thức $|w|$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(THPT CHUYÊN ĐH VINH - LẦN 2)

Lời giải

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$, khi đó $z+2-2i=a+2+(b-2)i$ và $z-4i=a+(b-4)i$

Nên ta có $(a+2)^2+(b-2)^2=a^2+(b-4)^2\Leftrightarrow a+b=2\Leftrightarrow b=2-a$

Khi đó $w=iz+1=(a+bi)i+1=1-b+ai\Rightarrow |w|=\sqrt{a^2+(b-1)^2}=\sqrt{a^2+(a-1)^2}$

Dễ thấy $a^2+(a-1)^2=2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\ge\frac{1}{2}\Rightarrow |w|\ge\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \min_{|w|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn A**

Câu 26. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+z+1=0$

Tính giá trị của biểu thức : $P=z_1^{2017}+z_2^{2017}$

A. $P=1$ B. $P=-1$ C. $P=0$ D. $P=2$

(THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN - LẦN 4)

Lời giải

Ta có $z^2+z+1=0\Leftrightarrow z=-\frac{1}{2}\pm\frac{i\sqrt{3}}{2}\Rightarrow z^3=1\Rightarrow z=1\Rightarrow P=(z_1)^{2017}+(z_2)^{2017}=2$. **Chọn D**

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z-(1+2i)\bar{z}=7-i$ .Tìm môđun của z

A. $|z|=\sqrt{5}$ B. $|z|=1$ C. $|z|=\sqrt{3}$ D. $|z|=2$

(THPT CHUYÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN - LẦN 4)

Lời giải

Cách 1. Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$, khi đó giả thiết trở thành

$$Gt\Leftrightarrow(2+3i)(a+bi)-(1+2i)(a-bi)=7-i$$

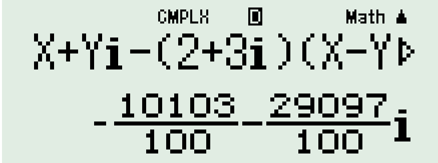
$$\Leftrightarrow a-5b+(a+3b)i=7-i\Leftrightarrow\begin{cases}a-5b=7\\a+3b=-1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}\Rightarrow z=2-i\Rightarrow|z|=\sqrt{5}$$

Cách 2. Xử lý bằng casio giống bài toán sau : Cho số phức $z-(2+3i)\bar{z}=1-9i$ .Tích phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 2 B. -1 C.1 D.-2

Đặt $z=X+Yi\to\bar{z}=X-Yi$. Khi đó $w=X+Yi-(2+3i)(X-Yi)-1+9i=0$ (*)

Thao tác trên máy tính	Màn hình hiển thị
Ấn w → 2 → Đưa về tính số phức. Nhập vế trá của phương trình (*) $X+Yi\boxed{-(2+3i)(X-Yi)-1+9i}$	
Sau đó, gán giá trị $X=100, Y=0,01$ Ấn r → 100 → r → 0 → q → 0.01 → =	
Khi đó $w=-\dfrac{10103}{100}-\dfrac{29097}{100}i=-101,03-290,97i$ Mặt khác, ta có $\begin{cases}101,03=100+1+0,03=X+3Y+1\\290,97=300-9-0,03=3X-3Y-9\end{cases}$ $\Rightarrow w=-(X+3Y+1)-(3X-3Y-9)i=0\Leftrightarrow\begin{cases}X+3Y=-1\\X-Y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}X=2\\Y=-1\end{cases}$	

Câu 28. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời điều kiện $|z.\overline{z}+z|=2$ và $|z|=2$?

A. 2 B.4 C.3 D.1

(THPT CHUYÊN LAM SƠN-THANH HÓA)

Lời giải

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi\Rightarrow z.\overline{z}=(a-bi)(a+bi)=a^2+b^2$

Khi đó, giả thiết $\Leftrightarrow\begin{cases}|a^2+b^2+a+bi|=2\\|a+bi|=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4\\|a+4+bi|=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4\\(a+4)^2+b^2=4\end{cases}$

$\begin{cases}a^2+b^2=4\\(a+4)^2-a^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4\\a=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=0\end{cases}\Rightarrow z=-2$ **Chọn D**

Câu 29. Cho số phức w và hai số thực a,b. Biết $z_1=w+2i$ và $z_2=2w-3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$. Tính $T=|z_1|+|z_2|$

A. $T=2\sqrt{13}$ B. $T=\dfrac{2\sqrt{97}}{3}$ C. $T=\dfrac{2\sqrt{85}}{3}$ D. $T=4\sqrt{13}$

(THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN - QUẢNG TRỊ)

Lời giải

Đặt $w=m+ni\,(m,n\in\mathbb{R})\Rightarrow\begin{cases}z_1=w+2i=m+(n+2)i\\z_2=2w-3=2m-3+2ni\end{cases}$

Ta có $z_1+z_2=3m-3+(3n+2)i=-a$ là số thực $\Rightarrow\begin{cases}3n+2=0\\3m-3\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n=-\dfrac{2}{3}\\m\neq1\end{cases}$

Lại có $z_1.z_2=\left(m+\frac{4}{3}i\right)\left(2m-3+\frac{4}{3}i\right)=b$ là số thực $\Rightarrow \frac{4}{3}.(2m-3)-\frac{4}{3}m=0 \Rightarrow m=3$

Do đó $z_1=3+\frac{4}{3}i; z_2=3-\frac{4}{3}i \Rightarrow T=|z_1|+|z_2|=\frac{2\sqrt{97}}{3}$ **Chọn B**

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(z+1)(\bar{z}-2i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có diện tích bằng

A. 5π B. $\frac{5\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{2}$ D. 25π

(THPT CHUYÊN NGUYỄN BỈNH KHIÊM-QUẢNG NAM)

Lời giải

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R}) \Rightarrow (z+1)(\bar{z}-2i)=x^2+y^2+x+2y-(2x+y+2)i$

Theo giả thiết $(z+1)(\bar{z}-2i)$ là số thuần ảo, suy ra

$$\begin{cases}2x+y+2\neq 0\\ x^2+y^2+2+2y=0\end{cases} \Leftrightarrow x^2+x+\frac{1}{4}+y^2+2y+1=\frac{5}{4} \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2=\frac{5}{4}$$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có diện tích bằng $\frac{5\pi}{4}$. **Chọn B**

Câu 31. Mọi M là điểm biểu diễn số phức $w=\frac{z-\bar{z}+1}{z^2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z+2i)=2-i+3z$. Gọi N là trung điểm trong mặt phẳng sao cho $\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON}=2\varphi\right)$ trong đó $\varphi=\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}\right)$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia $\overrightarrow{OM}$.Điểm N nằm trong góc phần tư nào ?

A. Góc phần tư thứ (I)

B.Góc phần tư thứ (IV)

C.Góc phần tư thứ (III)

D.Góc phần tư thứ (II)

(THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIỆU - ĐỒNG THÁP)

Lời giải

Từ giả thiết, ta có $(1-i)(z+2i)=2-i+3z \Leftrightarrow z+2i-iz+2=2-i+3z$

$$\Leftrightarrow (i+2)z=3i \Leftrightarrow z=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i \Rightarrow w=\frac{z-\bar{z}+1}{z^2} \xrightarrow{casio} w=\frac{33}{45}-\frac{56}{45}i$$

Sử dụng lý thuyết nếu $z=x+yi \to P(x;y) \to \tan\varphi=\frac{y}{x}$ với φ là góc tạo bởi chiều dương trục hoành với vectơ $\overrightarrow{OM}$

Khi đó $w=\frac{33}{45}-\frac{56}{45}i \Rightarrow \tan\varphi=-\frac{56}{33} \Rightarrow \sin 2\varphi=-\frac{3696}{4225}; \cos 2\varphi=-\frac{2047}{4225}$

Vậy điểm N thuộc góc phần tư thứ (IV). **Chọn B**

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$ .Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

A. $\sqrt{13}+2$ B. 4 C. 6 D. $\sqrt{13}+1$

(THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN)

Lời giải

Đặt $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$, ta có $|z-2-3i|=1\Leftrightarrow|(a-2)+(b-3)i|=1$

$\Leftrightarrow\sqrt{(a-2)^2+(b-3)^2}=1\Leftrightarrow(a-2)^2+(b-3)^2=1\quad(*)$

Đặt $\begin{cases}a-2=\sin t\\ b-3=\cos t\end{cases}$ (vì (*) $\Leftrightarrow\sin^2 t+\cos^2 t=1$). Khi đó $|\bar{z}+1+i|=|(a+1)+(1-b)i|$

$=\sqrt{(a+1)^2+(1-b)^2}\rightarrow$ xét biểu thức $P=(a+1)^2+(1-b)^2$

Ta có $(a+1)^2+(1-b)^2=(\sin t+3)^2+(\cos t+2)^2=\sin^2 t+6\sin t+9+\cos^2 t+4\cos t+4$

$=(\sin^2 t+\cos^2 t)+13+6\sin t+4\cos t$

$=14+6\sin t+4\cos t=P$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta được $(6\sin t+4\cos t)^2\le(6^2+4^2)(\sin^2 t+\cos^2 t)$

$\Leftrightarrow(6\sin t+4\cos t)^2\le 52\Leftrightarrow 6\sin t+4\cos t\le\sqrt{52}=2\sqrt{13}\Rightarrow P\le 14+2\sqrt{13}$

Vậy $|\bar{z}+1+i|=\sqrt{(a+1)^2+(1-b)^2}\le\sqrt{14+2\sqrt{13}}=\sqrt{(\sqrt{13}+1)^2}=\sqrt{13}+1$ **Chọn A**

Câu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-i|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

(THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN)

Lời giải

Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$,khi đó $|z-i|=\sqrt{2}\Leftrightarrow|x+(y-1)i|=\sqrt{2}\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=2\quad(*)$

Ta có $z^2=(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi$ là số thuần ảo nên $\begin{cases}x^2-y^2=0\\ 2xy\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y\ne 0\\ x=-y\ne 0\end{array}\right.$

TH1. Với $x=y$,thế vào (*), ta được $x^2+(x-1)^2=2\Leftrightarrow 2x^2-2x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

TH2. Với $x=-y$, thế vào (*), ta được $x^2+(x+1)^2=2\Leftrightarrow 2x^2+2x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán .**Chọn C**

Câu 34. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0; z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1+z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$ .Tính giá trị biểu thức $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|$

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(THPT CHUYỄN QUANG TRUNG)

Lời giải

Từ giả thiết, ta có $\frac{1}{z_1+z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{1}{z_1+z_2} = \frac{2z_1+z_2}{z_1z_2} \Leftrightarrow z_1z_2 = (2z_1+z_2)(z_1+z_2)$

$\Leftrightarrow z_1z_2 = 2{z_1}^2 + 2z_1z_2 + z_1z_2 + {z_2}^2 \Leftrightarrow 2{z_1}^2 + 2z_1z_2 + {z_2}^2 = 0$

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + 2\left(\frac{z_1}{z_2}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{i}{2} \Rightarrow \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \left|-\frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn A**

Câu 35. Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 3i$ .Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I , bán kính R . Khi đó

A. $I(-1;-2), R = \sqrt{5}$ B. $I(1;2), R = \sqrt{5}$ C. $I(-1;2), R = 5$ D. $I = (1;-2), R = 5$

(THPT CHUYÊN QUANG TRUNG)

Lời giải

Từ giả thiết, ta có $(2+i)|z| - 1 + 3i = \frac{\sqrt{10}}{z} \Leftrightarrow (2|z|-1) + (|z|+3)i = \frac{\sqrt{10}}{z}$ (*)

Lấy môđun hai vế (*), ta được $\sqrt{(2|z|-1)^2 + (|z|+3)^2} = \frac{\sqrt{10}}{|z|} \Rightarrow |z| = 1$

Lại có $w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow w + 1 - 2i = (3-4i)z \Leftrightarrow |w+1-2i| = |(3-4i)z|$

$\Leftrightarrow |w+1-2i| = |3-4i|.|z| = 5|z| = 5 \Rightarrow$ tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức w là đường tròn tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R = 5$. **Chọn C**

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $(\bar{z})[(3+4i)|z| - 4 + 3i] - 5\sqrt{2} = 0$. Giá trị của $|\bar{z}|$ là

A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D.1

Cách 1.Đặt $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$, dựa vào giả thiết tìm nghiệm x, y