ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN LỚP 11 – PHẦN LÍ THUYẾT

A. ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH

CHƯƠNG III: CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. CẤP SỐ CỘNG

a) Định nghĩa: (u_n) **là cấp số cộng** $\overset{đ/n}{\Leftrightarrow} u_{n+1} = u_n + d; \forall n \in N^*$ với d là số không đổi.

b) Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d; \forall n \ge 2$.

c) Tính chất các số hạng của CSC: $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}; k \ge 2$

(trừ số hạng đầu và số hạng cuối).

d) Tổng của n số hạng đầu của một CSC: Cho (u_n) là một CSC.

Khi đó $$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

2. CẤP SỐ NHÂN

a) Định nghĩa: (u_n) **là cấp số nhân** $\overset{đ/n}{\Leftrightarrow} u_{n+1} = u_n q; \forall n \in N^*$ với q là số không đổi.

b) Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 q^{n-1}; \forall n \ge 2$.

c) Tính chất các số hạng của CSC: ${u_k}^2 = u_{k-1}.u_{k+1}; k \ge 2$

hay $|u_k| = \sqrt{u_{k-1}.u_{k+1}}$ (trừ số hạng đầu và số hạng cuối).

d) Tổng của n số hạng đầu của một CSC: Cho (u_n) là một CSN.

Khi đó $$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = u_1\frac{1-q^n}{1-q}; q \ne 1$$
$$S_n = nu_1 \text{ khi } q = 1.$$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP

1. Dạng 1. Chứng minh một dãy số là một cấp số cộng, cấp số nhân

** Phương pháp chứng minh một dãy số là một CSC:*

Để chứng minh dãy số (u_n) là một CSC ta xét hiệu $H = u_{n+1} - u_n$

- Nếu H là hằng số thì (u_n) là một CSC có công sai $d = H$.
- Nếu H phụ thuộc vào *n* thì (u_n) không là CSC.

** Phương pháp chứng minh một dãy số là một CSN:*

Để chứng minh dãy số (u_n) là một CSN ta xét thương $T = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}, \forall n \geq 1$

- Nếu T là hằng số thì (u_n) là một CSN có công bội $q = T$.
- Nếu T phụ thuộc vào *n* thì (u_n) không là CSN.

2. Dạng 2. Xác định công sai và số hạng đầu của một CSC hoặc CSN

** Phương pháp xác định công sai và số hạng đầu của một CSC:*

- Ta thiết lập một hệ phương trình mà u_1 và d phải thỏa. Giải hệ này ta được u_1 và d.

** Phương pháp xác định công bội và số hạng đầu của một CSN:*

- Ta thiết lập một hệ phương trình mà u_1 và q phải thỏa. Giải hệ này ta được u_1 và q.

3. Dạng 3. Dùng công thức u_n và S_n của CSC, CSN để chứng minh hay tính tổng

** Phương pháp dùng công thức u_n và S_n của CSC để chứng minh hay tính tổng*

Ta thường dùng linh hoạt các công thức:

- Nếu (u_n) là một CSC có công sai *d* thì $d = u_{n+1} - u_n$; $u_n = u_1 + (n-1)d$

$S_n = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2} = \dfrac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$ để biến đổi, rút gọn và tính toán.

- Ba số *a*, *b*, *c* theo thứ tự lập thành một CSC $\Leftrightarrow a + c = 2b$.

** Phương pháp dùng công thức u_n và S_n của CSN để chứng minh hay tính tổng*

Ta thường dùng linh hoạt các công thức:

- Nếu (u_n) là một CSN có công bội *q* thì $q = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}, n \geq 1$

$u_n = u_1 q^{n-1}; n \geq 2$

$S_n = u_1 \dfrac{1-q^n}{1-q}; q \neq 1$

$S_n = nu_1 \; khi \; q = 1$

để biến đổi, rút gọn và tính toán.

- Ba số *a*, *b*, *c* theo thứ tự lập thành một CSN $\Leftrightarrow ac = b^2$.

CHƯƠNG IV: GIỚI HẠN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH LÍ VỀ GIỚI HẠN HỮU HẠN

a) Giả sử $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L, \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = M$. Khi đó

$$\lim_{x\to x_0}\left[f(x) \pm g(x)\right] = L \pm M,$$
$$\lim_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right] = L.M,$$
$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, (M \neq 0)$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0, \lim\limits_{x\to x_0}\sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$ (dấu của f(x) được xét trên khoảng đang tìm giới hạn, với $x \neq x_0$.

Chú ý: Định lý trên vẫn đúng cho trường hợp $x \to x_0{}^+, x \to x_0{}^-, x \to +\infty, x \to -\infty$.

2. ĐỊNH LÍ VỀ GIỚI HẠN MỘT BÊN

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x) = L$$

3. CÁC QUY TẮC TÌM GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ

+) Nếu $\lim\limits_{x\to x_0}\left|f(x)\right| = +\infty$ thì $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{1}{f(x)} = 0$

+ Bảng quy tắc

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0}\left[f(x).g(x)\right]$
$+\infty$	L > 0	$+\infty$
$-\infty$		$-\infty$
$+\infty$	L < 0	$-\infty$
$-\infty$		$+\infty$

$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$	$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$	Dấu của g(x)	$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}$
L > 0	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
L < 0		+	$-\infty$
		-	$+\infty$

4. TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN: $\boxed{S = \frac{u_1}{1-q}, |q| < 1}$

CHÚ Ý: *Các giới hạn cơ bản:*

1. $\lim\limits_{x \to x_0} C = C$ (C = const) 2. Nếu h/s f(x) x/đ tại điểm x_0 thì $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

3. $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{1}{x^n} = 0$ (với n > 0)

5. HÀM SỐ LIÊN TỤC

a) Định nghĩa: Cho hàm số y = f(x) xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$.

Hàm số y = f(x) được gọi là liên tục tại x_0 nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

b) Một số định lý cơ bản:

ĐL 1: - Hàm số đa thức liên tục trên R.

- Hàm phân thức hữu tỉ và các hàm lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định của chúng.

ĐL 2: Tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục tại x_0 là những hàm số liên tục tại x_0 (trường hợp thương thì mẫu phải khác 0 tại x_0).

ĐL 3: Nếu hàm số y = f(x) liên tục trên $[a;b]$ và f(a).f(b)<0 thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a;b)$ sao cho f(c) = 0.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP

1. Dạng 1. *Tìm giới hạn của hàm số.*

Phương pháp:

- Sử dụng các quy tắc đã học để tính.

- Nếu giới hạn của hàm số cần tính có một trong bốn dạng $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $\infty - \infty$; $0.\infty$ thì ta phải khử dạng đó, bằng cách *phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi giản ước hoặc nhân lượng liên hợp hoặc chia cả tử và mẫu cho* x^k *với k là mũ cao nhất của tử hoặc mẫu*...Cụ thể:

*** Dạng** $\frac{0}{0}$**:**

- Nếu tử, mẫu là những đa thức thì ta đặt thừa số $(x-x_0)$ làm nhân tử chung và rút gọn nhân tử này ta sẽ đưa được giới hạn về dạng xác định.

- Nếu tử hay mẫu có chứa căn thức thì nhân tử và mẫu với lượng liên hợp của tử hoặc mẫu và cũng rút gọn thừa số $(x-x_0)$ở tử và mẫu ta sẽ đưa được giới hạn về dạng xác định.

Cần chú ý các công thức biến đổi sau: $a \pm b = \dfrac{a^2-b^2}{a \mp b}; a \pm b = \dfrac{a^3 \pm b^3}{a^2 \mp ab + b^2}$

+ Nếu PT f(x) = 0 có nghiệm x_0 thì f(x) = (x-x_0).g(x)

+ Liên hợp của biểu thức:

1. $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ là $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 2. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ là $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

3. $\sqrt[3]{a}-b$ là $\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}.b+b^2$ 4. $\sqrt[3]{a}+b$ là $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}.b+b^2$

*** Dạng** $\dfrac{\infty}{\infty}$:

- *Chia cả tử và mẫu cho x^k với k là mũ cao nhất của tử hoặc mẫu.*

- *Sau đó dùng các định lý về giới hạn của tổng, hiệu, tích và thương cùng giới hạn* $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x^k}=0$ *với k nguyên dương.*

*** Dạng** $\infty-\infty$:

- Nếu $x \to x_0$ thì ta quy đồng mẫu số để đưa về dạng $\dfrac{0}{0}$.

- Nếu $x \to \pm\infty$ thì ta nhân và chia với lượng liên hợp để đưa về dạng $\dfrac{\infty}{\infty}$.

*** Dạng** $0.\infty$

- Để khử dạng này thì ta cần thực hiện một số biến đổi như đưa thừa số vào trong dấu căn, quy đồng mẫu số,...ta có thể đưa giới hạn đã cho về dạng quen thuộc.

2. Dạng 2: Tính tổng của CSN lùi vô hạn

- Sử dụng công thức $\boxed{S=\dfrac{u_1}{1-q}, |q|<1}$.

3. Dạng 3: ***Xét tính liên tục của hàm số***

3.1 **Xét tính liên tục của hàm số tại điểm:**

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN LỚP 11 – PHẦN LÍ THUYẾT

- Dạng I: Cho h/s $f(x)=\begin{cases} f_1(x) & khi\, x\neq x_0 \\ f_2(x) & khi\, x=x_0 \end{cases}$ Xét tính liên tục của h/s tại điểm x_0?

Phương pháp chung:

B_1: Tìm TXĐ: D = R

B_2: Tính $f(x_0)$; $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$

B_3: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0) \Rightarrow$ KL liên tục tại x_0

3.2 Xét tính liên tục của hàm số trên một khoảng

Phương pháp chung:

B_1: Xét tính liên tục của h/s trên các khoảng đơn

B_2: Xét tính liên tục của h/s tại các điểm giao

B_3: Kết luận

3.3 Tìm điều kiện của tham số để hàm số liên tục tại x_0

3.4 Sử dụng tính liên tục của hàm số để chứng minh phương trình có nghiệm

Phương pháp chung: Cho PT: f(x) = 0. Để c/m PT có k nghiệm trên $[a;b]$:

B_1: Tính f(a), f(b) $\Rightarrow$ f(a).f(b) < 0

B_2: Kiểm tra tính liên tục của hàm số f(x) trên $[a;b]$

B_3: Kết luận về số nghiệm của PT trên $[a;b]$

CHƯƠNG V: ĐẠO HÀM

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. BẢNG ĐẠO HÀM

Đạo hàm của hàm số sơ cấp cơ bản	Đạo hàm của hàm số hợp
$(C)'=0$ (C là hằng số)	
$(x)'=1$	
(kx)'= k (k là hằng số)	
$(x^n)'=n.x^{n-1}$ $(n\in N, n\geq 2)$	$(U^n)'=n.U^{n-1}.U'$

$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ $(x \neq 0)$	$\left(\dfrac{1}{U}\right)' = -\dfrac{U'}{U^2}$ $(U \neq 0)$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x>0)$	$\left(\sqrt{U}\right)' = \dfrac{U'}{2\sqrt{U}}$ $(U > 0)$
$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ $(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$	$(\sin U)' = U'\cos U$ $(\cos U)' = -U'\sin U$ $.(\tan U)' = \dfrac{U'}{\cos^2 U}$ $(\cot U)' = -\dfrac{U'}{\sin^2 U}$

2. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM (Ký hiệu U = U(x), V=V(x)).

$(U \pm V)' = U' \pm V'$ $\qquad$ $(U.V)' = U'.V + V'.U$

$(k.U)' = k.U'$ (k là hằng số) $\qquad$ $\left(\dfrac{U}{V}\right)' = \dfrac{U'.V - V'.U}{V^2}$

3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ HỢP: g(x) = f[U(x)] , $g'_x = f'_u \,.\, U'_x$

4. ĐẠO HÀM CẤP CAO CỦA HÀM SỐ

Đạo hàm cấp 2: $f''(x) = \left[f'(x)\right]'$

Đạo hàm cấp n: $f^{(n)}(x) = \left[f^{(n-1)}(x)\right]'$

5. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại điểm M_0 có hoành độ x_0 có dạng:

$\boxed{\mathbf{y = f'(x_0)\,(x - x_0) + f(x_0)}}$

Lưu ý: f'(x_0) = hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong (C): y = f(x) tại điểm $M(x_0, f(x_0))$

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

1. Dạng 1: Tính đạo hàm, đạo hàm cấp cao của các hàm số Sử dụng các quy tắc và bảng đạo hàm để tính.

2. Dạng 2: Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong (C): y = f(x)

**** Loại 1: Tiếp tuyến tại điểm*** $M(x_0, f(x_0))$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại điểm M_0 có hoành độ x_0 có dạng:

$\boxed{y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \quad (*)}$

**** Loại 2: Tiếp tuyến với hệ số góc k***

+ Tiếp tuyến song song với đường thẳng d cho trước:

Phương pháp:

B1**:** Tiếp tuyến d' // d nên $k_{d'} = k_d$

B2: Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm. Khi đó ta có $f'(x_0) = k_{d'}$ (3)

B3: Giải (3) tìm x_0. Từ đó suy ra $f(x_0)$.

B4: Thay các kết quả vừa tìm vào pt dạng (*) ta được pt tiếp tuyến cần lập.

+ Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d cho trước

Phương pháp:

B1**:** Tiếp tuyến d' // d nên $k_{d'} = -\frac{1}{k_d}$

B2: Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm. Khi đó ta có $f'(x_0) = k_{d'}$ (4)

B3: Giải (4) tìm x_0. Từ đó suy ra $f(x_0)$.

B4: Thay các kết quả vừa tìm vào pt dạng (*) ta được pt tiếp tuyến cần lập.

**** Loại 3: Tiếp tuyến đi qua điểm A cho trước***

Phương pháp:

B1: Gọi d là tiếp tuyến cần viết và $M(x_0, y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó d có pt dạng

$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

B2: Cho d đi qua A ta được $y_A - y_0 = f'(x_0)(x_A - x_0)$ (5)

B3: Giải (5) tìm $x_0 \Rightarrow y_0$?. Suy ra pt tiếp tuyến cần viết.

B. HÌNH HỌC

I. CÁC DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP

***Dạng 1**: Chứng minh hai đường thẳng a và b vuông góc*

Phương pháp 1: Chứng minh góc giữa hai đường thẳng *a* và *b* bằng 90^0.

Phương pháp 2: $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$ ($\vec{u}$, $\vec{v}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của *a* và *b*).

Phương pháp 3: Chứng minh $a \perp (\alpha) \supset b$ hoặc $b \perp (\beta) \supset a$

Phương pháp 4: Áp dụng định lí 3 đường vuông góc ($a \perp b \Leftrightarrow a \perp b'$ với b' là hình chiếu của đt b lên mp chứa đt a).

* **LƯU Ý:** Trong các phương pháp trên thì phương pháp 3 là thông dụng nhất.

Dạng 2: *Chứng minh đường thẳng d vuông góc với mp (P).*

Phương pháp 1: Chứng minh: $d \perp a$ và $d \perp b$ với $a \cap b = M$; $a,b \subset (P)$

Phương pháp 2: Chứng minh d // a, $a \perp (P)$

Phương pháp 3: Chứng minh: $d \subset (Q) \perp (P)$, $d \perp a = (P) \cap (Q)$.

Phương pháp 4: Chứng minh: $d = (Q) \cap (R)$ và $(Q) \perp (P)$, $(R) \perp (P)$.

Dạng 3: *Chứng minh hai mp (P) và (Q) vuông góc.*

Phương pháp 1: Chứng minh $(P) \supset a \perp (Q)$.

Phương pháp 2: Chứng minh $(P) // (R) \perp (Q)$.

Phương pháp 3: Chứng minh $(P) // a \perp (Q)$.

Dạng 4: *Tính góc giữa 2 đt a và b.*

Phương pháp: - Xác định đt a'// a, b'// b ($a' \cap b' = O$)

- Khi đó: (a, b) = (a', b').

Dạng 5: *Tính góc giữa đt d và mp(P).*

Phương pháp: Gọi góc giữa đt d và mp(P) là φ

+) Nếu $d \perp (P)$ thì $\varphi = 90^0$.

+) Nếu d không vuông góc với (P): - Xác định hình chiếu d' của d lên mp(P)

- Khi đó: $\varphi = (d,d')$

Dạng 6: *Tính góc φ giữa hai mp (P) và (Q).*

Phương pháp 1:

Xác định $a \perp (P)$, $b \perp (Q)$.

Tính góc $\varphi = (a,b)$

Phương pháp 2: Nếu $(P) \cap (Q) = d$

Tìm $(R) \perp d$

Xác định $a = (R) \cap (P)$

Xác định $b = (R) \cap (Q)$

Tính góc φ = (a,b).

Dạng 7: *Tính khoảng cách.*

Tính khoảng từ một điểm M đến đt a:

Phương pháp: $d(M,a) = MH$ (với H là hình chiếu vuông góc của M trên a).

Tính khoảng từ một điểm A đến mp (P):

Phương pháp: - Tìm hình chiếu H của A lên (P).

- $d_{(M, (P))} = AH$

Tính khoảng giữa đt Δ và mp (P) song song với nó: $d_{(\Delta, (P))} = d_{(M, (P))}$ (M là điểm thuộc Δ).

Xác định đoạn vuông góc chung và tính khoảng giữa 2 đt chéo nhau a và b:

+) Phương pháp 1: Nếu $a \perp b$:

Dựng $(P) \supset a$ và $(P) \perp b$

Xác định $A = (P) \cap b$

Dựng hình chiếu H của A lên b

AH là đoạn vuông góc chung của a và b

+) Phương pháp 2:

Dựng $(P) \supset a$ và (P) // b.

Dựng hình chiếu b’ của b lên (P). b’ // b, $b' \cap a = H$

Dựng đt vuông góc với (P) tại H cắt đt b tại A.

AH là đoạn vuông góc chung của a và b.

+) Phương pháp 3:

Dựng mp $(P) \perp a$ tại I cắt b tại O

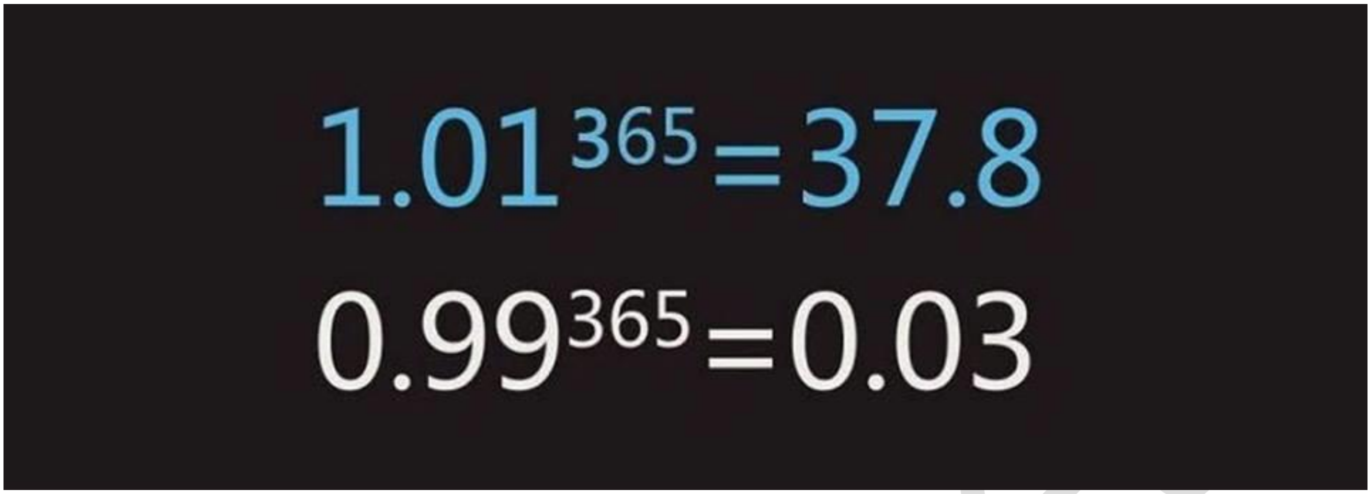
Xác định hình chiếu b’ của b trên (P) (b’ đi qua O).

Kẻ $IK \perp b'$ tại K.

Dựng đt vuông góc với (P) tại K, cắt b tại H.

Kẻ đt đi qua H và song song với IK, cắt đt a tại A.

AH là đoạn vuông góc chung của a và b.


$1.01^{365}=37.8$
$0.99^{365}=0.03$