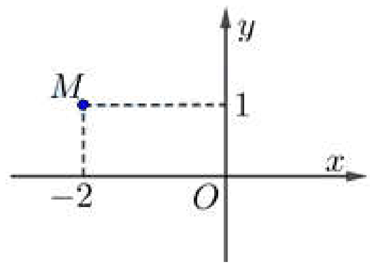
ĐỀ THI THAM KHẢO BỘ GD & ĐT NĂM 2018

Câu 1:



Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

A. $z=-2+i$ **B.** $z=1-2i$ **C.** $z=2+i$ **D.** $z=1+2i$

Câu 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** -3

Câu 3: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^{8} **B.** A_{10}^{2} **C.** C_{10}^{2} **D.** 10^2

Câu 4: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$ **B.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$ **C.** $V=Bh$ **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(0;+\infty)$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b\,(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$ **B.** $V=2\pi\int_a^b f^2(x)dx$ **C.** $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)dx$ **D.** $V=\pi^2\int_a^b f(x)dx$

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$ **B.** $x=0$ **C.** $x=5$ **D.** $x=2$

Câu 8: Với a là số thực dương bất kì,mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$ **B.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$ **C.** $\log a^3=3\log a$ **D.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$

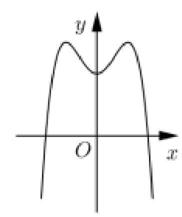
Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

A. x^3+C **B.** $\frac{x^3}{3}+C$ **C.** $6x+C$ **D.** x^3+x+C

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$ **B.** $M(0;-1;1)$ **C.** $M(0;-1;0)$ **D.** $M(0;0;1)$

Câu 11: Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$

B. $y=x^4-2x^2+2$

C. $y=x^3-3x^2+2$

D. $y=-x^3+3x^2+2$

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}>2^{x+6}$ là:

A. $(0;6)$ **B.** $(-\infty;6)$ **C.** $(0;64)$ **D.** $(6;+\infty)$

Câu 14: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$ **B.** $3a$ **C.** $2a$ **D.** $\frac{3a}{2}$

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$ **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$ **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$ **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$

Câu 16: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\frac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\frac{x}{x+1}$

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là:

A. 0 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 50 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 122

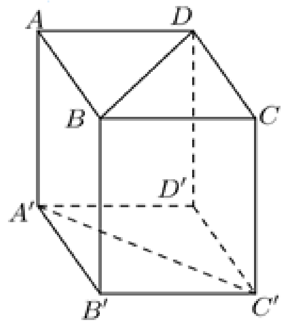
Câu 19: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$ **B.** $\log\frac{5}{3}$ **C.** $\ln\frac{5}{3}$ **D.** $\frac{2}{15}$

Câu 20: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và A’C’ là

A. $\sqrt{3}a$ **B.** a

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ **D.** $\sqrt{2}a$

Câu 22: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4% tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhận vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng **B.** 102.423.000 đồng **C.** 102.016.000 đồng **D.** 102.017.000 đồng

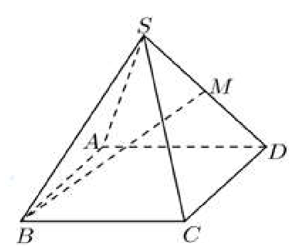
Câu 23: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$ **B.** $\frac{6}{11}$ **C.** $\frac{5}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Câu 24: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$ **B.** $3x-y-z+6=0$ **C.** $x+3y+z-5=0$ **D.** $x+3y+z-6=0$

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$

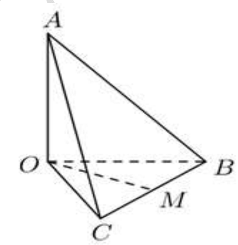
Câu 26: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55,$ số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560 **B.** 3360 **C.** 80640 **D.** 13440

Câu 27: Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$ **B.** $\frac{80}{9}$ **C.** 9 **D.** 0

Câu 28: Cho tứ diện O.ABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC.$ Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



A. 90° **B.** 30°

C. 60° **D.** 45°

Câu 29: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}, d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0.$

Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

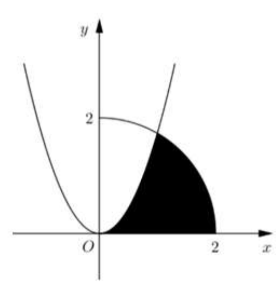
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ **D.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 4

Câu 31: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2,$ cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \le x \le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{12}$

C. $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$

Câu 32: Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=24$ **B.** $P=12$ **C.** $P=18$ **D.** $P=46$

Câu 33: Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện ABCD.

A. $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ **B.** $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$ **C.** $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x-2.12^x+(m-2).9^x=0$ có nghiệm dương?

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực?

A. 5 **B.** 7 **C.** 3 **D.** 2

Câu 36: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 6

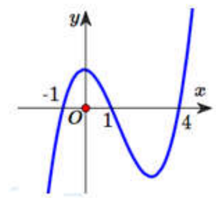
Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{2}{2x-1}, f(0)=1$ và $f(1)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng:

A. $4+\ln 15$ **B.** $2+\ln 15$ **C.** $3+\ln 15$ **D.** $\ln 15$

Câu 38: Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2+i-|z|(1+i)=0$ và $|z|>1$. Tính $P=a+b$.

A. $P=-1$ **B.** $P=-5$ **C.** $P=3$ **D.** $P=7$

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1;3)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-2;1)$ **D.** $(-\infty;-2)$

Câu 40: Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) kẻ qua A. Tổng giá trị các phần tử của S là:

A. 1 **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục x'Ox, y'Oy, z'Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Câu 42: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5^{100}$ bằng

A. 247 **B.** 248 **C.** 229 **D.** 290

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2;2;1), B\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$ **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$

C. $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Câu 45: Cho hai hình vuông ABCD và ABEF có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện ABCDSEF bằng

A. $\frac{7}{6}$ **B.** $\frac{11}{12}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Câu 46: Xét các số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z-4-3i|=\sqrt{5}$. Tính $P=a+b$ khi giá trị biểu thức $|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=10$ **B.** $P=4$ **C.** $P=6$ **D.** $P=8$

Câu 47: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh A'B', A'C' và BC. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\frac{18\sqrt{63}}{65}$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;1), B(3;-1;1)$ và $,C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A, bán kính bằng 2, (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3)?

A. 5 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 8

Câu 49: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12 B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$ **B.** $\frac{1}{126}$ **C.** $\frac{1}{105}$ **D.** $\frac{1}{42}$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0, \int_0^1 [f'(x)]^2\,dx=7$ và $\int_0^1 x^2 f(x)\,dx=\frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. $\frac{7}{5}$ **B.** 1 **C.** $\frac{7}{4}$ **D.** 4

Tổ Toán – Tin

MA TRẬN TỔNG QUÁT ĐỀ THI THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN 2018

	STT	Các chủ đề	Mức độ kiến thức đánh giá				Tổng số câu hỏi
			Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
Lớp 12 (...%)	1	*Hàm số và các bài toán liên quan*	2	4	3	1	**10**
	2	*Mũ và Lôgarit*	3	2	2		**7**
	3	*Nguyên hàm – Tích phân và ứng dụng*	3	2	2		**7**
	4	*Số phức*	2	1	1		**4**
	5	*Thể tích khối đa diện*	2	1	1	1	**5**
	6	*Khối tròn xoay*	1	1	1		**3**
	7	*Phương pháp tọa độ trong không gian*	3	2	2	1	**8**
Lớp 11 (...%)	1	*Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác*			1		**1**
	2	*Tổ hợp-Xác suất*	1	1	1		**3**
	3	*Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân*	1			1	**2**
	4	*Giới hạn*					
	5	*Đạo hàm*					
	6	*Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng*					

	7	*Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian Quan hệ song song*					
	8	*Vectơ trong không gian Quan hệ vuông góc trong không gian*					
Tổng		***Số câu***	***18***	***14***	***14***	***4***	**50**
		Tỷ lệ	***36%***	***28%***	***28%***	***8%***	

Đáp án

1-A	2-B	3-C	4-A	5-A	6-A	7-D	8-C	9-D	10-B
11-A	12-A	13-B	14-B	15-D	16-D	17-B	18-A	19-C	20-D
21-B	22-A	23-C	24-B	25-D	26-D	27-A	28-C	29-A	30-D
31-B	32-D	33-A	34-B	35-D	36-B	37-C	38-D	39-C	40-C
41-A	42-B	43-D	44-A	45-D	46-A	47-B	48-B	49-A	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Câu 2: Đáp án B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}}=1.$

Câu 3: Đáp án C

Câu 4: Đáp án A

Câu 5: Đáp án A

Câu 6: Đáp án A

Câu 7: Đáp án D

Câu 8: Đáp án C

Ta có $\log(3a)=\log 3+\log_a,\log a^3=3\log a.$

Câu 9: Đáp án D

Ta có $\int f(x)dx=\int(3x^2+1)dx=x^3+x+C$

Câu 10: Đáp án B

Câu 11: Đáp án A

Ta thấy đồ thị hàm số ở hình bên là đồ thị hàm số trùng phương.

Xét hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$. Dựa vào hình dạng cuả đồ thị hàm số suy ra $a < 0,$ mà đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0.$ Do đó ta loại được đáp án B, C, D.

Câu 12: Đáp án A

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d} = (-1;2;1)$

Câu 13: Đáp án B

Ta có $2^{2x} > 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6 \Rightarrow x \in (-\infty;6)$

Câu 14: Đáp án B

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 3\pi a^2 \Leftrightarrow \pi al = 3\pi a^2 \Leftrightarrow l = 3a.$

Câu 15: Đáp án D

Phương trình mặt phẳng $(MNP): \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1.$

Câu 16: Đáp án D

Phân tích các đáp án:

+) Đáp án A. Ta có $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = x - 2$ nên hàm số không có tiệm cận đứng

+) Đáp án B. Phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm có tiệm cận đứng

+) Đáp án C. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$ không có tiệm cận đứng

+) Đáp án D. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng là $x = -1.$

Câu 17: Đáp án B

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 18: Đáp án A

Ta có $y' = 4x^3 - 8x, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = 5; f(\sqrt{2}) = 1; f(-\sqrt{2}) = 1; f(-2) = 5; f(3) = 50$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số là 50 khi $x = 3.$

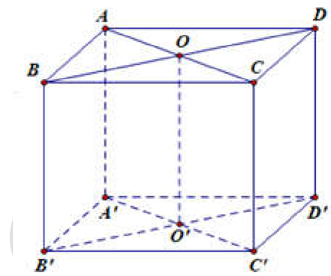
Câu 19: Đáp án C

Ta có $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \int_0^2 \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln(x+3)\Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln\frac{5}{3}$

Câu 20: Đáp án D

Ta có $4z^2-4z+3=0 \Leftrightarrow z=\left[\begin{array}{l} z=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{2} \\ z=z=\dfrac{1-\sqrt{2}i}{2} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1|+|z_2|=\sqrt{3}$

Câu 21: Đáp án B



Gọi O là giao điểm của AC và BD, O' là giao điểm của A'C' và B'D'

Ta có $OO'//AA' \Rightarrow OO' \perp (ABCD)$ và $OO' \perp (A'B'C'D')$

$\Rightarrow \begin{cases} OO' \perp BD \\ OO' \perp A'C' \end{cases} \Rightarrow OO'$ là đoạn vuông góc chung của BD và A'C'

$\Rightarrow OO'$ là khoảng cách giữa A'C' và BD

$\Rightarrow d(A'C',BD)=a.$

Câu 22: Đáp án A

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng là $100.000.000(1+0,4\%)^6=102.424.000$

Câu 23: Đáp án C

Số cách để chọn 2 quả cầu từ hộp là $C_{11}^2 \Rightarrow |\Omega|=C_{11}^2$

Tiếp theo ta sẽ tìm số cách để lấy 2 quả cầu cùng màu từ hộp

Trường hợp 1: Chọn được hai quả cầu màu xanh => có C_5^2 cách chọn

Trường hợp 2: Chọn được hai quả cầu màu đỏ=> có C_6^2 cách chọn

Do đó số cách được chọn 2 quả cầu cùng màu là $C_5^2+C_6^2 \Rightarrow |\Omega_A|=C_5^2+C_6^2 \Rightarrow P_A=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{5}{11}.$

Câu 24: Đáp án B

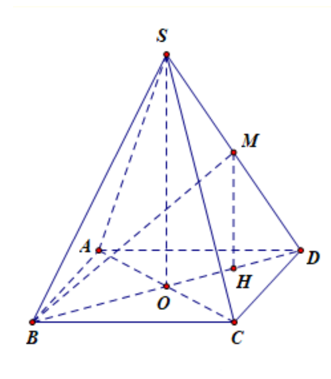
Mặt phẳng đó có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$

Mà mặt phẳng đó qua $A(-1;2;1) \Rightarrow (P): 3x-y-z+6=0.$

Câu 25: Đáp án D

Gọi O là giao điểm của AC và BD $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Qua M kẻ đường thẳng song song với SO cắt BD tại H $\Rightarrow MH \perp (ABCD)$



Ta có $MB \cap (ABCD) = \{B\}$ và $MH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(MB,(ABCD))} = \widehat{(MB,HB)} = \widehat{MBH}$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MH = \dfrac{SO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

Ta có $BH = \dfrac{3}{4}BD = \dfrac{3}{4}.a\sqrt{2} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$

Ta có $\tan\widehat{MBH} = \dfrac{MH}{BH} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \tan\widehat{(MB,(ABCD))} = \dfrac{1}{3}$

Câu 26: Đáp án D

Điều kiện: $n \ge 2.$

Ta có $C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{1!(n-1)!} + \dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 55 \Leftrightarrow n + \dfrac{1}{2}n(n-1) = 55 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 10 \\ n = -11(l) \end{array}\right.$

Khi đó $\left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum\limits_{n=0}^{10} C_{10}^n x^{3n}\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^{10-n} = \sum\limits_{n=0}^{10} C_{10}^n 2^{10-n} x^{5n-20}$

Số hạng không chứa x khi $5n - 20 = 0 \Leftrightarrow n = 4 \Rightarrow$ số hạng không chứa x là $C_{10}^4.2^{10-4} = 13440.$

Câu 27: Đáp án A

Điều kiện: $x > 0.$ Ta có

$\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \log_3 x.\left(\dfrac{1}{2}\log_3 x\right).\left(\dfrac{1}{3}\log_3 x\right).\left(\dfrac{1}{4}\log_3 x\right) = \dfrac{2}{3}$

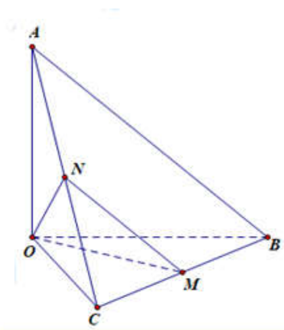
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{24}\log^4{}_3 x = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \log^4{}_3 x = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = \dfrac{1}{9} \end{array}\right. \Rightarrow S = x_1 + x_2 = \dfrac{82}{9}$

Câu 28: Đáp án C

Do OA, OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$ nên tam giác ABC là tam giác đều

Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại N

Ta có $MN // AB \Rightarrow \widehat{(OM, AB)} = \widehat{(OM, MN)}$



Giả sử $OA = OB = OC = a \Rightarrow AB = BC = CA = a\sqrt{2}$

Ta có $OM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, ON = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{OMN} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{(OM, MN)} = 60^\circ$.

Câu 29: Đáp án A

Giả sử đường thẳng d cắt d_1, d_2 lần lượt tại

$M, N \Rightarrow M(3 - t_1; 3 - 2t_1; -2 + t_1), N(5 - 3t_2; -1 + 2t_2; 2 + t_2)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (t_1 - 3t_2 + 2; 2t_1 + 2t_2 - 4; -t_1 + t_2 + 4)$ và $\overrightarrow{n_P} = (1;2;3)$

Mà d vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{n_P} \Rightarrow \begin{cases} t_1 - 3t_2 + 2 = k \\ 2t_1 + 2t_2 - 4 = 2k \\ -t_1 + t_2 + 4 = 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \\ k = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1;-1;0) \\ N(2;1;3) \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;2;3) \Rightarrow d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 30: Đáp án D

Ta có $y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $y' \ge 0, x \in (0;+\infty)$

Ta dễ có $\Leftrightarrow 3x^2 + \frac{1}{x^6} = x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{x^6} \ge 4 \Rightarrow 3x^2 + \frac{1}{x^6} + m \ge m + 4 \ge 0 \Rightarrow m \ge -4$

Theo bài ra ta có $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Câu 31: Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm là: $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 3x^4 = 4 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Dựa vào hình vẽ ta có: $S = \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int_1^2 \sqrt{4 - x^2} dx = \sqrt{3}\frac{x^3}{3}\Big|_0^1 + I_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} + I_1$

Với $I_1 = \int_1^2 \sqrt{4 - x^2} dx$, sử dụng CASIO hoặc đặt $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos tdt$

Đổi cận $\left| \begin{matrix} x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{6} \\ x=2 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2} \end{matrix} \right. \Rightarrow I_1 = \sum_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 - 4\sin^2 t}.2\cos tdt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2(1 + \cos 2t)dt = (2t - \sin 2t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$

$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{6}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$. Do đó $S = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.

Câu 32: Đáp án D

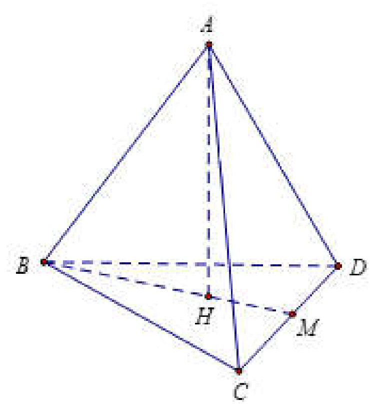
Ta có $I = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}$

Lại có: $\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right) = 1 \Rightarrow I = \int_1^2 \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx$

$= \left(2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1}\right)\Big|_1^2 = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2 = \sqrt{32} - \sqrt{12} - 2 \Rightarrow a = 32; b = 12; c = 2$

Vậy $a + b + c = 46$.

Câu 33: Đáp án A



Dựng hình như hình vẽ bên ta có:

Bán kính đường tròn nội tiếp đáy: $r = HM = \frac{1}{3}BM = \frac{4\sqrt{3}}{6}$

Chiều cao: $h = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Do đó $S_{xq(T)} = 2\pi rh = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

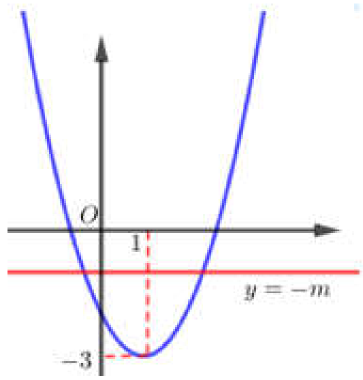
Câu 34: Đáp án B

Ta có PT $\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2\left(\frac{4}{3}\right)^x + m - 2 = 0$

Đặt $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x > 0 \Rightarrow t^2 - 2t + m - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 2 = -m$

Khi đó PT có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ PT có nghiệm lớn hơn 1.

Xét hàm số $g(t)=t^2-2t-2\,(t>0)$ và đường thẳng $y=-m$



Dựa vào đồ thị ta thấy PT có nghiệm lớn hơn 1 $\Leftrightarrow -m>-3 \Leftrightarrow m<3$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m là $m=1; m=2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35: Đáp án A

Đặt $\sqrt[3]{m+3\sin x}=a; \sin x=b$ ta có: $\begin{cases}\sqrt[3]{m+3a}=b\\ \sqrt[3]{m+3b}=a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m+3a=b^3\\ m+3b=a^3\end{cases}$

$\Rightarrow 3(a-b)=b^3-a^3=(b-a)(b^2+ba+a^2) \Leftrightarrow (b-a)(b^2+ba+a^2+3)=0$

Do $b^2+ba+a^2+3>0 \Rightarrow a=b \Rightarrow m+3\sin x-\sin^3 x \Leftrightarrow m=\sin^3 x-3\sin x=b^3-3b=f(b)$

Xét $f(b)=b^3-3b$ $\left(b\in[-1;1]\right.$ ta có: $f'(b)=3b^2-3\le 0\left(\forall b\in[-1;1]\right))$

Do đó hàm số $f(b)$ nghịch biến trên $[-1;1]$

Vậy $f(b)\in\left[f(1);f(-1)=[-2;2]\right]$. Do đó PT đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m\in[-2;2]$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 36: Đáp án B

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+m$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có: $f'(x)=3x^2-3=0 \Rightarrow x=1$

Lại có: $f(0)=m; f(1)=m-2; f(2)=m+2$

Do đó $f(x)\in[m-2;m+2]$

Nếu $m-2\ge 0 \Rightarrow \underset{[0;2]}{\text{Max}}|f(x)|=m+2=3 \Leftrightarrow m=1(\text{loai})$.

Nếu $m-2<0$ suy ra $\left[\begin{array}{l}\underset{[0;2]}{\text{Max}}|f(x)|=m+2\\ \underset{[0;2]}{\text{Max}}|f(x)=2-m|\end{array}\right.$

TH1: $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\left|f(x)\right| = m+2=3 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow 2-m=1<3\,(t/m)$

TH2: $\underset{[0;2]}{\text{Max}}\left|f(x)\right| = 2-m=3 \Leftrightarrow m=-1 \Rightarrow m+2=1<3\,(t/m)$

Vậy $m=1; m=-1$ là giá trị cần tìm.

Câu 37: Đáp án C

Ta có $\int f'(x)dx = \ln|2x-1| + C$

Hàm số gián đoạn tại điểm $x=\frac{1}{2}$

Nếu $x>\frac{1}{2} \Rightarrow f(x)=\ln(2x-1)+C$ mà $f(1)=2 \Rightarrow C=2$

Vậy $f(x)=\ln(2x-1)+2$ khi $x>\frac{1}{2}$

Tương tự $f(x)=\ln(1-2x)+1$ khi $x<\frac{1}{2}$

Do đó $f(-1)+f(3)=\ln 3+1+\ln 5+2=\ln 15+3.$

Câu 38: Đáp án D

Đặt $z=a+bi \Rightarrow a+bi+2+i-\sqrt{a^2+b^2}(1+i)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2-\sqrt{a^2+b^2}=0 \\ b+1-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2=b+1 \\ b+1=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b-1 \\ b\geq -1 \\ b^2+2b+1=a^2+b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b-1 \\ b\geq -1 \\ 2b+1=(b-1)^2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0; a=-1 \\ b=4; a=3 \end{array}\right.$. Do $|z|>1 \Rightarrow a=3, b=4.$

Câu 39: Đáp án C

Ta có $\left[f(2-x)\right]'=f'(2-x).(2-x)'=-f'(2-x)>0 \Leftrightarrow f'(2-x)<0$

Dựa vào đồ thị ta có: $f'(2-x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x<-1 \\ 1<2-x<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ -2<x<1 \end{array}\right.$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;1)$.

Câu 40: Đáp án C

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M\left(x_0; \frac{-x_0+2}{x_0-1}\right)$ là:

$y=f'(x_0)(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}$

Do tiếp tuyến đi qua điểm $A(a;1)$ nên $1=\frac{x_0-a+(2-x_0)(x_0-1)}{(x_0-1)^2}$

$\Leftrightarrow (x_0-1)^2=-x_0{}^2+4x_0-2-a \Leftrightarrow 2x_0{}^2-6x_0+3+a=0(*)$

Để có đúng một tiếp tuyến đi qua A thì (*) có nghiệm kép hoặc (*) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x_0=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta'=3-2a=0\\ \Delta'=3-2a>0\\ 2.1-6+3+a=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=\frac{3}{2}\\ a=1\end{array}\right.$.

Câu 41: Đáp án A

Phương trình mặt phẳng (P) với $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$, với $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$.

Ta có $OA=OB=OC \Leftrightarrow |a|=|b|=|c|$ và $M\in(P)\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1\ (*)$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l}a=b=c\\ a=-b=c\end{array}\right.$ và $\left[\begin{array}{l}a=b=-c\\ a=-b=-c\end{array}\right.$, mà $a=b=-c$ không thỏa mãn điều kiện (*).

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Đáp án B

Đặt $t=\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}\ge 0 \Leftrightarrow \log u_1-2\log u_{10}=t^2-2$, khi đó giả thiết trở thành:

$\log u_1-2\log u_{10}+\sqrt{2\log u_1-2\log u_{10}}=0 \Leftrightarrow t^2+t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=-2\end{array}\right.$.

$\Rightarrow \log u_1-2\log u_{10}=-1 \Leftrightarrow \log u_1+1=2\log u_{10} \Leftrightarrow \log(10u_1)=\log(u_{10})^2 \Leftrightarrow 10u_1=(u_{10})^2 \quad (1)$.

Từ $(1),(2)$ suy ra $10u_1=(2^9u_1)^2 \Leftrightarrow 2^{18}u^2{}_1=10u_1 \Leftrightarrow u_1=\frac{10}{2^{18}} \Rightarrow u_n=2^{n-1}.\frac{10}{2^{18}}=\frac{2^n.10}{2^{19}}$.

Do đó $u_n>5^{100} \Leftrightarrow \frac{2^n.10}{2^{19}}>5^{100} \Leftrightarrow n>\log_2\left(\frac{5^{100}.2^{19}}{10}\right)=-\log_2 10+100\log_2 5+19\approx 247,87$.

Vậy giá trị n nhỏ nhất thỏa mãn là $n=248$.

Câu 43: Đáp án D

Đặt $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2 \to f'(x)=12x^3-12x^2-24x;\forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó $y=|f(x)+m| \Rightarrow y'=\frac{f'(x).[f(x)+m]}{|f(x)+m|}$. Phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f(x)=-m \quad (*)\end{array}\right.$.

Để hàm số đã cho có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 7 nghiệm phân biệt

Mà $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow f(x)=-m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Dựa vào BBT hàm số $f(x)$, để (*) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -5<m<0 \Leftrightarrow m\in(0;5)$.

Kết hợp với $m\in\mathbb{Z}$ suy ra có tất cả 4 nghiệm nguyên cần tìm.

Câu 44: Đáp án A

Ta có $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=k(1;-2;2)\Rightarrow$ Vec tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}=(1;-2;2)$

Cách 1: Kẻ phân giác OE $(E\in AB)$ suy ra $\frac{OA}{OB}=\frac{AE}{BE}=\frac{3}{4}\Rightarrow\overline{AE}=\frac{3}{4}\overline{AE}\Rightarrow E\left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right)$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta OAB\Rightarrow I\in(OE)\Rightarrow\overrightarrow{OI}=k\overrightarrow{OE}$, với $k>0$.

Tam giác OAB vuông tại O, có bán kính đường tròn nội tiếp $r=1\Rightarrow IO=\sqrt{2}$.

Mà $AE=\frac{15}{7};OA=3;\cos\widehat{OAB}=\frac{3}{5}\to OE=\frac{12\sqrt{2}}{7}$ suy ra $\overrightarrow{OE}=\frac{12}{7}\overrightarrow{OI}\Rightarrow I(0;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $(d):\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

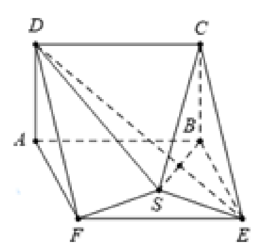
Cách 2: Chú ý: Với I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, có các cạnh a,b,c ta có đẳng thức véc tơ sau:

$a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow$ Tọa độ điểm I thỏa mãn hệ $\begin{cases} x_1=\dfrac{BC.x_A+CA.x_B+AB.x_C}{BC+CA+AB} \\ y_1=\dfrac{BC.y_A+CA.y_B+AB.y_C}{BC+CA+AB} \\ Z_1=\dfrac{BC.z_A+CA.z_B+AB.z_C}{BC+CA+AB} \end{cases}$

Khi đó, xét tam giác ABO=> Tâm nội tiếp của tam giác là $I(0;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $(d):\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 45: Đáp án D



Vì S đối xứng với B qua DE $\Rightarrow d\left(B;\left(DCEF\right)\right)=d\left(S;\left(DCEF\right)\right)$

Gọi M là trung điểm của $CE \Rightarrow BM \perp \left(DCEF\right) \Rightarrow d\left(B;\left(DCEF\right)\right)=BM$

Khi đó, thể tích

$$V_{ABCDSEF}=V_{ADF.BCE}+V_{S.DCEF}=AB\ x\ S_{\Delta ADF}+\frac{1}{3}d\left(S;\left(DCEF\right)\right)\ x\,S_{DCEF}$$

$$=1.\frac{1}{2}+\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}.$$

Câu 46: Đáp án A

Gọi $M\left(x,y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Từ giả thiết, ta có $\left|z-4-3i\right|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left(x-4\right)^2+\left(y-3\right)^2=5 \Rightarrow M$ thuộc đường tròn $\left(C\right)$ tâm $I\left(4;3\right)$, bán kính $R=\sqrt{5}$. Khi đó $P=MA+MB$, với $A\left(-1;3\right),B\left(1;-1\right)$.

Ta có $P^2=MA^2+MB^2+2MA.MB\le 2\left(MA^2+MB^2\right)$

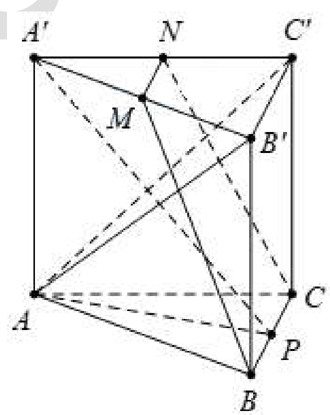
Gọi $E\left(0;1\right)$ là trung điểm của $AB \Rightarrow ME^2=\frac{MA^2+MB^2}{2}-\frac{AB^2}{4}$.

Do đó $P^2\le 4ME^2+AB^2$ mà $ME\le CE=3\sqrt{5}$ suy ra $P^2\le 4.\left(3\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=200$.

Với C là giao điểm của đường thẳng EI với đường tròn $\left(C\right)$.

Vậy $P\le 10\sqrt{2}$. Dấu "="xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} MA=MB \\ M\equiv C \end{cases} \Rightarrow M\left(6;4\right) \Rightarrow a+b=10$.

Câu 47: Đáp án B



Dễ thấy $\widehat{\left(AB'C"\right);\left(MNP\right)}=\widehat{\left(AB'C'\right);\left(MNCB\right)}$

$=180^\circ-\widehat{\left(AB'C'\right);\left(A'B'C'\right)}-\widehat{\left(MNBC\right);\left(A'B'C'\right)}$

$=180^\circ-\widehat{(A'BC);(ABC)}-\widehat{(MNBC);(ABC)}$

Ta có $\widehat{(A'BC);(ABC)}=\widehat{(A'P;AP)}=\widehat{A'PA}=\arctan\frac{4}{3}$,

với S là điểm đối xứng với A qua A'. thì $SA=2AA'=4$.

Suy ra $\cos\widehat{(AB'C');(MNP)}=\cos\left(180^\circ-\arctan\frac{2}{3}-\arctan\frac{4}{3}\right)=\frac{\sqrt{13}}{65}$.

Câu 48: Đáp án B

Gọi phương trình mặt cầu cần tìm là $(P):ax+by+cz+d=0$.

Vì $d(B;(P))=d(C;(P))$ suy ra $mp(P)//BC$ hoặc đi qua trung điểm của BC.

TH1: Với $mp(P)//BC\Rightarrow a=0\Rightarrow(P):by+cz+d=0$ suy ra $d(A;(P))=\frac{|2b+c+d|}{\sqrt{b^2+c^2}}=2$

Và $d(B;(P))=\frac{|-b+c+d|}{\sqrt{b^2+c^2}}=1\Rightarrow\begin{cases}|2b+c+d|=2|-b+c+d|\\|-b+c+d|=\sqrt{b^2+c^2}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}4b=c+d\\c+d=0\end{cases}\\|-b+c+d|=\sqrt{b^2+c^2}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3|b|=\sqrt{b^2+c^2}\\|b|=\sqrt{b^2+c^2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8b^2=c^2\Rightarrow c^2=\pm2\sqrt{2}b\\c=0\Rightarrow d=0\end{array}\right.$ suy ra có ba mặt phẳng thỏa mãn.

TH2: Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm $BC\Rightarrow(P):a(x-1)+b(y+1)+c(z-1)=0$

Do đó $d(A;(P))=\frac{3|b|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2;d(B;(P))=\frac{2|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1$

Suy ra $\begin{cases}3|b|=4|a|\\2|a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3|b|=4|a|\\3a^2=b^2+c^2\end{cases}$ $(*)$

Chọn $a=3(*)\Leftrightarrow\begin{cases}|b|=4\\b^2+c^2=27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\pm4\\c^2=11\end{cases}\Rightarrow(a;b;c)=\left\{\begin{array}{l}(3;4;\sqrt{11});(3;-4;\sqrt{11})\\(3;4;-\sqrt{11});(3;-4;-\sqrt{11})\end{array}\right\}$

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Đáp án A

Kí hiệu học sinh các lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C

Ta sẽ xếp 5 học sinh của lớp 12C trước, khi đó xét các trường hợp sau:

TH1: CxCxCxCxCx với x thể hiện là ghế trống. Khi đó, số cách xếp là $5!.5!$ cách.

TH2: xCxCxCxCxC giống với TH1=> có $5!.5!$cách xếp.

TH3: CxxCxCxCxC với xx là hai ghế trống liền nhau.

Chọn 1 học sinh lớp 12A và 1 học sinh lớp 12B vào hai ghế trống đó => 2.3.2! cách xếp.

Ba ghế trống còn lại ta sẽ xếp 3 học sinh còn lại của 2 lớp 12A-12B => 3! cách xếp.

Do đó, TH3 có $2.3.2!.3!.5!$ cách xếp.

Ba TH4. CxCxxCxCxC. TH5. CxCxCxxCxC. TH6. CxCxCxCxCxx tương tự TH3.

Vậy có tất cả $2.5!.5!+4.2.3.2!.3!.5!=63360$ cách xếp cho các học sinh.

Suy ra xác suất cần tính là $P=\frac{63360}{10!}=\frac{11}{630}$

Câu 50: Đáp án A

Đặt $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=3x^2dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=x^3 \end{cases}$, khi đó $\int_0^1 3x^2 f(x)dx = x^3.f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 x^3 f'(x)dx.$

Suy ra $1=f(1)-\int_0^1 x^3 f'(x)dx \Rightarrow \int_0^1 x^3 f'(x) = -1 \Leftrightarrow \int_0^1 14x^3 f'(x)dx = -7$

Mà

$\int_0^1 49x^6 dx = 7$ suy ra $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 dx + \int_0^1 7x^3 f'(x)dx + \int_0^1 49x^6 dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 \left[f'(x)+7x^3\right]^2 dx = 0.$

Vậy $f'(x)+7x^3=0 \Rightarrow f(x)=-\frac{7}{4}x^4+C$ mà $f(1)=0 \Rightarrow f(x)=\frac{7}{4}(1-x^4) \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = \frac{7}{5}.$