

## NGUYÊN HÀM

### **Dạng 39. Nguyên hàm hàm đa thức, phân thức**

**Câu 1.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \frac{x}{2}$ .

A.  $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{4} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} + C.$

C.  $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = x^3 + \frac{x^2}{2} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int \left( 3x^2 + \frac{x}{2} \right) dx = x^3 + \frac{x^2}{4} + C.$$

**Câu 2.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 \left( \frac{x^3}{18} - 1 \right)^5$ .

A.  $\int f(x) dx = \left( \frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C.$

B.  $\int f(x) dx = 6 \left( \frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \left( \frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \left( \frac{x^3}{18} - 1 \right)^6 + C.$

*Lời giải tham khảo*

Đặt  $t = \frac{x^3}{18} - 1$ .

**Câu 3.** Cho  $f'(x) = 3(x+2)^2$ ,  $f(0) = 8$ . Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số nào trong các hàm sau đây?

A.  $f(x) = 2(x+2)^3 - 8.$

B.  $f(x) = (x+2)^2 + 4.$

C.  $f(x) = 6(x+2) - 4.$

D.  $f(x) = (x+2)^3.$

*Lời giải tham khảo*

Sử dụng  $f(x) = \int f'(x) dx.$

Giả thiết  $f(0) = 8$  giúp ta tìm được hằng số  $C.$

**Câu 4.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 10x - 4.$

A.  $m = 3.$

B.  $m = 0.$

C.  $m = 1.$

D.  $m = 2.$

*Lời giải tham khảo*

Áp dụng  $F'(x) = f(x)$  và đồng nhất hệ số ta có  $m = 1.$

**Câu 5.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^3}.$

A.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2x^2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{x^4} + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2}x^2 + C.$

D.  $\int f(x) dx = \ln^3|x| + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$I = \int \frac{1}{x^3} dx = \int x^{-3} dx = \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{2}x^{-2} + C = -\frac{1}{2x^2} + C.$$

 **BÀI TẬP TỰ LUYỆN** ✓

**Câu 6.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$

A.  $\int f(x)dx = x + \frac{1}{x-1} + C.$

B.  $\int f(x)dx = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

D.  $\int f(x)dx = x^2 + \ln|x-1| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 7.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}.$

A.  $\int f(x)dx = \ln\left|\frac{x-2}{x-1}\right| + C.$

B.  $\int f(x)dx = \ln\left|\frac{x+2}{x+1}\right| + C.$

C.  $\int f(x)dx = \ln\left|\frac{x-1}{x-2}\right| + C.$

D.  $\int f(x)dx = \ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 8.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 + 1}{x^2}$  thoả mãn  $F(1) = 2.$

A.  $\frac{x^3}{3} + x^2 - \frac{1}{x} + \frac{5}{3}$ .

B.  $\frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{1}{x} + \frac{5}{3}$ .

C.  $\frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{1}{x} - \frac{5}{3}$ .

D.  $\frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{1}{x} - 9$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 9.** Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$ ?

A.  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$ .

C.  $y = \frac{x^2}{x+1}$ .

D.  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x+1}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 10.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) =$  thoả mãn  $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ,  $f'(1) = 0$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(-1) = 2$ .

A.  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$ .

B.  $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$ .

C.  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$ .

D. Kết quả khác.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 11.** Tìm giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $F(x) = \frac{ax + a^2 + 3}{x - 2}$  là một nguyên hàm của hàm

số  $f(x) = \frac{-6}{(x-2)^2}$ .

A.  $a = -1$ .

B.  $a = 1$  hoặc  $a = -3$ .

C.  $a = 3$ .

D.  $a = -1$  hoặc  $a = 3$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 12.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$ .

A.  $\int f(x) dx = -\ln|x| + \frac{1}{x} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = \ln|x| - \frac{1}{x} + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} + C$ .

D.  $\int f(x) dx = -\ln|x| - \frac{1}{x} + C$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....

**Câu 13.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (3x - 1)^5$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(3x - 1)^6 + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{18}(3x - 1)^6 + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{18}(3x - 1)^5 + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{6}(3x - 1)^6 + C.$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

hoc360.net

## **Dạng 40. Nguyên hàm hàm căn thức**

**Câu 14.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\begin{aligned}\int \left( x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx &= \int x^2 dx + \int \frac{3}{x} dx - 2 \int \sqrt{x} dx \\ &= \int x^2 dx + 3 \int \frac{1}{x} dx - 2 \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{3}x^3 + 3\ln|x| - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + C.\end{aligned}$$

**Câu 15.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{3}{2}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$f(x) = \int \sqrt{1+x^2} x dx = \int (1+x^2)^{\frac{1}{2}} x dx = \frac{1}{2} \int (1+x^2)^{\frac{1}{2}} d(1+x^2) = \frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$$

**Câu 16.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{3x+2}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{9}{2}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{2}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

*Lời giải tham khảo*

Ta có  $\int f(x)dx = \int \sqrt{3x+2}dx = \int (3x+2)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

**Câu 17.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}.$

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int x\sqrt{1+x^2}dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{1+x^2}d(1+x^2) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$$

**Câu 18.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}.$

A.  $\int f(x)dx = (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sqrt[3]{3x+1} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \sqrt[3]{3x+1} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int f(x)dx = \int \sqrt[3]{3x+1}dx = \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} \frac{d(3x+1)}{3} = \frac{1}{3} \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} d(3x+1) = \frac{1}{3} \frac{(3x+1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C$$

$$\Rightarrow \int f(x)dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$$

**Câu 19.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{14}{1-x}.$

A.  $\int f(x)dx = \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^5} + 14\ln|1-x| + C.$

B.  $\int f(x)dx = -\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 14\ln|1-x| + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - 14\ln|1-x| + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 14\ln|1-x| + C.$

*Lời giải tham khảo*



$$\int \left( \sqrt[3]{x^2} + \frac{14}{1-x} \right) dx = \int \left( x^{\frac{2}{3}} + 14 \cdot \frac{1}{1-x} \right) dx = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - 14 \ln|1-x| + C.$$

hoc360.net

 **BÀI TẬP TỰ LUYỆN** ✓

**Câu 20.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2\ln|\sqrt{x}+1| + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x}+1| + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x}+1| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 21.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}+4}$ . nào sau đây là đúng?

A.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} - 2\ln(\sqrt{2x-1}+4) + C.$

B.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C.$

C.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} - 4\ln(\sqrt{2x-1}+4) + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....  
.....  
**Câu 22.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = 2 \ln(\sqrt{x} + 1) + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2 \ln \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2 \ln \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2 \ln |x + \sqrt{x}| + C.$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x + x\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{\sqrt{x} + x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{\sqrt{x} + 1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{\sqrt{x} + x + 1} + C.$

D.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{2\sqrt{x} + x} + C.$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 24.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + k}$  với  $k \neq 0$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+k} + \frac{k}{2}\ln|x+\sqrt{x^2+k}| + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+k} + \frac{x}{2}\ln|x+\sqrt{x^2+k}| + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{k}{2}\ln|x+\sqrt{x^2+k}| + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{x^2+k}} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 25.** Cho  $F(x) = 3x + 1 = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 1}$  là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x - 1}}$  trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . Tính  $S = a + b + c$ .

A.  $S = 3$ .

B.  $S = 0$ .

C.  $S = 4$ .

D.  $S = 2$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 26.** Tìm các giá trị của tham số  $a, b, c$  để  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$  là một nguyên hàm

của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$  trong khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

A.  $a = 4, b = 2, c = 2$ .

B.  $a = 1, b = -2, c = 4$ .

C.  $a = -2, b = 1, c = 4.$

D.  $a = 4, b = -2, c = 1.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 27.** Trong các hàm số sau:

(I)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

(II)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 5$

(III)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(IV)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2$

Hỏi hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số  $F(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$ ?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (III).

C. Chỉ (II).

D. Chỉ (III) và (IV).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 28.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x^3\sqrt{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x| + C.$     B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 + C.$

C.  $\int f(x)dx = \left(x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}\right)^2 + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x^3\sqrt{x^2} + \ln|x| + \frac{12}{5}\sqrt[5]{x^6} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 29.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ .

A.  $\int f(x) dx = \sqrt{1 + x^2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \ln|a + x^2| + C.$

C.  $\int f(x) dx = \sqrt{a^2 + x^2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \ln\sqrt{a^2 + x^2} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## **Dạng 41. Nguyên hàm hàm lượng giác**

**Câu 30.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^2 x$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int \sin^2 x dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$$

**Câu 31.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin(2x + 1)$ .

A.  $\int f(x) dx = \cos(2x + 1) + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C.$

D.  $\int f(x) dx = -\cos(2x + 1) + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int \sin(2x + 1) dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x + 1) d(2x + 1) = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C.$$

**Câu 32.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 1 + \sin 3x$  thoả mãn  $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ .

A.  $F(x) = x + \frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$

B.  $F(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$

C.  $F(x) = x - \frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$

D.  $F(x) = x - \frac{1}{3} \cos 3x + \frac{\pi}{6}.$

*Lời giải tham khảo*

$$F(x) = x - \frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$$

**Câu 33.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 - \sin 2x$  thoả mãn  $F(0) = 1$ .

- A.  $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$ .      B.  $F(x) = 2\frac{x^4}{4} + 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$ .
- C.  $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} - x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$ .      D.  $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1}{2}$ .

*Lời giải tham khảo*

$$F(x) = \int (2x^3 - 3x^2 + 1 - \sin 2x) dx = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + C$$

Vì  $F(0) = 1$  nên  $\frac{1}{2} \cos 0 + C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$ .

**Câu 34.** Cho  $f'(x) = 3 - 5 \sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A.  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$ .      B.  $f(\pi) = 3\pi$ .
- C.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$ .      D.  $f(x) = 3x - 5 \cos x$ .

*Lời giải tham khảo*

$$f(x) = \int f'(x) dx = 3x + 5 \cos x + C; \quad f(0) = 10 \Leftrightarrow C = 5$$

Vậy  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5 \Rightarrow f(\pi) = 3\pi$ .

**Câu 35.** Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .      B.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ .
- C.  $\int e^x dx = e^x + C$ .      D.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\tan x + C$ .

*Lời giải tham khảo*

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$$



**Câu 36.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 + \cot^2 x$ .

A.  $\int f(x) dx = \tan x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = -\tan x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \cot x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = -\cot x + C$ .

*Lời giải tham khảo*

$$\int (1 + \cot^2 x) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

**Câu 37.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \cos x$ .

A.  $\int f(x) dx = x \sin x - \cos x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = -x \sin x - \cos x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = -x \sin x + \cos x + C$ .

*Lời giải tham khảo*

Đặt  $u = x$ ,  $dv = \cos x dx$ ; ta chọn  $du = dx$ ,  $v = \sin x$ .

Do đó  $I = x \sin x + \int \sin x dx = x \sin x - \cos x + C$ .

**Câu 38.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 3x \cdot \cos 5x$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \sin 8x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{16} \cos 8x + C$ .

*Lời giải tham khảo*

$$\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int (\sin 8x - \sin 2x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$$

**Câu 39.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos \frac{2}{x} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin \frac{1}{x} + C$  C.

$\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos \frac{1}{x} + C$  D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin \frac{2}{x} + C$ .

*Lời giải tham khảo*

Đặt  $t = \frac{1}{x}$ .

**Câu 40.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$  thoả mãn  $F(0) = 1$ .

A.  $-\tan x$ .

B.  $1 - \tan x$ .

C.  $1 + \tan x$ .

D.  $\tan x - 1$ .

*Lời giải tham khảo*

Chọn đáp án B.

$$F(x) = \int -\frac{1}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C. F(0) = 1 \text{ nên } C = 1.$$

 **BÀI TẬP TỰ LUYỆN** ✓

**Câu 41.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ .

A.  $\int f(x) dx = x \tan x + \ln |\cos x| + C.$

B.  $\int f(x) dx = x \tan x + \ln |\sin x| + C.$

C.  $\int f(x) dx = x \tan x - \ln |\sin x| + C.$

D.  $\int f(x) dx = x \tan x - \ln |\cos x| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 42.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} + \frac{1}{\cos x} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos^2 x} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 43.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$ .

A.  $\int f(x) dx = \cot x + \tan x + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\cot x - \tan x + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\cot x + \tan x + C.$

D.  $\int f(x) dx = \cot x - \tan x + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 44.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2}$ .

A.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 45.** Cho  $I = \int \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \left[ A + B \left( \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right) \right] dx$ . Tính giá trị  $A, B$ .

A.  $A = B = \frac{1}{2}$ .

B.  $A = B = -\frac{1}{2}$ .

C.  $A = -\frac{1}{2}, B = \frac{1}{2}$ .

D.  $A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 46.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \sin \sqrt{1+x^2}$ .

A.  $\int f(x) dx = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2} + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2} + C$ .

D.  $\int f(x) dx = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2} + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 47.** Xét các mệnh sau đây:

I  $F(x) = x + \cos x$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$

II  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$  là một nguyên hàm của  $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

III  $F(x) = \tan x$  là một nguyên hàm của  $f(x) = -\ln|\cos x|$

Mệnh đề nào *sai*?

- A. I và II .      B. Chỉ III .      C. Chỉ II .      D. Chỉ I và III .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 48.** Cho hàm số  $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$  trên khoản  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A.  $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

B.  $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$ .

C.  $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$ .

D.  $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 49.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \tan^2 x$ .

- A.  $\int f(x)dx = \tan x - x + C$ .
- B.  $\int f(x)dx = \tan x + x + C$ .
- C.  $\int f(x)dx = -\tan x - x + C$ .
- D.  $\int f(x)dx = -\tan x + x + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 50.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \cos(x^2)$ .

- A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin x + C$ .
- B.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin x + C$ .
- C.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin(x^2) + C$ .
- D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin(x^2) + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 51.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \sin^2 x$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right) \cos 2x + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 52.** Cho  $a \neq 0$ ,  $C$  là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây *sai*?

A.  $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$ .      B.  $\int \cos(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$ .

C.  $\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{\alpha(\alpha + 1)} (ax + b)^{\alpha + 1} + C$ .      D.  $\int e^{ax + b} dx = \frac{1}{a} e^{ax + b} + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 53.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x + \cos x$ .

A.  $\int f(x) dx = \cos 2x - \sin x + C$ .      B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = -\cos 2x + \sin x + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \sin^2 x + \sin x + C$ .



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 54.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} - \sin 2x$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .
- C.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \ln|x| - \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## **Dạng 42. Nguyên hàm hàm mũ – lôgarit**

**Câu 55.** Mệnh đề nào sau đây là *sai*?

A.  $y = e^{-x} \Rightarrow F(x) = -e^{-x} + C.$

B.  $y = \frac{1}{e^x} \Rightarrow F(x) = -e^{-x} + C.$

C.  $y = -e^{-x} \Rightarrow F(x) = e^{-x} + C.$

D.  $y = -\frac{1}{e^x} \Rightarrow F(x) = -e^{-x} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án A đúng.}$$

$$\int \frac{1}{e^x} dx = \int e^{-x} dx = -e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án B đúng.}$$

$$\int -e^{-x} dx = -\int e^{-x} dx = e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án C đúng.}$$

$$\int -\frac{1}{e^x} dx = -\int \frac{1}{e^x} dx = -\int e^{-x} dx = e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án D sai.}$$

**Câu 56.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x.e^x.$

A.  $\int f(x) dx = x.e^x - e^x + C.$

B.  $\int f(x) dx = xe^x + e^x + C.$

C.  $\int f(x) dx = -x.e^x - e^x + C.$

D.  $\int f(x) dx = e^x - x.e^x + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$+ \int f(x).dx = \int x.e^x .dx$$

$$+ \text{Đặt } u = x \Rightarrow du = dx \text{ và } dv = e^x .dx \Rightarrow v = e^x$$

$$+ \text{Vậy } \int f(x).dx = x.e^x - \int e^x .dx = x.e^x - e^x + C$$

**Câu 57.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2xe^{x^2}.$

A.  $\int f(x) dx = 2e^{x^2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2x^2 e^{x^2} + C.$

C.  $\int f(x) dx = e^{x^2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2xe^{x^2} + C.$

*Lời giải tham khảo*

Đặt  $t = x^2$ .

**Câu 58.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ .

A.  $\int f(x) dx = x + \ln(e^x + 1) + C$ .

B.  $\int f(x) dx = -x + \ln(e^x + 1) + C$ .

C.  $\int f(x) dx = -x - \ln(e^x + 1) + C$ .

D.  $\int f(x) dx = x - \ln(e^x + 1) + C$ .

*Lời giải tham khảo*

Đặt  $t = e^x + 1$ .

**Câu 59.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = 2e^{\sqrt{x}} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = e^{2\sqrt{x}} + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2} + C$ .

D.  $\int f(x) dx = e^{\sqrt{x}} + C$ .

*Lời giải tham khảo*

Đặt  $t = \sqrt{x}$ .

**Câu 60.** Mệnh đề sau đây mệnh đề nào *đúng*?

I  $\int \frac{x dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \ln |x^2 + 4| + C$

II  $\int \cot x dx = -\frac{1}{\sin^2 x} + C$

III  $\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2} e^{2\cos x} + C$

A. Chỉ I.

B. Chỉ III.

C. Chỉ I và II.

D. Chỉ I và III.

*Lời giải tham khảo*

$$\int \frac{x dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 4)}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \ln |x^2 + 4| + C$$

$$\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2} \int e^{2\cos x} d(\cos x) = -\frac{1}{2} e^{2\cos x} + C.$$

**Câu 61.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\ln(\ln x)}{x \ln x}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{\ln^2(\ln 2x)}{2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{\ln^2(\ln x)}{2} + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\frac{\ln^2(\ln 2x)}{2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{\ln^2(\ln^2 x)}{2} + C.$

.....

.....

.....

.....

**Câu 62.** Tìm giá trị của tham số  $a, b$  để  $F(x) = (ax + b)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -xe^x$ .

A.  $a = 1, b = 1.$

B.  $a = -1, b = 2.$

C.  $a = 2, b = 1.$

D.  $a = -1, b = 1.$

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 63.** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = xe^{x^2+1}$  thoả mãn  $F(0) = \frac{3e}{2}$ .

A.  $\frac{e^{x^2+1}}{2} - e.$

B.  $\frac{e^{x^2+1}}{2} + e.$

C.  $\frac{e^{x^2+1}}{4} - e.$

D.  $\frac{e^{x^2+1}}{4} + e.$

.....

.....

.....

.....

**Câu 64.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x(2x + e^{3x})$ .

A.  $\int f(x)dx = 2xe^x - 2e^x - \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

B.  $\int f(x)dx = 2xe^x + 2e^x - \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

C.  $\int f(x)dx = 2xe^x + 2e^x + \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

D.  $\int f(x)dx = 2xe^x - 2e^x + \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 65.** Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ .  $C$  là hằng số. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A.  $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C.$

B.  $\int a^{2x} dx = \frac{a^{2x}}{2 \ln a} + C.$

C.  $\int a^{2x} dx = a^{2x} + C.$

D.  $\int a^{2x} dx = a^{2x} \cdot \ln a + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## **Dạng 43. Bài tập tổng hợp về nguyên hàm**

**Câu 66.** Nguyên hàm nào dưới đây không tồn tại?

A.  $\int \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} dx$ .

B.  $\int \sqrt{-x^2 + 2x - 2} dx$ .

C.  $\int \sin 3x dx$ .

D.  $\int e^{3x} x dx$ .

*Lời giải tham khảo*

Trong ý B biểu thức trong căn luôn âm nên hàm không liên tục dẫn đến không có nguyên hàm

**Câu 67.** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $(a; b)$ . Giả sử  $G(x)$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên khoảng  $(a; b)$ . Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A.  $F(x) = G(x)$  trên khoảng  $(a; b)$ .

B.  $G(x) = F(x) - M$  trên khoảng  $(a; b)$  với  $M$  là một hằng số nào đó.

C.  $F(x) = G(x) + C$  với mọi  $x$  thuộc giao của hai miền xác định.

D.  $F(x)$  và  $G(x)$  là hai hàm số không có sự liên quan.

**Câu 68.** Nguyên hàm nào dưới đây không tồn tại?

A.  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 3}$ .

B.  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x - 2}$ .

C.  $f(x) = \sin 3x$ .

D.  $f(x) = xe^{3x}$ .

*Lời giải tham khảo*

Ta có:  $-x^2 + 2x - 2 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$  Vậy không tồn tại  $\sqrt{-x^2 + 2x - 2}$

nên không có nguyên hàm  $\int \sqrt{-x^2 + 2x - 2} dx$

Mặt khác: biểu thức  $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  có nghĩa  $\forall x \neq 1$ , biểu thức:  $\sin 3x$ ;  $e^{3x} x$  có nghĩa  $\forall x$ .

## **ĐÁP ÁN NGUYÊN HÀM**

1A	2A	3D	4C	5A	6C	7A	8A	9D	10B
11B	12C	13D	14A	15B	16A	17C	18C	19C	20C
21C	22A	23B	24A	25D	26D	27B	28A	29C	30C
31B	32B	33A	34B	35D	36D	37A	38A	39A	40B
41A	42C	43C	44B	45D	46B	47B	48B	49A	50D
51B	52B	53B	54A	55D	56A	57C	58D	59A	60D
61B	62D	63B	64D	65B	66B	67B	68B		