ĐỀ SỐ 03

Câu 1: Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 = 40$ và $x_n = 1,1.x_{n-1}$ với mọi $n = 2,3,4,...$ Tính giá trị $S = x_1 + x_2 + ... + x_{12}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

A. 855,4 **B.** 855,3 **C.** 741,2 **D.** 741,3

Câu 2: Xác định $\lim\limits_{x\to 0}\frac{|x|}{x^2}$

A. 0 **B.** $-\infty$ **C.** Không tồn tại **D.** $+\infty$

Câu 3: Cho $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x};\ g(x) = \sin x.$ Tính giá trị của $\frac{f'(0)}{g'(0)}$

A. $\frac{5}{6}$ **B.** $-\frac{5}{6}$ **C.** 0 **D.** 1

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau

B. $MN // CD$

C. MN và SC cắt nhau

D. MN và CD chéo nhau

Câu 5: Đồ thị các hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$ khi $x > 0$

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ **B.** $-\frac{1}{4}$ **C.** 0 **D.** $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$

Câu 7: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$

A. 6 **B.** -6 **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $-\frac{1}{6}$

Câu 8: Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1-2i)^2$

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\frac{1}{25}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$ là

A. $\sqrt{2}$ **B.** 2 **C.** $2\sqrt{2}$ **D.** 3

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$;

$$d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$$

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$ **D.** $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 11: Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m \text{ khi } x \geq 0 \\ mx + 2 \quad \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$ **B.** $m = \pm 2$ **C.** $m = -2$ **D.** $m = 0$

Câu 13: Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(2;4), B(5;1), C(-1;-2)$. Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BC}}$ biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$. Tìm tọa độ trọng tâm của $\Delta A'B'C'$.

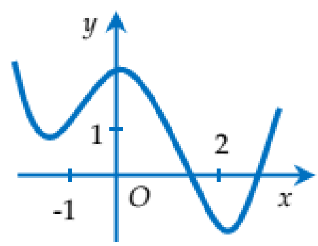
A. $(-4;2)$ **B.** $(4;2)$ **C.** $(4;-2)$ **D.** $(-4;-2)$

Câu 15: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$

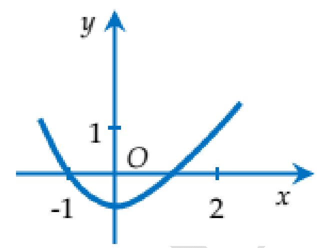
A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 16: Một trong số các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $g'(0)=0,\ g''(x)<0, \forall x\in(-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

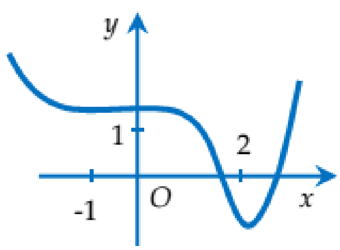
A.



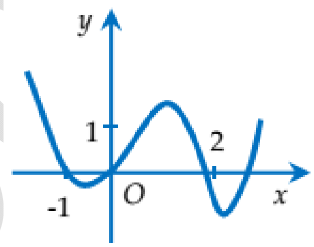
B.



C.



D.



Câu 17: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình: $\dfrac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x}-\dfrac{\log_2 x^2}{\log_2 x-1}\le 1$

A. $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left(1,\sqrt{2}\right]\cup(2;+\infty)$ **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left(1,\sqrt{2}\right]$

C. $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$ **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty)$

Câu 18: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x)=\sqrt{x}\ln x$

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$ **B.** $\int f(x)dx=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$

C. $\int f(x)dx=\frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-1)+C$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}}(3\ln x-2)+C$

Câu 19: Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x$ quay xung quanh trục Ox

A. $\pi\int_0^2 \left(x^2-2x\right)^2 dx$ **B.** $\pi\int_0^2 4x^2dx - \pi\int_0^2 x^4dx$

C. $\pi\int_0^2 4x^2dx + \pi\int_0^2 x^4dx$ **D.** $\pi\int_0^2 \left(2x-x^2\right)dx$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\tan x)=\cos^4 x, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_0^1 f(x)dx$

A. $\frac{2+\pi}{8}$ **B.** 1 **C.** $\frac{2+\pi}{4}$ **D.** $\frac{\pi}{4}$

Câu 21: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=|z+\bar{z}|=1$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 22: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

A. đường thẳng **B.** đường tròn **C.** parabol **D.** hypebol

Câu 23: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho

A. $V=\frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$ **B.** $V=\frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$

C. $V=\frac{\pi}{3}\left(h^2+\frac{4a^2}{3}\right)\sqrt{\frac{h^2}{4}+\frac{a^2}{3}}$ **D.** $V=\frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1), B(-2;-4;3), C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$. Tìm điểm $M\in(P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-1\right)$ **B.** $M\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};1\right)$ **C.** $M(2;2;-4)$ **D.** $M(-2;-2;4)$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$ **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$

Câu 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3,4,5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

A. 1470 **B.** 750 **C.** 2940 **D.** 1500

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là trung điểm của SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính tỷ số $\frac{KS}{KD}$

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 2 **D.** 3

Câu 28: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** a

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên $(0;1)$

A. $m>\frac{1}{3}$ **B.** $m<-1$

C. $m\geq\frac{1}{3}$ hoặc $m\leq-1$ **D.** $-1<m<\frac{1}{3}$

Câu 30: Phương trình $|x^2-2x|(|x|-1)=m$ (với m là tham số thực) có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn: $(x_1+3)(x_2+3) = 72$

A. $m = \dfrac{61}{2}$ **B.** $m = 3$ **C.** Không tồn tại **D.** $m = \dfrac{9}{2}$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ thỏa mãn $f'(x) \ge x + \dfrac{1}{x}, \forall x \in \mathbb{R}^+$ và $f(1) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(2)$

A. 3 **B.** 2 **C.** $\dfrac{5}{2} + \ln 2$ **D.** 4

Câu 33: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, cắt trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \ge 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành

A. $V = \dfrac{1}{3} + \dfrac{e^2-1}{2e^2}$ **B.** $V = \dfrac{\pi(5e^2-3)}{6e^2}$

C. $V = \dfrac{1}{2} + \dfrac{e-1}{e}\pi$ **D.** $V = \dfrac{1}{2} + \dfrac{e^2-1}{2e^2}$

Câu 34: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a, BAC = 120°$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

A. $V = \dfrac{3a^3}{8}$ **B.** $V = \dfrac{9a^3}{8}$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng Ozx. Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0;4;0)$ tới điểm C trong đó C là điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{6}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{65}}{2}$

Câu 36: Mỗi lượt ta gieo một con xúc sắc (loại 6 mặt, cân đối), và một đồng xu (cân đối). Tính xác xuất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp

A. $\frac{397}{1728}$ **B.** $\frac{1385}{1728}$ **C.** $\frac{1331}{1728}$ **D.** $\frac{1603}{1728}$

Câu 37: Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 618051620 đồng **B.** 484692514 đồng

C. 597618514 đồng **D.** 539447312 đồng

Câu 38: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và điểm M nằm trong tam giác sao cho $MA=1, MB=2, MC=\sqrt{2}$. Tính góc AMC

A. $135°$ **B.** $120°$ **C.** $160°$ **D.** $150°$

Câu 39: Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC=AD=BC=BD=a,\ CD=2x$. Tính giá trị của x sao cho hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau

A. $\frac{a}{2}$ **B.** $\frac{a}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 40: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=x\left(x^2-3\right)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt (C) và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A (khác M) và B sao cho M là trung điểm của AB?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 41: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục và có đúng 3 điểm cực trị là $-2;-1;0$. Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 42: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P=\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $10m\in\mathbb{Z}$ và phương trình: $2\log_{mx-5}\left(2x^2-5x+4\right)=\log_{\sqrt{mx-5}}\left(x^2+2x-6\right)$ có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S

A. 15 **B.** 14 **C.** 13 **D.** 16

Câu 44: Xét hàm số $y=f(x)$ liên tục trên miền $D=[a;b]$ có đồ thị là một đường cong C. Gọi S là phần giới hạn bởi C và các đường thẳng $x=a, x=b$. Người ta chứng minh được rằng độ dài đường cong S bằng $\int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$. Theo kết quả trên, độ dài đường cong S là phần đồ thị của hàm số $f(x)=\ln x$ và bị giới hạn bởi các đường thẳng $x=1, x=\sqrt{3}$ là $m-\sqrt{m}+\ln\frac{1+\sqrt{m}}{\sqrt{n}}$ với $m,n\in\mathbb{R}$ thì giá trị của m^2-mn+n^2 là bao nhiêu?

A. 6 **B.** 7 **C.** 3 **D.** 1

Câu 45: Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z^2-z|+|z^2+z+1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z|=1$

A. $\sqrt{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{13}{4}$ **D.** 5

Câu 46: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=2\sqrt{3}$ và các cạnh còn lại đều bằng x. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$

A. $x=\sqrt{6}$ **B.** $x=2\sqrt{2}$ **C.** $x=3\sqrt{2}$ **D.** $x=2\sqrt{3}$

Câu 47: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với điểm B qua điểm D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$ **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{320}$ **D.** $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$

Câu 48: Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu có bán kính bằng a, tính thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất là

A. $V=\frac{8a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{10a^3}{3}$ **C.** $V=2a^3$ **D.** $V=\frac{32a^3}{3}$

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với góc $BAC=120°, AB=AC=a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng ABC là trung điểm của BC.

Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V=\dfrac{a^3}{16}$

A. $R=\dfrac{\sqrt{91}a}{8}$ **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{13}}{4}$ **C.** $R=\dfrac{13a}{2}$ **D.** $R=6a$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho các điểm $A(0;0;2),B(3;4;1).$ Tìm giá trị nhỏ nhất của $AX+BY$ với X,Y là các điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $XY=1$

A. 3 **B.** 5 **C.** $2+\sqrt{17}$ **D.** $1+2\sqrt{5}$

Đáp án

1.A	2.D	3.A	4.B	5.C	6.D	7.B	8.D	9.C	10.A
11.B	12.C	13.B	14.D	15.D	16.A	17.A	18.D	19.D	20.A
21.C	22.C	23.B	24.A	25.A	26.D	27.A	28.A	29.C	30.B
31.D	32.C	33.B	34.D	35.C	36.A	37.D	38.A	39.C	40.C
41.A	42.C	43.A	44.B	45.C	46.B	47.D	48.D	49.A	50.B

Câu 1: Đáp án A.

Ta có: $S = x_1 + x_2 + ... + x_{12} = x_1 + 1,1x_1 + 1,1^2 x_1 + ... 1,1^{11} x_1$

$= x_1\left(1+1,1+1,1^2+...+1,1^{11}\right) = 40.\dfrac{1-1,1^{12}}{1-1,1} = 855,4$

Lưu ý: Nếu u_n là một cấp số nhân với công bội $q \neq 1$ thì S_n được tính theo công thức

$S_n = \dfrac{u_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$

Câu 2: Đáp án D.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{|x|}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$ và

$\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{|x|}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{-1}{x} = +\infty$ nên $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|x|}{x^2} = +\infty$

Câu 3: Đáp án A.

Ta có: $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \dfrac{2}{3\sqrt[3]{(1+2x)^2}} \Rightarrow f'(0) = \dfrac{5}{6}$

Lại có: $g(x) = \sin x \Rightarrow g'(x) = \cos x \Rightarrow g'(0) = 1$

Vậy $\dfrac{f'(x)}{g(x)} = \dfrac{5}{6}$.

Câu 4: Đáp án B

Ta có: $\begin{cases} M \in (MCD) \\ M \in (SAB) \\ AB//CD \end{cases} \Rightarrow (MCD) \cap (SAB) = \Delta$ (với Δ là đường thẳng qua M và $\Delta // AB // CD$)

$\Rightarrow (MCD) \cap SB = SB \cap \Delta = \{N\} \Rightarrow MN // AB // CD.$

Câu 5: Đáp án C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x+1)\left(\frac{4}{x-1} - (x-1)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại 2 điểm.

Câu 6: Đáp án D.

Ta có $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} \Rightarrow y' = \frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^4 = 3x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Vì $x > 0$ nên $x = \sqrt{3}$. Ta có $y\left(\sqrt{3}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 7: Đáp án B.

Ta có: $\log_a x = 2 \Rightarrow a = \sqrt{x}; \log_b x = 3 \Rightarrow b = \sqrt[3]{x}$

Thay vào biểu thức, ta được:

$$\log_{\frac{a}{b^2}} x = \log_{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}} x = -6$$

Câu 8: Đáp án D.

Ta có: $z = (1-2i)^2 = -3-4i \Rightarrow \frac{1}{z} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$

Từ đó suy ra $\left|\frac{1}{z}\right| = \left|-\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i\right| = \sqrt{\left(-\frac{3}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{1}{5}$.

Câu 9: Đáp án C.

Gọi đường thẳng đã cho là d và nhận $\vec{u}(1;1;-1)$ làm một vecto chỉ phương.

Gọi H là một điểm nằm trên đường thẳng đã cho, ta có: $H(1+t;1+t;-t)$, để H là hình chiếu của M lên đường thẳng thì $MH \perp d$ hay $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 1(t)+1(t-2)-1(-t-2)=0 \Leftrightarrow t=0$

Khi đó $H(1;1;0)$ và $d(M,d)=MH=2\sqrt{2}$.

Câu 10: Đáp án A.

Dễ thấy đáp án A có $\overrightarrow{U}=(1;1;1)$ cùng vuông góc với hai vecto chỉ phương của đường thẳng đã cho.

Câu 11: Đáp án A.

$$\sqrt{3}\sin x=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{2}-2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x=-\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin x\left(\sqrt{3}+2\cos x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{-5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. ;k\in\mathbb{Z}.$$

Do $S\subset\left[\frac{-3\pi}{2};-\pi\right)$ nên $S=\left\{\frac{-7\pi}{6}\right\}$.

Câu 12: Đáp án C.

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(2\sqrt{x}-m\right)=-m\\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(mx+2)=2\\ f(0)=-m\end{cases}$$

Suy ra để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 13: Đáp án B.

Gọi x_o là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành. Khi đó:

$$y'(x_o)=0 \Leftrightarrow \frac{2x_0^3-6x_0^2}{(x_0-2)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=3 \end{array}\right..$$

Với $x=0 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y=-27(tm)$.

Với $x=3 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y=0$ (loại do trùng với Ox).

Vậy chỉ có một tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành.

Câu 14: Đáp án D.

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(-6;-3)$. Với $\begin{cases} A(2;4) \\ B(5;1) \\ C(-1;-2) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A'(-4;1) \\ B'(-1;-2) \\ C'(-7;-5) \end{cases} \Rightarrow G_{\Delta A'B'C'}(-4;-2).$$

Câu 15: Đáp án D

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}}{1-\dfrac{1}{x}}=0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{-x-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{-\sqrt{x+1}}=-\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả ba đường tiệm cận.

Câu 16: Đáp án A.

Vì hàm số *g(x)* liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\begin{cases} g'(x)=0 \\ g''(x)<0 \end{cases} \Rightarrow g(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

Quan sát bốn đồ thị hàm số thấy chỉ có đồ thị hàm số A đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 17: Đáp án A.

Điều kiện: $x \in (0;+\infty) \setminus \{1;2\} (*)$.

$$\frac{\log_2 \frac{x}{2}}{\log_2 x} - \frac{\log_2 x^2}{\log_2 x - 1} \le 1 \Leftrightarrow \frac{\log_2 x - 1}{\log_2 x} - \frac{2\log_2 x}{\log_2 x - 1} \le 1.$$

Đặt $t = \log_2 x$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{t} - \frac{2t}{t-1} \le 1 \Leftrightarrow t \in (-\infty;-1] \cup \left(0;\frac{1}{2}\right] \cup (1;+\infty)$$

$\Rightarrow x \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right] \cup \left(1;\sqrt{2}\right] \cup (2;+\infty)$. Kết hợp điều kiện (*) $x \in \left(0;\frac{1}{2}\right] \cup \left(1;\sqrt{2}\right] \cup (2;+\infty)$.

Câu 18: Đáp án D.

$$\int \sqrt{x} \ln x dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} \ln x - \frac{2}{3} \int x\sqrt{x}.\frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{2}{3} x\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9} x\sqrt{x} + C = \frac{2}{9} x\sqrt{x} (3\ln x - 2) + C$$

Câu 19: Đáp án D.

Thể tích của khối tròn xoay là: $V = \pi \left(\int_0^2 4x^2 dx - \int_0^2 x^4 dx \right)$

Câu 20: Đáp án A.

$$f(\tan x) = \cos^4 x \Leftrightarrow f(\tan x) = \left(\frac{1}{\tan^2 x + 1} \right)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{2+\pi}{8}.$$

Câu 21: Đáp án C.

Đặt $z = x + yi$. Ta có: $\begin{cases} |z| = 1 \\ |z + \bar{z}| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 4x^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$ Hệ phương trình có bốn cặp nghiệm hay có tất cả bốn số phức z thỏa mãn.

Câu 22: Đáp án C.

Đặt $z = x + yi$. Ta có: 7

Đặt $z = x + yi$. Ta có: $2|z-1| = |z + \bar{z} + 2|$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(2x+2)^2} \Leftrightarrow x = \dfrac{y^2}{4}$.

Câu 23: Đáp án B.

Gọi khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là $ABC.A'B'C' \Rightarrow AA' = h$.

Đặt $AB = x \Rightarrow$ Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$. Vì lăng trụ nội tiếp hình trụ có bán kính là $a \Rightarrow \dfrac{x\sqrt{3}}{3} = a \Rightarrow x = a\sqrt{3} \Rightarrow V = \dfrac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}.h = \dfrac{3a^2h\sqrt{3}}{4}$.

Câu 24: Đáp án A.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{O} \Rightarrow I(0;0;0)$

Ta có:

$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right| = \left|4\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right| = \left|4\overrightarrow{MI}\right|$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right| \min \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MI}\right| \min$

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên $(P) \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

Câu 25: Đáp án A.

Gọi $A = d \cap (P) \Rightarrow A(1;1;1)$. Mặt khác Δ cũng cắt đường thẳng $d \Rightarrow A \in \Delta$.

Vì $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (5;-1;-3)$.

Đường thẳng Δ

$\begin{cases} qua\ A(1;1;1) \\ \overrightarrow{u_\Delta} = (5;-1;-3) \end{cases} \Rightarrow \Delta : \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 26: Đáp án D.

TH1: Xét số 0 đứng tùy ý: Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và 5 là: $C_7^3.2!.4!$

TH2: Xét số 0 luôn đứng đầu: Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và 5 là: $C_2^6.2!.3!$

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$C_7^3.2!.4! - C_6^2.2!.3! = 1500.$

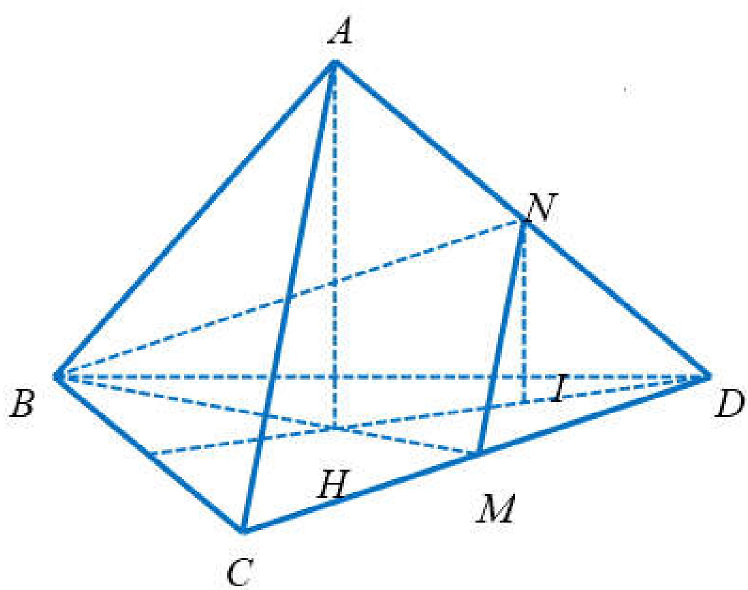
Câu 27: Đáp án A.

Gọi $I = AG \cap CD \Rightarrow C$ là trung điểm của ID.

Xét ΔSCD bị cắt bởi đường thẳng IK ta có:

$\dfrac{SK}{KD}.\dfrac{DI}{IC}.\dfrac{CM}{MS} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{SK}{KD}.2.1 = 1 \Rightarrow \dfrac{SK}{KD} = \dfrac{1}{2}.$

Câu 28: Đáp án A.



Gọi N là trung điểm $AD \Rightarrow MN // AC$

$\Rightarrow d(AC;BM) = d(AC;(MNB)) = d(D;(MNB)).$

Gọi I là hình chiếu của N trên $(ABC) \Rightarrow \begin{cases} NI // AH \\ NI = \dfrac{AH}{2} \end{cases}.$

$\Rightarrow V_{I.MND} = \dfrac{1}{3}.NI.S_{\Delta BMD} = \dfrac{1}{4}V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}.$

Ta có: $S_{\Delta MNB} \Rightarrow d(D;(MNB)) = \dfrac{a\sqrt{22}}{11}.$

Vậy $d(BM;AC) = \dfrac{a\sqrt{22}}{11}.$

Câu 29: Đáp án C.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Đạo hàm: $y'=3x^2-6mx-9m^2$

Để hàm số nghịch biến trên $(0;1)\Leftrightarrow y'\le 0\forall x\in(0;1)$.

Khi đó phương trình: $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2$ thỏa mãn: $\begin{cases}x_1\le 0<x_2\\ x_1<1\le x_2\end{cases}$

Ta có: $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3m\\ x=-m\end{array}\right.$.

TH1: $m>0\Rightarrow\begin{cases}x_1=-m\\ x_2=3m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-m\le 0<3m\\ -m<1\le 3m\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{3}$.

Kết hợp TH2:

$m<0\Rightarrow\begin{cases}x_1=3m\\ x_2=-m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3m\le 0<-m\\ 3m<1\le -m\end{cases}\Leftrightarrow m\le -1$.

Kết hợp $m<0\Rightarrow m\le -1$.

Kết hợp hai trường hợp suy ra $m\le -1$ hoặc $m\ge\frac{1}{3}$.

Câu 30: Đáp án B.

Đồ thị hàm số $y=\left|x^2-2x\right|\left(|x|-1\right)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt $x=-1;x=0;x=1;x=2$ nên phương trình đã cho có tối đa 4 nghiệm thực.

Câu 31: Đáp án D.

Đặt $t=\log_3 x\Rightarrow\begin{cases}x_1=3^{t_1}\\ x_2=3^{t_2}\end{cases}$. Ta có: $\begin{cases}t_1+t_2=3\\ t_1.t_2=2m-7\end{cases}$

Ta có: $(x_1+3)(x_2+3)=72\Leftrightarrow 3^{t_1+t_2}+3\left(3^{t_1}+3^{t_2}\right)+9=72$

$\Leftrightarrow 3^{t_1}+3^{t_2}=12$ (1)

Thế $t_2=3-t_1$ vào (1) ta có:

$3^{t_1}+3^{3-t_1}=12\Leftrightarrow 3^{2t_1}-12.3^{t_1}+27=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^{t_1}=3\\ 3^{t_1}=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t_1=1\\ t_1=2\end{array}\right.$

$\Rightarrow t_1.t_2 = 2 \Leftrightarrow 2m - 7 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$. Thử lại ta thấy $m = \frac{9}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 32: Đáp án C.

$f'(x) \geq x + \frac{1}{x} \Rightarrow f(x) \geq \frac{x^2}{2} + \ln x + C$. Vì $f(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$.

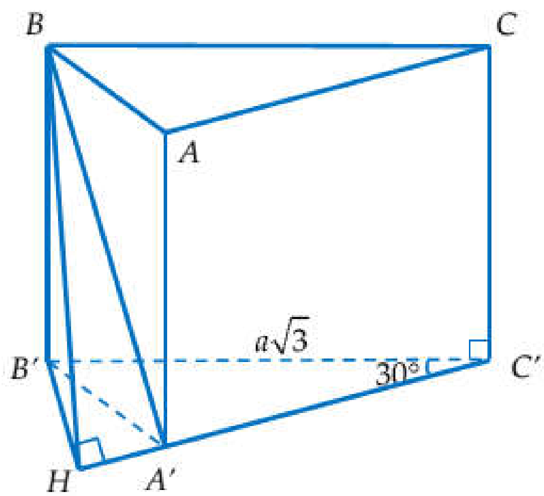
$\Rightarrow f(x) \geq \frac{x^2}{2} + \ln x + \frac{1}{2} \Rightarrow f(2) \geq \frac{5}{2} + \ln 2$.

Câu 33: Đáp án B.

Ta có $e^{x-1} = 2 - x \Leftrightarrow x = 1$ (do hàm số $f(x) = e^{x-1} + x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 0$).

Suy ra $V = \pi\int_0^1 e^{2x-2}dx + \pi\int_1^2 (2-x)^2\, dx = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$

Câu 34: Đáp án D.



Ta có: $B'H = \sin 30°.B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $BHB' = 60° \Rightarrow BB' = B'H.\tan 60° = \frac{3a}{2}$.

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC.}BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 35: Đáp án C.

Gọi $C(a;b;c)$, ta có $d(C,Ox)=\sqrt{b^2+c^2}$ và $d(C;\Delta)=\sqrt{a^2+(c-1)^2}$. Do đó $a^2=b^2+2c-1$.

$\Rightarrow BC=\sqrt{b^2+2c-1+(b-4)^2+c^2}\geq\sqrt{6}$

Câu 36: Đáp án A.

Xác suất một lần gieo được mặt một chấm là $\frac{1}{12}\Rightarrow$ Xác suất để cả ba lần không gieo được mặt một chấm là $\left(1-\frac{1}{12}\right)^3=\left(\frac{11}{12}\right)^3\Rightarrow$ Xác suất để có ít nhất một lần gieo được mặt một chấm trong ba lượt gieo là: $P=1-\left(\frac{11}{12}\right)^3=\frac{397}{1728}$.

Câu 37: Đáp án D.

Đặt $\begin{cases}U_1=2.000.000\\ d=200.000\\ q=1+0,55\%\end{cases}$. Gọi M_i là số tiền người đó có được sau i tháng gửi tiền $i=1,2,3,...60$.

Ta có:

$M_1=U_1.q$

$M_2=(U_1q+U_1+d)q=U_1q^2+U_1q+dq$

$M_3=(U_1q^2+U_1q+dq+U_1+2d)q$

$=U_1q^3+U_1q^2+U_1q+dq^2+2dq$

$M_4=(U_1q^3+U_1q^2+U_1q+dq^2+2dq+U_1+3d)q$

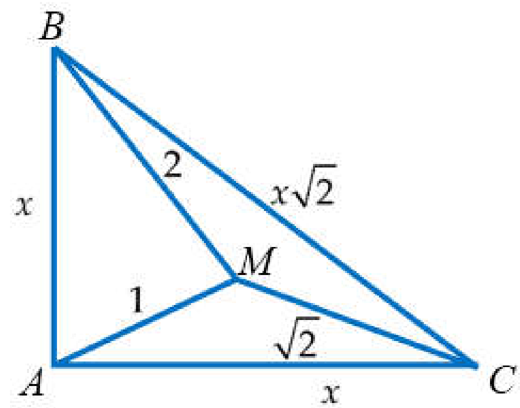
$=U_1q^4+U_1q^3+U_1q^2+U_1q+dq^3+2dq^2+3dq$

……

$M_{60}=U_1.q\left(q^{59}+...+q^2+q+1\right)+d\left(q^{59}+2q^{48}+...+59q\right)$

$=U_1.q.\frac{1-q^{60}}{1-q}+d\sum_{x=0}^{58}\left[(x+1)q^{59-x}\right]=539447312.$

Câu 38: Đáp án A.



$\cos BMC = \frac{6-2x^2}{4\sqrt{2}} = \frac{3-x^2}{2\sqrt{2}}$

$\cos AMC = \frac{3-x^2}{2\sqrt{2}}$

$\Rightarrow AMC = BMC = \alpha \left(\alpha > \frac{\pi}{2}\right).$

Ta có:

$AC = 3 - 2\sqrt{2}\cos\alpha$

$AB = 5 - 4\cos(2\pi - 2\alpha)$

Vì ΔABC vuông cân

$3 - 2\sqrt{2}\cos\alpha = 5 - 4\cos(2\pi - 2\alpha)$

$\Leftrightarrow 4\cos^2\alpha - \sqrt{2}\cos\alpha - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4} (l) \\ \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \alpha = 180 - 45° = 135°.$

Câu 39: Đáp án C.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm CD, AB.

Ta có: $\begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow BH \perp (ACD). \\ BH \perp CD \end{cases}$

Vì các tam giác $\Delta DAB, \Delta CAB$ cân nên $\begin{cases} DI \perp AB \\ CI \perp AB \end{cases} \Rightarrow \left(\left(ABD\right);\left(CBD\right)\right) = CID$

Ta có: $BH = AH = \sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow AB = \sqrt{2a^2 - 2x^2}$.

Vì I là trung điểm $AB \Rightarrow AI = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{2a^2 - 2x^2}}{2}$.

Xét ΔDIA vuông tại I ta có:

$$DI = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2 - 2x^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2 + 2x^2}{4}}$$

Để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau thì $CID = 90°$ khi đó ta có:

$$CD^2 = DI^2 + CI^2 = 2DI^2 \Leftrightarrow 4x^2 = \frac{2a^2 + 2x^2}{2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 40: Đáp án C.

Gọi $M\left(m; m^3 - 3m\right)$ thì phương trình tiếp tuyến Δ tại M là: $y = f'(m)(x - m) + f(m)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ là:

$$f(x) = f'(m)(x - m) + f(m) \Leftrightarrow (x - m)^2 (x + 2m) = 0$$

Khi đó $x_A = -2m$. Ngoài ra $x_B = \dfrac{2m^3}{3m^2 - 3}$. Do đó yêu cầu bài toán sẽ được thỏa mãn

$$\Leftrightarrow \frac{-2m + \frac{2m^3}{3m^2 - 3}}{2} = m \neq -2m \Leftrightarrow 5m^2 = 6.$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Đáp án A.

Đặt $u = x^2 - 2x$ ta có $y' = (2x - 2) f'(u)$

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - 2 = 0 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Vậy hàm số $y = f\left(x^2 - 2x\right)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 42: Đáp án C.

Ta có: $\log_{\sqrt{3}} \dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3)+y(y-3)+xy$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(3x+3y)+(3x+3y)=\log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2)+(x^2+y^2+xy+2)$

Xét hàm số $f(t)=\log_{\sqrt{3}} t+t$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln\sqrt{3}}+1>0$ với mọi $t>0.$ Từ đó ta có

$f(3x+3y)=f(x^2+y^2+xy+2)$

$\Leftrightarrow 3x+3y=x^2+y^2+xy+2$

Khi đó $P=\dfrac{3x+2y+1}{x+y+6}$ có giá trị lớn nhất là 1.

Câu 43: Đáp án A.

Phương trình tương đương với:

$\log_{\sqrt{mx-5}}(2x^2-5x+4)=\log_{\sqrt{mx-5}}(x^2+2x-6)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0<mx-5\neq 1 \\ 2x^2-5x+4>0 \\ 2x^2-5x+4=x^2+2x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<mx-5\neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases}$

Đặt $10m=k\in\mathbb{Z},$ ta có: $\begin{cases} 0<\dfrac{kx}{10}-5\neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases}$. Để phương trình có nghiệm duy nhất thì có 2 trường hợp sau:

- $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \dfrac{2k}{10}-5\leq 0 \\ \dfrac{2k}{10}-5=1 \end{array}\right. \\ 0<\dfrac{5k}{10}-5\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow k\in\{11;13;14;...;25;30\}$

- $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \dfrac{5k}{10}-5\leq 0 \\ \dfrac{5k}{10}-5=1 \end{array}\right. \\ 0<\dfrac{2k}{10}-5\neq 1 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Vậy có tất cả 15 số nguyen k tương ứng với 15 giá trị của m.

Câu 44: Đáp án B.

$L=\int_1^{\sqrt{3}}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}dx.$ Đặt $u=\sqrt{1+x^2}$ ta có:

$$L=\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{u^2}{u^2-1}du=\left(u+\frac{1}{2}\ln\frac{u-1}{u+1}\right)\Bigg|_{\sqrt{2}}^{2}=2-\sqrt{2}+\ln\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Do đó $m=2,n=3\ \Rightarrow m^2-mn+n^2=7.$

Câu 45: Đáp án C.

Với $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right),$ ta có:

$$z.\overline{z}=|z|^2=1\Rightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\a,b\in[-1;1]\\\overline{z}=\dfrac{1}{z}\end{cases}$$

Do đó biến đổi $P,$ ta được:

$$P=|z(z-1)|+\left|z\left(z+1+\frac{1}{z}\right)\right|=|z-1|+\left|z+1+\frac{1}{z}\right|$$

$$=|z-1|+|z+1+\overline{z}|=\sqrt{(a-1)^2+b^2}+|2a+1|$$

$$=\sqrt{2(1-a)}+|2a+1|$$

Khảo sát hàm $f(a)=\sqrt{2(1-a)}+|2a+1|$ trên đoạn $[-1;1]$ ta được $\max P=\frac{13}{4}\Leftrightarrow a=\frac{7}{8}.$

Câu 46: Đáp án

Ta có công thức tính thể tích khối tứ diện $ABCD$ trong bài này như sau:

$$\frac{x^3}{6}\sqrt{1-\cos^2 60-\cos^2 60-\left(\frac{2x^2-12}{2x^2}\right)^2+2\cos 60.\cos 60\left(\frac{2x^2-12}{2x^2}\right)}=2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x=2\sqrt{2}$$

Câu 47: Đáp án D.

Đường thẳng EM cắt AD,AB lần lượt tại $X,Y.$ Các đường thẳng YN,AC cắt nhau tại $Z.$ Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng $BD.$ Áp dụng định lí Menelaus ta có:

$\frac{YA}{YB}.\frac{EB}{EK}.\frac{MK}{MA}=1\Rightarrow\frac{YA}{YB}=\frac{3}{4}.2=\frac{3}{2}$

$\frac{XA}{XD}.\frac{ED}{EB}.\frac{YB}{YA}=1\Rightarrow\frac{XA}{XD}=2.\frac{3}{2}=3$

Chú ý $\Delta ABC=\Delta ABD$ nên $\frac{AZ}{AC}=\frac{AX}{AD}=\frac{3}{4}$.

Do vậy $V_{AXYZ}=V_{ABCD}.\frac{AX}{AD}.\frac{AY}{AB}.\frac{AZ}{AD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}.\frac{3}{4}.\frac{3}{5}.\frac{3}{4}=\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$

Câu 48: Đáp án D.

Gọi M là trung điểm BC. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc chóp tại O,K $\Rightarrow IO=IK=\Delta IOM=\Delta IKM$

Đặt $OM=OK=x\Rightarrow S_d=4x^2$

Gọi $h=SO=OM\tan 2\alpha=x.\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=x.\frac{2.\frac{a}{x}}{1-\frac{a^2}{x^2}}=\frac{2a}{1-\frac{a^2}{x^2}}$

Từ đó suy ra thể tích V của khối chóp là:

$V=\frac{1}{3}4x^2.\frac{2a}{1-\frac{a^2}{x^2}}=\frac{8}{3}.\frac{ax^4}{x^2-a^2}\geq\frac{32a^3}{3}$

Câu 49: Đáp án A.

Bán kính R của tam giác BCD là $\frac{5a\sqrt{3}}{8}$; R của tam giác ABC là a; $BC=a\sqrt{3}$

Gọi H là trung điểm của BC, G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Có: $HG=\sqrt{GC^2-CH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{a}{2}$

Từ đó suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$R=\sqrt{\left(\frac{5a\sqrt{3}}{8}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{91}}{8}$

Câu 50: Đáp án B.

Đặt $X(a;b;0),Y(c;d;0)$ thì $(a-c)^2+(b-d)^2=1$.

Theo bất đẳng thức Minkowski, ta có:

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(3-c)^2+(4-d)^2}+\sqrt{(c-a)^2+(d-a)^2}\geq 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(3-c)^2+(4-d)^2}\geq 4$$

Lại áp dụng bất đẳng thức Minkowski, ta được:

$$AX+BY=\sqrt{a^2+b^2+4}+\sqrt{(3-c)^2+(d-4)^2+1}\geq 5$$