 101 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -89 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy $u_n = 3(n - 1) - 89 = 3n - 92.$

Câu 42: Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại?

A. $65^\circ; 90^\circ.$

B. $75^\circ; 80^\circ.$

C. $60^\circ; 95^\circ.$

D. $60^\circ; 90^\circ.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 = 180 \Leftrightarrow 25 + 25 + d + 25 + 2d = 180 \Leftrightarrow d = 35.$

Vậy $u_2 = 60; u_3 = 90.$

Câu 43: Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C = 5A$. Xác định số đo các góc A, B, C .

A. $\begin{cases} A = 10^\circ \\ B = 120^\circ \\ C = 50^\circ \end{cases}$

B. $\begin{cases} A = 15^\circ \\ B = 105^\circ \\ C = 60^\circ \end{cases}$

C. $\begin{cases} A = 5^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 25^\circ \end{cases}$

D. $\begin{cases} A = 20^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 100^\circ \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Từ giả thiết bài toán ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} A+B+C=180^{\circ} \\ A+C=2B \\ C=5A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=5A \\ B=3A \\ 9A=180^{\circ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=20^{\circ} \\ B=60^{\circ} \\ C=100^{\circ} \end{cases} .$$

Câu 44: Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và

$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ tính các góc của tam giác

A. $30^{\circ}, 60^{\circ}, 90^{\circ}$

B. $20^{\circ}, 60^{\circ}, 100^{\circ}$

C. $10^{\circ}, 50^{\circ}, 120^{\circ}$

D. $40^{\circ}, 60^{\circ}, 80^{\circ}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ba góc của tam giác: $30^{\circ}, 60^{\circ}, 90^{\circ}$

DẠNG 2: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ DÃY SỐ LẬP THÀNH CẤP SỐ CỘNG

Phương pháp:

- a, b, c theo thứ tự đó lập thành CSC $\Leftrightarrow a + c = 2b$

Câu 1: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$.

B. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.

C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$.

D. $a^2 - c^2 = ab - bc$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi:

$$b - a = c - b \Leftrightarrow (b - a)^2 = (c - b)^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 = 2ab - 2bc.$$

Suy ra chọn đáp án B.

Câu 2: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ac$.

B. $a^2 - c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.

C. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.

D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc + 2ac$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$b - a = c - b \Leftrightarrow (b - a)^2 = (c - b)^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$$

$$\Leftrightarrow a^2 + c^2 = 2c^2 + 2ab - 2bc = 2ab + 2c(c - b)$$

$$= 2ab + 2c(b - a) = 2ab + 2bc - 2ac$$

Câu 3: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng ?

A. $2b^2, a, c^2$.

B. $-2b, -2a, -2c$.

C. $2b, a, c$.

D. $2b, -a, -c$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$

$$\Leftrightarrow -2(b + c) = -2.2a \Leftrightarrow (-2b) + (-2c) = 2(-2a)$$

$$\Leftrightarrow -2b, -2a, -2c \text{ lập thành một cấp số cộng}$$

Câu 4: Xác định x để 3 số : $1 - x; x^2; 1 + x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của x .

B. $x = \pm 2$.

C. $x = \pm 1$.

D. $x = 0$.

Hướng dẫn giải: :

Chọn C.

Ba số : $1 - x; x^2; 1 + x$ lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $x^2 - (1 - x) = 1 + x - x^2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ suy ra chọn đáp án C.}$$

Câu 5: Xác định x để 3 số : $1 + 2x; 2x^2 - 1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. $x = \pm 3$.

B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. Không có giá trị nào của x .

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ba số : $1+2x; 2x^2-1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$$2x^2 - 1 - 1 - 2x = -2x - 2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Suy ra chọn đáp án B.}$$

Câu 6: Xác định a để 3 số : $1+3a; a^2+5; 1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a .

B. $a = 0$.

C. $a = \pm 1$

D. $a = \pm\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn A.**

Ba số : $1+3a; a^2+5; 1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi

$$a^2 + 5 - (1+3a) = 1 - a - (a^2 + 5)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 3a + 4 = -a^2 - a - 4 \Leftrightarrow a^2 - a + 4 = 0. \text{ PT vô nghiệm}$$

Suy ra chọn đáp án A.

Câu 7: Tìm x biết :

1. $x^2+1, x-2, 1-3x$ lập thành cấp số cộng ;

A. $x = 4, x = 3$

B. $x = 2, x = 3$

C. $x = 2, x = 5$

D. $x = 2, x = 1$

Hướng dẫn giải:**Chọn B.**

Ta có: $x^2+1, x-2, 1-3x$ lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 + 1 - 3x = 2(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = 3$$

Vậy $x = 2, x = 3$ là những giá trị cần tìm.

Câu 8: Cho các số $5x-y, 2x+3y, x+2y$ lập thành cấp số cộng ; các số $(y+1)^2, xy+1, (x-1)^2$ lập thành cấp số nhân. Tính x, y

A. $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$

B. $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$

C. $(x; y) = (1; 0); \left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$

D. $(x; y) = (0; 1); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{13}{4}; -\frac{13}{10}\right)$

Hướng dẫn giải:**Chọn B.**

Ta có các số $5x-y, 2x+3y, x+2y$ lập thành CSC nên suy ra $2(2x+3y) = 5x-y+x+2y$ hay $2x = 5y$ (1)

Các số $(y+1)^2, xy+1, (x-1)^2$ lập thành CSN suy ra

$$(xy+1)^2 = (y+1)^2(x-1)^2 \Leftrightarrow (4+2y-2x)(4xy+2x-2y) = 0 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được : $(4+2y-5y)(10y^2+5y-2y) = 0$

$$\Leftrightarrow y(4-3y)(10y+3) = 0 \Leftrightarrow y = 0, y = \frac{4}{3}, y = -\frac{3}{10}.$$

Vậy $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$.

Câu 9: Tìm x, y biết: Các số $x+5y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y-1)^2, xy-1, (x+1)^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x; y) = \left(-\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B. $(x; y) = \left(\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $(x; y) = \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

D. $(x; y) = \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có hệ: $\begin{cases} x+5y+8x+y=2(5x+2y) \\ (x+1)^2(y-1)^2=(xy-1)^2 \end{cases}$ giải hệ này ta tìm được

$(x; y) = \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 10: Tìm x, y biết: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$

B. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{8}\right)$

C. $(x; y) = (3; 1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$

D. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{12}{8}; \frac{1}{8}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có hệ: $\begin{cases} x+6y+8x+y=2(5x+2y) \\ (x+\frac{5}{3}y)(2x-3y)=(y-1)^2 \end{cases}$ giải hệ này ta tìm được

$(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$.

Câu 11: Xác định a, b để phương trình $x^3+ax+b=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $b=0, a<0$

B. $b=0, a=1$

C. $b=0, a>0$

D. $b>0, a<0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đáp số: $b=0, a<0$. Khi đó phương trình có ba nghiệm lập thành CSC là $x=0, x=\pm\sqrt{-a}$.

Câu 12: Tìm m để phương trình: $mx^4-2(m-1)x^2+m-1=0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m=-\frac{9}{16}$

B. $m=-1$

C. $m=-\frac{7}{16}$

D. $m=-\frac{9}{12}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đáp số : $m = -\frac{9}{16}$

Câu 13: Tìm m để phương trình: $x^3 - 3mx^2 + 4mx + m - 2 = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân

A. $\begin{cases} m = -\frac{1}{27} \\ m = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = \frac{10}{7} \\ m = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -\frac{10}{27} \\ m = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Giả sử phương trình có ba nghiệm a, b, c lập thành CSN

Suy ra $\begin{cases} abc = 2 - m \\ b^2 = ac \end{cases} \Rightarrow m = 2 - b^3$ thay vào phương trình ta có

$$(3b - 4)(b^3 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{3} \Rightarrow m = -\frac{10}{27} \\ b = \sqrt[3]{2} \Rightarrow m = 0 \end{cases}$$

Thay ngược lại ta thấy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 14: Xác định m để:

1. Phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m = 16$

B. $m = 11$

C. $m = 13$

D. $m = 12$

2. Phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

A. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$

B. $m = 4$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$

C. $m = 4$ hoặc $m = -2$

D. $m = 3$ hoặc $m = -1$

Hướng dẫn giải:

1. Giải sử phương trình có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Khi đó: $x_1 + x_3 = 2x_2, x_1 + x_2 + x_3 = 3 \Rightarrow x_2 = 1$

Thay vào phương trình ta có : $m = 11$.

Với $m = 11$ ta có phương trình : $x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 11) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1 - \sqrt{12}, x_2 = 1, x_3 = 1 + \sqrt{12}$$

Ba nghiệm này lập thành CSC.

Vậy $m = 11$ là giá trị cần tìm.

2. Đặt $t = x^2, t \geq 0$.

Phương trình trở thành: $t^2 - 2(m+1)t + 2m+1 = 0$ (2)

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi PT (2) có hai nghiệm dương phân biệt $t_2 > t_1 > 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (2m+1) > 0 \\ 2m+1 > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \neq 0$$

Khi đó PT(2) có bốn nghiệm là: $-\sqrt{t_2}; -\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1}; \sqrt{t_2}$

Bốn nghiệm này lập thành cấp số cộng khi :

$$\begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1$$

Theo định lý Viet thì : $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2(m+1) \\ t_1 t_2 = 2m+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 9t_1 = 2(m+1) \\ t_1 \cdot 9t_1 = 2m+1 \end{cases} \Rightarrow 9m^2 - 32m - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -\frac{4}{9} \end{cases}$

Vậy $m = 4$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$ là những giá trị cần tìm.

hoc360.net