

Dạng 42. Nguyên hàm hàm mũ – lôgarit

Câu 55. Mệnh đề nào sau đây là *sai*?

A. $y = e^{-x} \Rightarrow F(x) = -e^{-x} + C.$

B. $y = \frac{1}{e^x} \Rightarrow F(x) = -e^{-x} + C.$

C. $y = -e^{-x} \Rightarrow F(x) = e^{-x} + C.$

D. $y = -\frac{1}{e^x} \Rightarrow F(x) = -e^{-x} + C.$

Lời giải tham khảo

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án A đúng.}$$

$$\int \frac{1}{e^x} dx = \int e^{-x} dx = -e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án B đúng.}$$

$$\int -e^{-x} dx = -\int e^{-x} dx = e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án C đúng.}$$

$$\int -\frac{1}{e^x} dx = -\int \frac{1}{e^x} dx = -\int e^{-x} dx = e^{-x} + C \Rightarrow \text{Đáp án D sai.}$$

Câu 56. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^x.$

A. $\int f(x) dx = x.e^x - e^x + C.$

B. $\int f(x) dx = xe^x + e^x + C.$

C. $\int f(x) dx = -x.e^x - e^x + C.$

D. $\int f(x) dx = e^x - x.e^x + C.$

Lời giải tham khảo

$$+ \int f(x).dx = \int x.e^x .dx$$

$$+ \text{Đặt } u = x \Rightarrow du = dx \text{ và } dv = e^x .dx \Rightarrow v = e^x$$

$$+ \text{Vậy } \int f(x).dx = x.e^x - \int e^x .dx = x.e^x - e^x + C$$

Câu 57. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2xe^{x^2}.$

A. $\int f(x) dx = 2e^{x^2} + C.$

B. $\int f(x) dx = 2x^2 e^{x^2} + C.$

C. $\int f(x) dx = e^{x^2} + C.$

D. $\int f(x) dx = 2xe^{x^2} + C.$

Lời giải tham khảo

Đặt $t = x^2$.

Câu 58. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$.

A. $\int f(x) dx = x + \ln(e^x + 1) + C$.

B. $\int f(x) dx = -x + \ln(e^x + 1) + C$.

C. $\int f(x) dx = -x - \ln(e^x + 1) + C$.

D. $\int f(x) dx = x - \ln(e^x + 1) + C$.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = e^x + 1$.

Câu 59. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

A. $\int f(x) dx = 2e^{\sqrt{x}} + C$.

B. $\int f(x) dx = e^{2\sqrt{x}} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2} + C$.

D. $\int f(x) dx = e^{\sqrt{x}} + C$.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = \sqrt{x}$.

Câu 60. Mệnh đề sau đây mệnh đề nào *đúng*?

I $\int \frac{x dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \ln |x^2 + 4| + C$

II $\int \cot x dx = -\frac{1}{\sin^2 x} + C$

III $\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2} e^{2\cos x} + C$

A. Chỉ I .

B. Chỉ III .

C. Chỉ I và II .

D. Chỉ I và III .

Lời giải tham khảo

$$\int \frac{x dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 4)}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \ln |x^2 + 4| + C$$

$$\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2} \int e^{2\cos x} d(\cos x) = -\frac{1}{2} e^{2\cos x} + C.$$

Câu 61. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln(\ln x)}{x \ln x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2(\ln 2x)}{2} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2(\ln x)}{2} + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{\ln^2(\ln 2x)}{2} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2(\ln^2 x)}{2} + C.$

.....

.....

.....

.....

Câu 62. Tìm giá trị của tham số a, b để $F(x) = (ax + b)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = -xe^x$.

A. $a = 1, b = 1.$

B. $a = -1, b = 2.$

C. $a = 2, b = 1.$

D. $a = -1, b = 1.$

.....

.....

.....

.....

Câu 63. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = xe^{x^2+1}$ thoả mãn $F(0) = \frac{3e}{2}$.

A. $\frac{e^{x^2+1}}{2} - e.$

B. $\frac{e^{x^2+1}}{2} + e.$

C. $\frac{e^{x^2+1}}{4} - e.$

D. $\frac{e^{x^2+1}}{4} + e.$

.....

.....

.....

.....

Câu 64. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2x + e^{3x})$.

A. $\int f(x)dx = 2xe^x - 2e^x - \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 2xe^x + 2e^x - \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2xe^x + 2e^x + \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

D. $\int f(x)dx = 2xe^x - 2e^x + \frac{1}{4}e^{4x} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 65. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. C là hằng số. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C.$

B. $\int a^{2x} dx = \frac{a^{2x}}{2 \ln a} + C.$

C. $\int a^{2x} dx = a^{2x} + C.$

D. $\int a^{2x} dx = a^{2x} \cdot \ln a + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 43. Bài tập tổng hợp về nguyên hàm

Câu 66. Nguyên hàm nào dưới đây không tồn tại?

A. $\int \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} dx$.

B. $\int \sqrt{-x^2 + 2x - 2} dx$.

C. $\int \sin 3x dx$.

D. $\int e^{3x} x dx$.

Lời giải tham khảo

Trong ý B biểu thức trong căn luôn âm nên hàm không liên tục dẫn đến không có nguyên hàm

Câu 67. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Giả sử $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $F(x) = G(x)$ trên khoảng $(a; b)$.

B. $G(x) = F(x) - M$ trên khoảng $(a; b)$ với M là một hằng số nào đó.

C. $F(x) = G(x) + C$ với mọi x thuộc giao của hai miền xác định.

D. $F(x)$ và $G(x)$ là hai hàm số không có sự liên quan.

Câu 68. Nguyên hàm nào dưới đây không tồn tại?

A. $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 3}$.

B. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x - 2}$.

C. $f(x) = \sin 3x$.

D. $f(x) = xe^{3x}$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $-x^2 + 2x - 2 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Vậy không tồn tại $\sqrt{-x^2 + 2x - 2}$

nên không có nguyên hàm $\int \sqrt{-x^2 + 2x - 2} dx$

Mặt khác: biểu thức $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có nghĩa $\forall x \neq 1$, biểu thức: $\sin 3x$; $e^{3x} x$ có nghĩa $\forall x$.