Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=0$

Vậy $f'(0)=0$.

Câu 21. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin^2 x}{x} & \text{khi } x>0\\ x+x^2 & \text{khi } x\le 0\end{cases}$ tại $x_0=0$

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sin^2 x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{\sin x}{x}.\sin x\right)=0$

$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(x+x^2\right)=0$ nên hàm số liên tục tại $x=0$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sin^2 x}{x^2}=1$ và

$\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x+x^2}{x}=1$

Vậy $f'(0)=1$.

Câu 22. $f(x)=\dfrac{x^2+|x+1|}{x}$ tại $x_0=-1$.

A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** đáp án khác

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có hàm số liên tục tại $x_0=-1$ và

$\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\dfrac{x^2+x+|x+1|}{x(x+1)}$

Nên $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x^2+2x+1}{x(x+1)}=0$

$\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2-1}{x(x+1)}=2$

Do đó $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}\ne\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$

Vậy hàm số không có đạo hàm tại điểm $x_0=-1$.

Nhận xét: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $x=x_0$ thì phải liên tục tại điểm đó.

Câu 23. Tìm a,b để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & khi\ x\ge 0\\ 2x^2+ax+b & khi\ x<0\end{cases}$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

A. $a=10,b=11$ **B.** $a=0,b=-1$ **C.** $a=0,b=1$ **D.** $a=20,b=1$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta thấy với $x \neq 0$ thì $f(x)$ luôn có đạo hàm. Do đó hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm có đạo hàm tại $x = 0$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 1$; $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = b \Rightarrow f(x)$ liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow b = 1$.

Khi đó: $f'(0^+) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x) - f(0)}{x} = 0$; $f'(0^-) = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x) - f(0)}{x} = a$

$\Rightarrow f'(0^+) = f'(0^-) \Leftrightarrow a = 0$.

Vậy $a = 0, b = 1$ là những giá trị cần tìm.