| | |
|---|---|
| **ĐỀ THI THỬ SỐ 1** | **KÌ THI THỬ THPTQG NĂM HỌC 2017 - 2018** |
| ***(Đề gồm 50 câu/ 8 trang)*** | **Môn: TOÁN** |
| | ***Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*** |

**Câu 1:** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Tìm phần ảo của số phức $w=1-zi+\overline{z}$

**A.** $-i$ **B.** $-1$ **C.** 2 **D.** $-2i$

**Câu 2:** Cho các mệnh đề sau:

1) $\vec{u}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k},\ \vec{v}=-\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$; thì $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(-1;-2;-7)$

2) $\vec{u}=(0;1;-2),\ \vec{v}=(3;0;-4)$; thì $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(-4;-6;-3)$

3) $\vec{u}=3\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k},\ \vec{v}=-\vec{j}+5\vec{k},\ \overrightarrow{w}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$; thì $\left[\vec{u},\vec{v}\right].\overrightarrow{w}=80$

4) $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j},\ \vec{v}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k},\ \overrightarrow{w}=\vec{i}$; thì $\left[\vec{u},\vec{v}\right].\overrightarrow{w}=1$

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng.

**A.** 1 **B.** 3 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có đúng 3 nghiệm thực phân biệt $9^{x^2}-2.3^{x^2+1}+3m-1=0$

**A.** $m=\dfrac{10}{3}$ **B.** $2<m<\dfrac{10}{3}$ **C.** $m=2$ **D.** $m<2$

**Câu 4:** Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\dfrac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi

**A.** $12-\log 5$ (giờ) **B.** $\dfrac{12}{5}$ (giờ) **C.** $12-\log 2$ (giờ) **D.** $12+\ln 5$ (giờ)

**Câu 5:** Tập giá trị của m thỏa mãn bất phương trình $\dfrac{2.9^x-3.6^x}{6^x-4^x}\le 2\left(x\in\mathbb{R}\right)$ là $(-\infty;a)\cup(b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

**A.** 3. **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

**Câu 6:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

| x | $-\infty$ | | 1 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | + | \|\| | + | 0 | - | |
| y | 1 | ↗ $+\infty$ | \|\| $-\infty$ | ↗ | 2 | ↘ | 1 |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

**B.** Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt thì $m\in(1;2)$

**C.** Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$

**Câu 7:** Cho $a=\log_4 3,\ b=\log_{25}2$. Hãy tính $\log_{60}\sqrt{150}$ theo a, b

**A.** $\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{2}.\frac{2+2b+ab}{1+4b+2ab}$

**B.** $\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$

**C.** $\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{4}.\frac{1+b+2ab}{1+4b+2ab}$

**D.** $\log_{60}\sqrt{150}=4.\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$

**Câu 8:** Cho $\alpha-\beta=\frac{\pi}{6}$. Tính giá trị $P=\frac{(\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\alpha+\sin\beta)^2}{(\sin\alpha-\cos\beta)^2+(\sin\beta+\cos\alpha)^2}$. Chọn đáp án đúng

**A.** $P=2-\sqrt{3}$ **B.** $P=2+\sqrt{3}$ **C.** $P=3+\sqrt{2}$ **D.** $P=3-\sqrt{2}$

**Câu 9:** Cho phương trình: $\cos x+\sin 4x-\cos 3x=0$. Phương trình trên có bao nhiêu họ nghiệm $x=a+k2\pi$

**A.** 2 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 5

**Câu 10:** Gọi $S_1, S_2, S_3$ lần lượt là tập nghiệm của các bất phương trình sau:

$2^x+2.3^x-5^x+3>0$; $\log_2(x+2)\le -2$; $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x>1$. Tìm khẳng định đúng?

**A.** $S_1\subset S_3\subset S_2$ **B.** $S_2\subset S_1\subset S_3$ **C.** $S_1\subset S_2\subset S_3$ **D.** $S_2\subset S_3\subset S_1$

**Câu 11:** Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=\frac{2\sin x+\cos x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ là

**A.** $\begin{cases}\max y=1\\ \min y=\frac{-1}{11}\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}\max y=2\\ \min y=\frac{-2}{11}\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}\max y=2\\ \min y=\frac{2}{11}\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}\max y=1\\ \min y=\frac{1}{11}\end{cases}$

**Câu 12:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tính môđun của số phức $z_2 - iz_1$

**A.** $\sqrt{3}$ **B.** 5 **C.** $\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{13}$

**Câu 13:** $y = \sqrt{\cos x}$. Điều kiện xác định của hàm số là :

**A.** $\forall x$ **B.** $x \neq -1$ **C.** $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right]$ **D.** $x \neq \pm\frac{\pi}{2}$

**Câu 14:** Biết $I = \int_0^4 x\ln(2x+1)dx = \frac{a}{b}\ln 3 - c$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$

**A.** $S = 60$ **B.** $S = 17$ **C.** $S = 72$ **D.** $S = 68$

**Câu 15:** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x$ là:

**A.** 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

**Câu 16:** Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện tích $S_1$ và $S_2$, trong đó $S_1 < S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

**A.** $\frac{3\pi+2}{21\pi-2}$ **B.** $\frac{3\pi+2}{9\pi-2}$ **C.** $\frac{3\pi+2}{12\pi}$ **D.** $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$

**Câu 17:** Một đội ngũ giáo viên gồm 8 thầy giáo dạy toán, 5 cô giáo dạy vật lý và 3 cô giáo dạy hóa học. Sở giáo dục cần chọn ra 4 người để chấm bài thi THPT quốc gia, tính xác suất trong 4 người được chọn phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn

**A.** $\frac{5}{9}$ **B.** $\frac{3}{7}$ **C.** $\frac{4}{7}$ **D.** $\frac{4}{9}$

**Câu 18:** Cho điểm $M(-3;2;4)$, gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox, Oy, Oz. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC)

**A.** $6x - 4y - 3z - 12 = 0$ **B.** $3x - 6y - 4z + 12 = 0$

**C.** $4x - 6y - 3z + 12 = 0$ **D.** $4x - 6y - 3z - 12 = 0$

**Câu 19:** Giải bất phương trình $\frac{C_{n-1}^{n-3}}{A_{n+1}^4} \leq \frac{1}{14P_3}$

**A.** $3 \leq n \leq 7$ **B.** $n \geq 7$ **C.** $3 \leq n \leq 6$ **D.** $n \geq 6$

**Câu 20:** Cho khai triển: $P(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{n}}\right)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \left(\sqrt{x}\right)^{n-k}\left(\frac{1}{2\sqrt[4]{n}}\right)^k$ biết ba hệ số đầu tiên lập thanh cấp số cộng. Tìm các số hạng của khai triển nhận giá trị hữu tỷ $\forall x \in N^*$

**A.** $\frac{C_8^4}{2^4}x$ **B.** $\frac{1}{2^8x^2}$ **C.** A và B **D.** đáp án khác

**Câu 21:** Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sin 2x$ trên $(0;\pi)$ là:

**A.** $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 22:** Tìm tập xác định của hàm số $y = 2017^{\sqrt{2-x^2}}$

**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$

**C.** $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ **D.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]$

**Câu 23:** Cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z+m=0$. Các giá trị của m để $(\alpha)$ và (S) không có điểm chung là:

**A.** $m \le -9$ hoặc $m \ge 21$ **B.** $m < -9$ hoặc $m > 21$

**C.** $-9 \le m \le 21$ **D.** $-9 < m < 21$

**Câu 24:** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a-b$ là:

**A.** 1 **B.** $\frac{1}{9}$ **C.** $-1$ **D.** $\frac{9}{8}$

**Câu 25:** Tìm nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \cos^3 x$

**A.** $\int f(x)dx = \frac{\cos^4 x}{x}+C$ **B.** $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\left(\frac{\sin 3x}{3}+3\sin x\right)+C$

**C.** $\int f(x)dx = \frac{1}{12}\sin 3x - \frac{3}{4}\sin x + C$ **D.** $\int f(x)dx = \frac{\cos^4 x.\sin x}{4}+C$

**Câu 26:** Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao $SO = a$, $\widehat{SAB} = 45^0$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC bằng

**A.** $\frac{3a}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ **C.** $\frac{3a}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{4}$

**Câu 27:** Trong không gian cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó?

**A.** $10\pi$ **B.** $4\pi$ **C.** $2\pi$ **D.** $6\pi$

**Câu 28:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

**Câu 29:** Một chất điểm đang cuyển động với vận tốc $v_0=15m/s$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t\left(m/s^2\right)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

**A.** $68,25m$ **B.** 70,25m **C.** 69,75m **D.** 67,25m

**Câu 30:** Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Tính giá trị biểu thức thỏa mãn $P=a-b$

**A.** $P=5$ **B.** $P=-2$ **C.** $P=3$ **D.** $P=1$

**Câu 31:** Cho số phức z và số phức liên hợp của nó $\bar{z}$ có điểm biểu diễn là M, M’. Số phức $z.(4+3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N’. Biết rằng 4 điểm M, N, M’, N’ tạo thành hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z+4i-5|$

**A.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ **C.** $\dfrac{5}{\sqrt{34}}$ **D.** $\dfrac{4}{\sqrt{13}}$

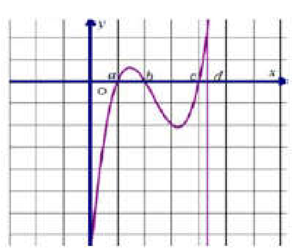
**Câu 32:** Cho lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy là tam giác ABC vuông tại A; $AB=2,\ AC=3$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với $(A'B'C')$ góc $60^0$. Thể tích lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

**A.** $\dfrac{9\sqrt{39}}{26}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{39}}{26}$ **C.** $\dfrac{18\sqrt{39}}{13}$ **D.** $\dfrac{6\sqrt{39}}{13}$

**Câu 33:** Cho hàm số $y=\left|2x^2-3x-1\right|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ là:

**A.** $\dfrac{17}{8}$ **B.** $\dfrac{9}{4}$ **C.** 2 **D.** 3

**Câu 34:** Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $0<a<b<c<d$ và hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[0;d]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



**A.** $M+m=f(b)+f(a)$ **B.** $M+m=f(d)+f(c)$

**C.** $M+m=f(0)+f(c)$ **D.** $M+m=f(0)+f(a)$

**Câu 35:** Nếu $\frac{1}{b+c};\frac{1}{c+a};\frac{1}{a+b}$ lập thành một cấp số cộng (theo thứ tự đó) thì dãy số nào sau đây lập thành một cấp số cộng ?

**A.** $b^2;\ a^2;\ c^2$ **B.** $c^2;\ a^2;\ b^2$ **C.** $a^2;\ c^2;\ b^2$ **D.** $a^2;\ b^2;\ c^2$

**Câu 36:** Cho các hàm số $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x,\ g(x)=\sin^6 x+\cos^2 x$. Tính biểu thức $3f'(x)-2g'(x)+2$

**A.** 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

**Câu 37:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$. Mệnh đề nào đúng?

**A.** Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxy)

**B.** Mặt cầu (S) không tiếp xúc với cả ba mặt $(Oxy),(Oxz),(Oyz)$

**C.** Mặt cầu (S) tiếp xúc với $(Oyz)$

**D.** Mặt cầu (S) tiếp xúc với $(Oxz)$

**Câu 38:** Cho điểm $M(3;2;1)$, Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là:

**A.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=0$ **B.** $x+y+z-6=0$ **C.** $3x+2y+z-14=0$ **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$

**Câu 39:** Hàm số $y=\frac{x^2-4x}{x+m}$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì giá trị của m là

**A.** $m\in\left(-\frac{1}{2};2\right]\backslash\{-1\}$ **B.** $m\in(-1;2]\backslash\{-1\}$ **C.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ **D.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right]$

**Câu 40:** Gọi I là tâm mặt cầu đi qua 4 điểm $M(1;0;0),\ N(0;1;0),\ P(0;0;1),\ Q(1;1;1)$. Tìm tọa độ tâm I

**A.** $\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$

**Câu 41:** Hàm số $y=x^4-2mx^2+m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:

**A.** $m=1;\ m=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ **B.** $m=-1;\ m=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

**C.** $m=1;\ m=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ **D.** $m=1;\ m=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

**Câu 42:** Cho hình chóp tứ giá đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60^0$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp S.ABCD thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

**A.** $\frac{7}{5}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** $\frac{6}{5}$

**Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song và cách (P) một khoảng bằng $\frac{11}{2\sqrt{14}}$

**A.** $-4x-2y+6z+7=0;\ 4x+2y-6z+15=0$

**B.** $-4x-2y+6z-7=0;\ 4x+2y-6z+5=0$

**C.** $-4x-2y+6z+5=0;\ 4x+2y-6z-15=0$

**D.** $-4x-2y+6z+3=0;\ 4x+2y-6z-15=0$

**Câu 44:** Cho tứ diện S.ABC trên cạnh SA và SB lấy điểm M và N sao cho thỏa tỉ lệ $\frac{SM}{AM}=\frac{1}{2};\ \frac{SN}{NB}=2$, mặt phẳng đi qua MN và song song với SC chia tứ diện thành hai phần, biết tỉ số thể tích của hai phần ấy là K, vậy K là giá trị nào?

**A.** $K=\frac{2}{3}$ **B.** $K=\frac{4}{9}$ **C.** $K=\frac{4}{5}$ **D.** $K=\frac{5}{9}$

**Câu 45:** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $x=y^2$ quay quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

**A.** $\frac{3\pi}{10}$ **B.** $10\pi$ **C.** $\frac{10\pi}{3}$ **D.** $3\pi$

**Câu 46:** Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}$ là:

**A.** $\frac{-1}{2x\log\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}}$ **B.** $\frac{-1}{2x\ln 10\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}}$ **C.** $\frac{1}{2x\log\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}}$ **D.** $\frac{1}{2x\ln 10\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}}$

**Câu 47:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz; cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương. Biết A, B, C di động trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho $a+b+c=2$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện OABC thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ M tói mặt phẳng (P)

**A.** 2017 **B.** $\frac{2014}{\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{2016}{\sqrt{3}}$ **D.** $\frac{2015}{\sqrt{3}}$

**Câu 48:** Gọi $z_1, z_2, z_3, z_4$ là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ z gọi A , B , C , D lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm $z_1, z_2, z_3, z_4$ đó. Tính giá trị của $P = OA + OB + OC + OD$, trong đó O là gốc tọa độ.

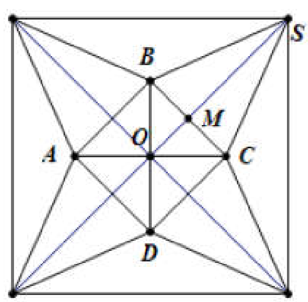
**A.** $P = 4$ **B.** $P = 2 + \sqrt{2}$ **C.** $P = 2\sqrt{2}$ **D.** $P = 4 + 2\sqrt{2}$

**Câu 49:** Một hình hộp ABCD.A'B'C'D' có thể tích bằng V. Khi đó, thể tích tứ diện A'C'BD

**A.** $\frac{2V}{3}$ **B.** $\frac{2V}{3}$ **C.** $\frac{V}{3}$ **D.** $\frac{V}{6}$

**Câu 50:** Người ta cắt một tờ giấy hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2}$ để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp. Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích của nó lớn nhất.

**A.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** 1 **D.** $\frac{4}{5}$



**Đáp án**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1-C | 2-D | 3-C | 4-A | 5-D | 6-B | 7-B | 8-B | 9-B | 10-D |
| 11-C | 12-C | 13-C | 14-B | 15-A | 16-B | 17-B | 18-D | 19-D | 20-C |
| 21-D | 22-C | 23-B | 24-A | 25-B | 26-C | 27-B | 28-C | 29-C | 30-C |
| 31-A | 32-C | 33-A | 34-C | 35-D | 36-B | 37-A | 38-C | 39-D | 40-C |
| 41-C | 42-A | 43-A | 44-C | 45-A | 46-D | 47-D | 48-D | 49-C | 50-B |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1: Đáp án C**

giả sử $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \overline{z} = x - yi$

The giả thiết, ta có $\left(1+i\right)\left(x-yi\right)-1-3i=0 \Leftrightarrow \left(x+y-1\right)+\left(x-y-3\right)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Suy ra $z = 2 - i \Rightarrow \overline{z} = 2 + i$

Ta có $w = 1-\left(2-i\right)i+2+i = 3+i^2-2i+i = 2-i$. Vậy chọn phần ảo là – 1

**Câu 2: Đáp án D**

1) $\vec{u}=\left(3;2-1\right);\ \vec{v}=\left(-1;-3;1\right) \Rightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}\right)=\left(-1;-2;-7\right)$

2) $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}\right)=\left(-4;-6;-3\right)$

3) Ta có $\vec{u}=\left(4;1;-3\right);\ \vec{v}=\left(0;1;5\right);\ \vec{w}=\left(2;-3;1\right) \Rightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(8;-20;4\right) \Rightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{w}=80$

4) Ta có $\vec{u}=\left(1;1;0\right);\ \vec{v}=\left(1;1;1\right);\ \vec{w}=\left(1;0;0\right) \Rightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(1;-1;0\right) \Rightarrow \left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{w}=1$

**Câu 3: Đáp án C**

Đặt $t = 3^{x^2}$, $t \ge 1 \Rightarrow pt \Leftrightarrow t^2-6t+3m-1=0\left(*\right)$. Đặt $f\left(t\right)=t^2-6t+3m-1$

Giả sử phương trình $f\left(t\right)$ có 2 nghiệm là a và b thì $\left[\begin{array}{l} 3^{x^2}=a \\ 3^{x^2}=b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=\log_3 a \\ x^2=\log_3 b \end{array}\right.$

Vậy ta có nhận xét rằng để (*) có 3 nghiệm thì $\begin{cases} \log_3 a=0 \\ \log_3 b>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b>1 \end{cases}$

Khi đó $f\left(1\right)=1-6+3m-1=0 \Leftrightarrow m=2$

Với $m=2\Rightarrow f(t)=t^2-6t+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=5>0\end{array}\right.(tm)$

**Câu 4: Đáp án A**

Gọi t là thời gian bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, khi đó $10^t=\frac{10^{12}}{5}\Leftrightarrow t=\log\frac{10^{12}}{5}=12-\log 5$

**Câu 5: Đáp án D**

Điều kiện: $x\neq 0$. Ta có $\frac{2.9^x-3.6^x}{6^x-4^x}\le 2\Leftrightarrow\frac{2.9^x-5.6^x+2.4^x}{6^x-4^x}\le 0$

Chia cả tử và mẫu của vế trái cho $4^x>0$, bất phương trình tương đương với

$\frac{2.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-5\left(\frac{3}{2}\right)^x+2}{\left(\frac{3}{2}\right)^x-1}\le 0$. Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t>0$ bất phương trình trở thành

$\frac{2t^2-5t+2}{t-1}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le\frac{1}{2}\\1<t\le 2\end{array}\right.$

Với $t\le\frac{1}{2}$ ta có $\left(\frac{3}{2}\right)^x\le\frac{1}{2}\Leftrightarrow x\le\log_{\frac{3}{2}}\frac{1}{2}\Leftrightarrow x\le-\log_{\frac{3}{2}}2$

Với $1<t\le 2$ ta có $1<\left(\frac{3}{2}\right)^x\le 2\Leftrightarrow 0<x\le\log_{\frac{3}{2}}2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\infty;-\log_{\frac{3}{2}}2\right]\cup\left(0;\log_{\frac{3}{2}}2\right]$

**Câu 6: Đáp án B**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có các nhận xét sau:

+ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(-1;1)$

+ Ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=1$ và $\lim\limits_{x\to-1}y=\pm\infty$ đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận

+ Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1<m<2$

+ Hàm số không có GTLN trên tập xác định

**Câu 7: Đáp án B**

Ta có $b=\log_{25}2=\log_{5^2}2\Rightarrow 2b=\log_5 2\Leftrightarrow 4b=\log_5 4\Rightarrow\log_4 5=\frac{1}{4b}$

Khi đó

$$\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{2}.\log_{60}\sqrt{150}=\frac{1}{2}.\frac{\log_4\left(2.3.5^2\right)}{\log_4\left(4.3.4\right)}=\frac{1}{2}.\frac{\frac{1}{2}\log_4 3+2.\log_4 5}{1+\log_4 3+\log_4 5}=\frac{1}{2}.\frac{\frac{1}{2}+a+\frac{1}{2b}}{1+a+\frac{1}{4b}}=\frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$$

**Câu 8: Đáp án B**

$$\frac{2+2\left(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\right)}{2-2\left(\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha\right)}=\frac{2+2\cos\left(\alpha-\beta\right)}{2-2\sin\left(\alpha-\beta\right)}=\frac{2+2\cos\frac{\pi}{6}}{2-2\sin\frac{\pi}{6}}=2+\sqrt{3}$$

**Câu 9: Đáp án B**

$$\cos x+\sin 4x-\cos 3x=0\Leftrightarrow 2\sin 2x.\sin x+2\sin 2x.\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x\left(\sin x+\cos 2x\right)=0\Leftrightarrow \sin 2x\left(-2\sin^2 x+\sin x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ \sin x=1\\ \sin x=\frac{-1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\frac{-\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$$

Nghiệm thứ nhất có 4 họ nghiệm , nhưng có 1 nghiệm trùng với nghiệm thứ 2, như vậy có tất cả 6 họ nghiệm thỏa mãn đề bài

**Câu 10: Đáp án D**

Dựa vào giả thiết, ta có

+ Bất phương trình $\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\right)^x+2\left(\frac{3}{5}\right)^x+3\left(\frac{1}{5}\right)^x-5>0$

Đặt $f\left(x\right)=\left(\frac{2}{5}\right)^x+2\left(\frac{3}{5}\right)^x+3\left(\frac{1}{5}\right)^x-5$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=\left(\frac{2}{5}\right)^x\ln\frac{2}{5}+2\left(\frac{3}{5}\right)^x\ln\frac{3}{5}+3\left(\frac{1}{5}\right)^x\ln\frac{1}{5}-5<0\Rightarrow f\left(x\right)$ nghịch biến trên tập xác định.

Mặt khác $f\left(1\right)=0\Rightarrow f\left(x\right)>0\Leftrightarrow x<1\Rightarrow S_1=\left(-\infty;1\right)$

+ Bất phương trình $\Leftrightarrow\begin{cases}x+2>0\\ x+2\le\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\ x\le-\frac{7}{4}\end{cases}\Rightarrow S_2=\left(-2;-\frac{7}{4}\right]$

+ Bất phương trình $\Leftrightarrow x<0 \Rightarrow S_3=(-\infty;0)$

Suy ra $S_2 \subset S_3 \subset S_1$

**Câu 11: Đáp án C**

- TXĐ: $2\cos x-\sin x+4 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

- Khi đó: $y(2\cos x-\sin x+4)=2\sin x+\cos x+3 \Leftrightarrow (2y-1)\cos x-(y+2)\sin x=3-4y$ (*)

- Để (*) có nghiệm thì: $(3-4y)^2 \le (2y-1)^2+[-(y+2)]^2 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \le y \le 2$

Từ đây suy ra $\begin{cases} \max y=2 \\ \min y=\frac{2}{11} \end{cases}$

**Câu 12: Đáp án C**

Ta có $z_2-iz_1=2+3i-i+i^2=1+2i \Rightarrow |z_2-iz_1|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

**Câu 13: Đáp án C**

Điều kiện: $\cos x \ge 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2}+k2\pi; \frac{\pi}{2}+k2\pi\right]$

Tập giá trị: ta có $0 \le \cos x \le 1 \Leftrightarrow 0 \le y \le 1$

**Câu 14: Đáp án B**

Đặt $\begin{cases} u=\ln(2x+1) \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{2}{2x+1}dx \\ v=\frac{x^2}{2} \end{cases} \Rightarrow I=\left[\frac{x^2}{2}\ln(2x+1)\right]\Big|_0^4-\int_0^4 \frac{x^2}{2x+1}dx$

$$\Leftrightarrow I=\left[\frac{x^2}{2}\ln(2x+1)\right]\Big|_0^4-\int_0^4\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4(2x+1)}\right)dx=\left[\frac{x^2}{2}\ln(2x+1)\right]\Big|_0^4-\left(\frac{x^2}{4}-\frac{1}{4}x+\frac{1}{8}\ln(2x+1)\right)\Big|_0^4$$

$$\Leftrightarrow I=\frac{63}{4}\ln 3-3 \Rightarrow \begin{cases} a=63 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow S=a+b+c=70$$

Cách : PP hằng số

Đặt $\begin{cases} u=\ln(2x+1) \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{2}{2x+1}dx \\ v=\frac{x^2-\frac{1}{4}}{2}=\frac{(2x+1)(2x-1)}{8} \end{cases} \Rightarrow I=\left[\frac{4x^2-1}{8}\ln(2x+1)\right]\Big|_0^4-\int_0^4 \frac{2x-1}{4}dx$

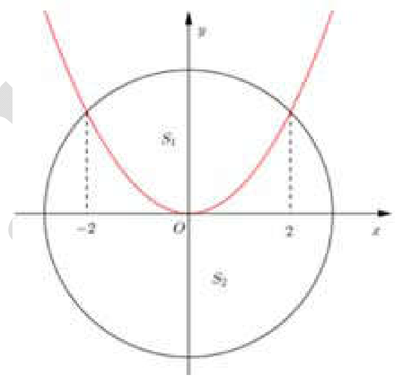
$$\Rightarrow I = \frac{63}{8}\ln 9 = \left.\frac{\left(x^2-4\right)}{4}\right|_0^4 = \frac{63}{4}\ln 3 - 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 63 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow S = a + b + c = 70$$

**Câu 15: Đáp án A**

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3>0,\ x>0 \\ \log_2\left(x+3\right) - \log_2 x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_2 \dfrac{x+3}{x^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \dfrac{x+3}{x^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

**Câu 16: Đáp án B**




Ta có $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ y = \dfrac{x^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Ta có parabol và đường tròn như hình vẽ bên

Khi đó $S_1 = \int\limits_{-2}^{2} \left( \sqrt{8-x^2} - \dfrac{x^2}{2} \right) dx = 2\pi + \dfrac{4}{3}$ (bấm máy tính)

Suy ra $S_2 = 8\pi - S_1 = 6\pi - \dfrac{4}{3}$. Suy ra $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{2\pi + \frac{4}{3}}{6\pi = \frac{4}{3}} = \dfrac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$

**Câu 17: Đáp án B**

Ta có: chọn ra 4 thầy cô từ 16 thầy cô có $C_{16}^4 = 1820$ (cách chọn)

+ Để chọn được 4 giáo viên phải có cô giáo và đủ ba bộ môn, vậy có các trường hợp sau:

* Trường hợp 1: chọn 2 thầy toán, 1 cô lý, 1 cô hóa có $C_8^2 C_5^1 C_3^1$ (cách chọn)

* Trường hợp 2: chọn 1 thầy toán, 2 cô lý, 1 cô hóa có $C_8^1 C_2^5 C_3^1$ (cách chọn)

* Trường hợp 3: chọn 1 thầy toán, 1 cô lý, 2 cô hóa có $C_8^1 C_5^1 C_3^2$ (cách chọn)

Vậy xác suất để chọn được 4 người phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn là

$$P = \frac{C_8^2 C_5^1 C_3^1 + C_8^1 C_2^5 C_3^1 + C_8^1 C_5^1 C_3^2}{C_{16}^4} = \frac{3}{7}$$

**Câu 18: Đáp án D**

A, B, C là hình chiếu của M trên trục Ox, Oy, Oz $\Rightarrow A\left(-3;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0;4\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(3;2;0\right)$ và $\overrightarrow{AC} = \left(3;0;4\right)$ suy ra $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = \left(8;-12;-6\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(ABC)}} = \left(4;-6;-3\right)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $4x-6y-3z+12=0$

Hoặc phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn, ta được (ABC): $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$

Vậy mặt phẳng có phương trình $4x-6y-3z+12=0$ song song với mặt phẳng (ABC)

**Câu 19: Đáp án D**

Điều kiện: $n\ge 3$

$$\frac{C_{n-1}^{n-3}}{A_{n+1}^{4}}\le\frac{1}{14P_3}\Leftrightarrow\frac{(n-1)!(n-3)!}{(n-3)!2!(n+1)!}\le\frac{1}{14.3}\Leftrightarrow\frac{1}{(n+1)n}\le\frac{1}{42}\Leftrightarrow(n+1)n\ge 42\Leftrightarrow n\ge 6$$

**Câu 20: Đáp án C**

Ba hệ số đầu tiên của khai triển là $C_n^0=1;\ C_n^1.\frac{1}{2}=\frac{n}{2}$ và $C_n^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{n(n-1)}{8}$ lập thành cấp số

cộng nên: $1+\frac{n(n-1)}{8}=2.\frac{n}{2}\Leftrightarrow n^2-9n+8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=8\\ n=1(L)\end{array}\right.$

( $n=1$ thì khai triển chỉ có 2 số hạng)

Các số hạng của khai triển đều có dạng: $\frac{C_8^k}{2^k}.\frac{x^{\frac{8-k}{2}}}{x^{\frac{k}{4}}}$

Số hạng nhận giá trị hữu tỷ $\forall x\in N^*$ ứng với $\begin{cases}(8-k)\ \vdots\ 2\\ k\ \vdots\ 4\end{cases}\Rightarrow k\in\{0;4;8\}$

Vậy khai triển có 3 số hạng luôn nhận giá trị hữu tỷ $\forall x\in N^*$ là 1; $\frac{C_8^4}{2^4}x$ và $\frac{1}{2^8x^2}$

**Câu 21: Đáp án D**

Ta có $y'=(x+\sin 2x)'=1+2\cos 2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 1+2\cos 2x=0\Leftrightarrow\cos 2=-\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z}),\ x\in(0;\pi)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}\\ x=\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.$$

Mặt khác $y''=-4\sin 2x\Rightarrow\begin{cases}y''_{\left(\frac{\pi}{3}\right)}=-2\sqrt{3}<0(CĐ)\\ y''_{\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=2\sqrt{3}>0(CT)\end{cases}$

$\Rightarrow$ Giá trị cực đại của hàm số bằng $y_{\left(\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 22: Đáp án C**

Hàm số xác định khi và chỉ khi $2-x^2 \ge 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \le x \le \sqrt{2} \Rightarrow D = \left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

**Câu 23: Đáp án B**

Xét $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25 \Rightarrow I(-1;2;3)$ và bán kính $R=5$

Để (S) và $(\alpha)$ không có điểm chung khi

$$d(I;(P))>R \Leftrightarrow \frac{|-1.2+2-2.3+m|}{\sqrt{2^2+1^1+(-2)^2}}>5 \Leftrightarrow |m-6|>15 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>21 \\ m<-9 \end{array}\right.$$

**Câu 24: Đáp án A**

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{\left(x+\sqrt{4x-3}\right)(x-3)x}{\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)(x-3)(x-1)}=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x\left(x+\sqrt{4x-3}\right)}{(x-1)\left(x+1+\sqrt{5x+1}\right)}=\frac{9}{8}$

Suy ra $a=9;\ b=8 \Rightarrow a-b=1$

**Câu 25: Đáp án B**

Ta có $\int f(x)dx=\int \cos^3 x dx=\frac{1}{4}\int(\cos 3x+3\cos x)dx=\frac{1}{4}\left(\frac{\sin 3x}{3}+3\sin x\right)+C$

**Câu 26: Đáp án C**

Tam giác SAB cân tại S có $\widehat{SAB}=45^0 \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại S

Suy ra $SA \perp SB$ mà $\Delta SAB=\Delta SBC=\Delta SAC \Rightarrow$ SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau

Khi đó $\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{SB^2}+\frac{1}{SC^2}$ mà $SA=SB=SC=x \Rightarrow x=a\sqrt{3}$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là $R=\frac{\sqrt{SA^2+SB^2+SC^2}}{2}=\frac{x\sqrt{3}}{2}=\frac{3a}{2}$

**Câu 27: Đáp án B**

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC

Khi quay hình chữ nhật xung quanh trục MN ta được hình trụ

+ Bán kính đường tròn đáy là $r=AM\frac{AD}{2}=1$

+ Chiều cao của hình trụ là $h=AB=1$

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi r(r+h)=4\pi$

**Câu 28: Đáp án C**

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-1 \end{array}\right.$

Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{|x|-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to-\infty}=-2 \\ \lim\limits_{x\to\infty}=2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai TCĐ. Vậy đồ thị hàm số đã cho có bốn đường tiệm cận

**Câu 29: Đáp án C**

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=\int\left(t^2+4t\right)dt=\dfrac{t^3}{3}+2t+C(m/s)$

Do khi bắt đầu tăng tốc $v_0=15$ nên $v_{(t-0)}=15 \Rightarrow C=15 \Rightarrow v(t)=\dfrac{t^3}{3}+2t^2+15$

Khi đó quãng đường đi được $S=\int\limits_0^3 v(t)dt=\int\limits_0^3\left(15+\dfrac{t^3}{3}+2t^2\right)dt=\left.\left(15+\dfrac{t^4}{12}+\dfrac{2}{3}t^3\right)\right|_0^3=69,75\,m$

**Câu 30: Đáp án C**

Đặt $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow \overline{z}=a-bi$ mà $(2-i)\overline{z}-3z=-1+3i$

Suy ra $(2-i)(a-bi)-3(a+bi)=-1+3i \Leftrightarrow 2a-2bi-ai-b-3a-3bi+1-3i=0$

$\Leftrightarrow 1-a-b-(a+5b+3)i=0 \Rightarrow \begin{cases} 1-a-b=0 \\ a+5b+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a-b=3$

**Câu 31: Đáp án A**

Giả sử $x=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Ta có $M(a;b)$ và $M'(a;-b)$

* Khi đó $z(4+3i)=(4a-3b)+(3aq+4b)i$

Suy ra $N(4a-3b;3a+4b)$ và $N'(4a-3b;-3a-3b)$

* Do 4 điểm M, N, M’, N’ tạo thành hình thang cân nhận Ox làm trục đối xứng nên 4 điểm

đó lập thành hình chữ nhật $\Leftrightarrow MM'=NN' \Leftrightarrow 4b^2=4(3a+4b)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-b \\ a=-\dfrac{8}{3}b \end{array}\right.$

* Với $a=-b$, ta có $|z+4i-5|=\sqrt{(b+5)^2+(b+4)^2}=\sqrt{2\left(b+\dfrac{9}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}}\ge\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Dấu bằng xảy ra khi $a=\dfrac{9}{2}, b=-\dfrac{9}{2}$

* Với $a=-\frac{8}{3}$, ta có $\left|z+4i-5\right|=\sqrt{\left(\frac{8}{3}b+5\right)^2+\left(b+4\right)^2}=\sqrt{\frac{73}{9}b^2+\frac{104}{3}b+41}\geq\frac{289}{73}>\frac{1}{\sqrt{2}}$

Vậy $\min\left|z+4i-5\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}$

**Câu 32: Đáp án C**

Từ A kẻ AH vuông góc với BC $(H\in BC)$

Ta có $AA'\perp(ABC)\Rightarrow AA'\perp BC\Rightarrow BC\perp(AA'H)$

Khi đó $\widehat{(A'BC);(A'B'C')}=\widehat{(A'BC);(ABC)}=\widehat{(A'H,AH)}=\widehat{A'HA}$

Suy ra $\tan\widehat{A'HA}=\frac{AA'}{AH}=AA'=\tan 60^0.AH$ mà $AH=\frac{AB.AC}{\sqrt{AB^2+AC^2}}=\frac{6}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow AA'=\frac{6\sqrt{39}}{13}\Leftarrow V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=\frac{6\sqrt{39}}{13}.\frac{1}{2}.2.3=\frac{18\sqrt{39}}{13}$

**Câu 33: Đáp án A**

Xét hàm số $f(x)=2x^2-3x-1$ trên $\left[\frac{1}{2};2\right]$ ta có $f'(x)=4x-3=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$

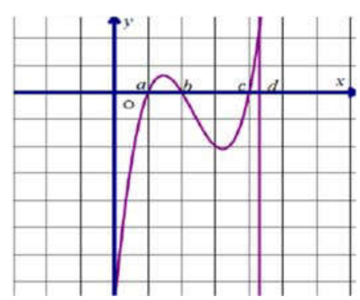
Lại có $f\left(\frac{1}{2}\right)=-2;\ f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{17}{8};\ f(1)=-2\Rightarrow f(x)\in\left[\frac{-17}{8};-2\right]\Rightarrow\left|f(x)\right|\in\left[2;\frac{17}{8}\right]$

Do đó $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]}y=\frac{17}{8}$

**Câu 34: Đáp án C**

- Dựa vào đồ thị hàm số $\Rightarrow$ bảng biến thiên $\Rightarrow\begin{cases}M=\{f(0),f(b),f(d)\}\\m=\{f(a),f(c)\}\end{cases}$

- Mặt khác, dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy rằng




$+\int_a^b f'(x)dx<\int_b^c\left[-f'(x)\right]dx\Rightarrow f(x)\Big|_a^b<-f(x)\Big|_c^d\Leftrightarrow f(a)>f(c)$

$+\int_0^a\left[-f'(x)\right]dx>\int_a^b f'(x)dx\Leftrightarrow f(0)-f(a)>f(b)-f(a)\Leftrightarrow f(0)>f(b)$

$+\int_c^b\left[-f'(x)\right]dx>\int_c^d f'(x)dx\Leftrightarrow f(b)-f(c)>f(d)-f(c)\Leftrightarrow f(b)>f(d)$

Vậy $\begin{cases} f(a) > f(c) \Rightarrow m = f(c) \\ f(0) > f(b) > f(a) \Rightarrow M = f(0) \end{cases} \Rightarrow M + m = f(0) + f(c)$

**Câu 35: Đáp án D**

$\frac{2}{c+a} = \frac{1}{b+c} = \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{c+a}{2} = \frac{(b+c)(b+a)}{2b+a+c} \Leftrightarrow (a+c)^2 + 2b(c+a) = 2(b^2 + ab + ac + ab)$

$a^2 + c^2 + 2ac + 2bc + 2ba = 2(b^2 + ab + ac + ab) \Leftrightarrow a^2 + c^2 = 2b^2$

**Câu 36: Đáp án B**

Ta có $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x$

$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = 1 - \frac{1}{4}(1 - \cos 4x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x \Rightarrow f'(x) = -\sin 4x$

Ta có $g(x) = \sin^6 x + \cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$= 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = 1 - \frac{3}{8}(1 - \cos 4x) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8}\cos 4x \Rightarrow g'(x) = -\frac{3}{2}\sin 4x$

Do đó $3f'(x) - 2g'(x) + 2 = 3.(-\sin 4x) - 2\left(-\frac{3}{2}\sin 4x\right) + 2 = 2$

**Câu 37: Đáp án A**

Xét mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9 \Rightarrow I(2;-1;3)$ và $R = 3$

Mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ có phương trình lần lượt là $z = 0;\ x = 0;\ y = 0$

Có $d(I;(Oxy)) = 3;\ d(I;(Oyz)) = 2;\ d(I;(Oxz)) = 1$ nên mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxy)

**Câu 38: Đáp án C**

Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ mà $M \in (P) \Rightarrow \frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1)

Ta có $\overrightarrow{AM} = (3-a;2;1), \overrightarrow{BM} = (3;2-b;1)$ và $\overrightarrow{BC} = (0;-b;c), \overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$

Mặt khác M là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c - 2b = 0 \\ c - 3a = 0 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = \frac{14}{3};\ b = 7;\ c = 14 \Rightarrow (P): 3x + 2y + z - 14 = 0$

Cách 2: Chứng minh được $OM \perp (ABC)$

Ta có $\begin{cases} OA \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAM) \Rightarrow BC \perp OM$, tương tự $AB \perp OM \Rightarrow OM \perp (ABC)$

Khi đó $(P): 3x + 2y + z - 14 = 0$

**Câu 39: Đáp án D**

Xét hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x}{x + m}$, ta có $y' = \dfrac{(2x-4)(x+m) - x^2 + 4x}{(x+m)^2} = \dfrac{x^2 + 2mx - 4m}{(x+m)^2}; \forall x \neq -m$

Để hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' \geq 0,\ \forall x \in [1;+\infty)\ (*) \\ x = -m \notin \forall x \in [1;+\infty) \Leftrightarrow m > -1 \end{cases}$

Ta có $(*) \Leftrightarrow x^2 + 2mx - 4m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 2m(2-x)$ (I)

- TH1: Với $x = 2 \Rightarrow x^2 \geq 0,\ \forall x \in [1;+\infty)$ với mọi giá trị của m

- TH2: Với $2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow x \in [1;2)$. Khi đó

$(I) \Leftrightarrow 2m \leq \dfrac{x^2}{2-x};\ \forall x \in [1;2) \Rightarrow 2m \leq \min\limits_{[1;2)} f(x)$

- TH3: Với $2 - x < 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow x \in (2;+\infty)$. Khi đó

$(I) \Leftrightarrow 2m \geq \dfrac{x^2}{2-x};\ \forall x \in (2;+\infty) \Rightarrow 2m \geq \max\limits_{(2;+\infty)} f(x)$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x^2}{2-x}$, ta có $f'(x) = -\dfrac{x(x-4)}{(2-x^2)}$, $\forall x \neq 2 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[1;2)} f(x) = f(1) = 1 \\ \max\limits_{(2;+\infty)} f(x) = f(4) = -8 \end{cases}$

Kết hợp các trường hợp, vậy $-1 < m \leq \dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm

**Câu 40: Đáp án C**

Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện MNPQ chính là trung điểm của OQ $\Rightarrow I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. (Do dễ thấy MOQ, NOQ, POQ đều nhìn PQ dưới 1 góc vuông).

Cách 2: Dễ thấy MNPQ là tứ diện đều cạnh $a\sqrt{2}$. Khi đó tâm mặt cầu tứ diện cũng là trọng tâm tứ diện. Khi đó $G\left(\dfrac{x_M + x_N + x_P + x_Q}{4};...\right) = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

Cách 3. Viết $(ABC): x + y + z - 1 = 0$ suy ra tâm $I \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ cho $IM = IQ \Rightarrow I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

**Câu 41: Đáp án C**

Xét hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m = ah4x + bx^2 + c \Rightarrow a = 1;\ b = -2m;\ c = m$

Ta có $y' = 4x^2 - 4mx,\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$. Để hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$

Sử dụng công thức giải nhanh $R_{\Delta ABC} = R_0$ với $R_0 = \dfrac{b^3 - 8a}{8|a|b} \Rightarrow 1 = \dfrac{-8m^3 - 8}{-16m} \Leftrightarrow m^3 - 2m + 1 = 0$

Kết hợp với điều kiện $m > 0 \Rightarrow m = -1;\ m = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ là giá trị cần tìm

Cách 2. Ta có

$A(0;m);\ B\left(-\sqrt{m}; m - m^2\right);\ C\left(\sqrt{m}; m - m^2\right) \Rightarrow R = \dfrac{abc}{4S} = \dfrac{\left(m^4 + m\right)2\sqrt{m}}{4.m\sqrt{m}} = 1 \Leftrightarrow m^3 + 1 = 2m$

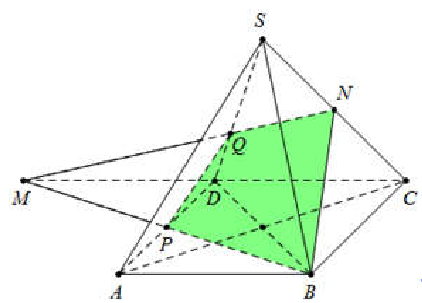
**Câu 42: Đáp án A**

Gọi V là thể tích khối chóp S.ABCD

$V_1$ là thể tích khối chóp PDQ.BCN và $V_2$ là thể tích của khối chóp còn lại, khi đó $V_1 + V_2 = V$

MB cắt AD tại P $\rightarrow$ P là trung điểm của AD

MN cắt SD tại Q $\rightarrow$ Q là trọng tâm của $\Delta SMC$




Ta có $\dfrac{V_{M.PDQ}}{V_{M.BCN}} = \dfrac{MP}{MB}.\dfrac{MD}{MC}.\dfrac{MQ}{MN} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6}$

Mặt khác $V_{M.BCN} = V_{M.PDQ} + V_1 \Rightarrow V_1 = \dfrac{5}{6}V_{M.BCN}$

Mà $S_{\Delta MBC} = S_{ABCD}, d\left(S;(ABCD)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(S;(ABCD)\right)$

Suy ra $V_{M.BCN} = V_{N.MBC} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{V}{2} \Rightarrow V_1 = \dfrac{5}{12}V \Rightarrow V_2 = \dfrac{7}{12}V \Rightarrow V_1 : V_1 = 7:5$

**Câu 43: Đáp án A**

Mặt phẳng (Q) song song với (P) nên (Q) có dạng $2x + y - 3z + m = 0$

Điểm $M(-1;0;0) \in (P)$ nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P), (Q) là $d\left(M;(Q)\right) = \dfrac{11}{2\sqrt{14}}$

$\Rightarrow \dfrac{|-2 + m|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}} = \dfrac{11}{2\sqrt{14}} \Leftrightarrow |m - 2| = \dfrac{11}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{15}{2} \\ m = -\dfrac{7}{2} \end{array}\right. \Rightarrow (Q): \left[\begin{array}{l} -4x - 2y + 6z + 7 = 0 \\ 4x + 2y - 6z + 15 = 0 \end{array}\right.$

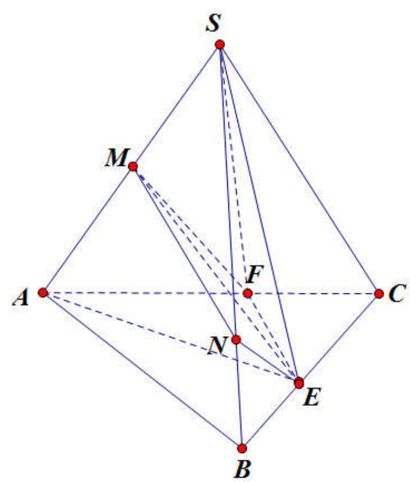
**Câu 44: Đáp án C**

Qua M kẻ MF song song với SC và qua N kẻ NE song song với SC với E và F thuộc CA và CB. Khi đó thiết diện cần tìm là hình thang MNEF.

Đặt $V_{S.ABC} = V;\ V_{MNEFCS} = V_1;\ V_{MNEFAB} = V_2$

$V_1 = V_{SCEF} + V_{SFME} + V_{SMNE}$

Ta có:




$$\frac{V_{SCEF}}{V} = \frac{CF}{CA}.\frac{CE}{CB} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{V_{SFME}}{V_{SFEA}} = \frac{CM}{SE}.\frac{SE}{CA} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{V_{SFEA}}{V} = \frac{S_{EFA}}{S_{ABC}} = \frac{S_{EFA}}{S_{CEA}}.\frac{S_{CEA}}{S_{ABC}} = \frac{FA}{CA}.\frac{CE}{CB} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{SFME}}{V} = \frac{1}{3}.\frac{4}{9} = \frac{4}{27}V$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V_{SABE}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V} = \frac{S_{\Delta BEA}}{S_{\Delta ABC}}.\frac{S_{\Delta AEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{EB}{CE}.\frac{CE}{CB} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow V_{SABE} = \frac{2}{27} \Rightarrow V_1 = \frac{2}{9}V + \frac{4}{27}V = \frac{4}{9}V$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$$

**Câu 45: Đáp án A**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C_1),(C_2)$ LÀ $\begin{cases} y = x^2 \\ x = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 0 \\ x = 1; y = 1 \end{array}\right.$

Trong đoạn $x \in [0;1]$ suy ra $y = x^2;\ y = \sqrt{x}$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V_{Ox} = \pi\left|\int_0^1 (x^4 - x)dx\right| = \pi\left|\left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right| = \frac{3\pi}{10}$

**Câu 46: Đáp án D**

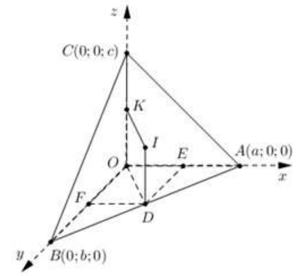
Ta có: $y' = \dfrac{\left(1-\log\frac{1}{x}\right)'}{2\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}} = \dfrac{1}{2x\ln 10\sqrt{1-\log\frac{1}{x}}};\ \left(\log\frac{1}{x}\right) = \dfrac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}\ln 10} = \dfrac{-1}{x\ln 10}$

**Câu 47: Đáp án D**

Gọi D, K lần lượt là trung điểm của AB, OC.

Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (OAB) và cắt mặt phẳng trung trực của OC tại I

$\Rightarrow$ I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC suy ra $z_1 = \frac{c}{2}$




Tương tự $DF = \frac{a}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{a}{2};\ y_1 = \frac{b}{2} \Rightarrow I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$

Suy ra $x_1 + y_2 + z_2 = \frac{a+b+c}{2} = 1 \Rightarrow I \in (P): x + y + z - 1 = 0$

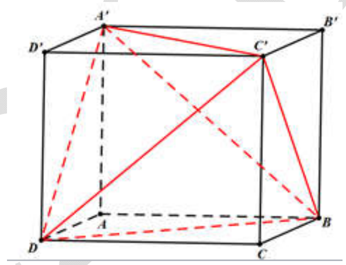
Vậy khoảng cách từ điểm M đến (P) bằng $d = \frac{2015}{\sqrt{3}}$

**Câu 48: Đáp án D**

$$z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \left(z^2 - 1\right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 4 \\ z^2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2;\ z_2 = -2 \\ z_3 = i\sqrt{2};\ z_4 = -i\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Khi đó $A(2;0),\ B(-2;0),\ C\left(0;\sqrt{2}\right),\ D\left(0;-\sqrt{2}\right) \Rightarrow P = OA + OB + OC + OD = 4 + 2\sqrt{2}$

**Câu 49: Đáp án C**




***Hướng dẫn:*** Khối chóp được phân chia thành 5 tứ diện: một tứ diện A'BC'D và bốn tứ diện còn lại bằng nhau.

$$V_{A'BC'D} = V - 4.V_{C'CDB} = V - \frac{4V}{6} = \frac{V}{3}$$

**Câu 50: Đáp án B**

Gọi độ dài đáy của hình chóp là x, với $0 < x < 1$ . Đường cao hình chóp là

$$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{1 - x}$$

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}x^2\sqrt{1-x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4 - x^5}$

Xét hàm $f(x) = x^4 - x^5$, với $x \in (0;1)$

Khi đó $f'(x) = 4x^3 - 5x^4 = x^3(4-5x);\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,\ x = \frac{4}{5}$

Như vậy để thể tích khối chóp lớn nhất thì $x = \frac{4}{5}$