

Dạng 41. Nguyên hàm hàm lượng giác

Câu 30. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C.$

Lời giải tham khảo

$$\int \sin^2 x dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$$

Câu 31. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x + 1)$.

A. $\int f(x) dx = \cos(2x + 1) + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C.$

D. $\int f(x) dx = -\cos(2x + 1) + C.$

Lời giải tham khảo

$$\int \sin(2x + 1) dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x + 1) d(2x + 1) = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C.$$

Câu 32. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 1 + \sin 3x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

A. $F(x) = x + \frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$

B. $F(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$

C. $F(x) = x - \frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$

D. $F(x) = x - \frac{1}{3} \cos 3x + \frac{\pi}{6}.$

Lời giải tham khảo

$$F(x) = x - \frac{1}{3} \cos 3x - \frac{\pi}{6}.$$

Câu 33. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 - \sin 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

- A. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$. B. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} + 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$.
- C. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} - x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{2}$. D. $F(x) = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1}{2}$.

Lời giải tham khảo

$$F(x) = \int (2x^3 - 3x^2 + 1 - \sin 2x) dx = 2\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + C$$

Vì $F(0) = 1$ nên $\frac{1}{2} \cos 0 + C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{2}$.

Câu 34. Cho $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$. B. $f(\pi) = 3\pi$.
- C. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$. D. $f(x) = 3x - 5 \cos x$.

Lời giải tham khảo

$$f(x) = \int f'(x) dx = 3x + 5 \cos x + C; \quad f(0) = 10 \Leftrightarrow C = 5$$

Vậy $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5 \Rightarrow f(\pi) = 3\pi$.

Câu 35. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A. $\int \cos x dx = \sin x + C$. B. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.
- C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\tan x + C$.

Lời giải tham khảo

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$$

Câu 36. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \cot^2 x$.

A. $\int f(x) dx = \tan x + C$.

B. $\int f(x) dx = -\tan x + C$.

C. $\int f(x) dx = \cot x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

Lời giải tham khảo

$$\int (1 + \cot^2 x) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

Câu 37. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$.

A. $\int f(x) dx = x \sin x - \cos x + C$.

B. $\int f(x) dx = -x \sin x - \cos x + C$.

C. $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$.

D. $\int f(x) dx = -x \sin x + \cos x + C$.

Lời giải tham khảo

Đặt $u = x$, $dv = \cos x dx$; ta chọn $du = dx$, $v = \sin x$.

Do đó $I = x \sin x + \int \sin x dx = x \sin x - \cos x + C$.

Câu 38. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x \cdot \cos 5x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \sin 8x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{16} \cos 8x + C$.

Lời giải tham khảo

$$\int f(x) dx = \frac{1}{2} \int (\sin 8x - \sin 2x) dx = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$$

Câu 39. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos \frac{2}{x} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin \frac{1}{x} + C$ C.

$\int f(x) dx = \frac{1}{4} \cos \frac{1}{x} + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \sin \frac{2}{x} + C$.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = \frac{1}{x}$.

Câu 40. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$ thoả mãn $F(0) = 1$.

A. $-\tan x$.

B. $1 - \tan x$.

C. $1 + \tan x$.

D. $\tan x - 1$.

Lời giải tham khảo

Chọn đáp án B.

$$F(x) = \int -\frac{1}{\cos^2 x} dx = -\tan x + C. F(0) = 1 \text{ nên } C = 1.$$

 **BÀI TẬP TỰ LUYỆN** ✓

Câu 41. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$.

A. $\int f(x) dx = x \tan x + \ln |\cos x| + C.$

B. $\int f(x) dx = x \tan x + \ln |\sin x| + C.$

C. $\int f(x) dx = x \tan x - \ln |\sin x| + C.$

D. $\int f(x) dx = x \tan x - \ln |\cos x| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 42. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} + \frac{1}{\cos x} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos^2 x} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 43. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$.

A. $\int f(x) dx = \cot x + \tan x + C.$

B. $\int f(x) dx = -\cot x - \tan x + C.$

C. $\int f(x) dx = -\cot x + \tan x + C.$

D. $\int f(x) dx = \cot x - \tan x + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 44. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2}$.

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45. Cho $I = \int \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int \left[A + B \left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right) \right] dx$. Tính giá trị A, B .

A. $A = B = \frac{1}{2}$.

B. $A = B = -\frac{1}{2}$.

C. $A = -\frac{1}{2}, B = \frac{1}{2}$.

D. $A = \frac{1}{2}, B = -\frac{1}{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin \sqrt{1+x^2}$.

A. $\int f(x) dx = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2} + C$.

B. $\int f(x) dx = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2} + C$.

C. $\int f(x) dx = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2} + C$.

D. $\int f(x) dx = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2} + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 47. Xét các mệnh sau đây:

I $F(x) = x + \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$

II $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

III $F(x) = \tan x$ là một nguyên hàm của $f(x) = -\ln|\cos x|$

Mệnh đề nào *sai*?

- A. I và II . B. Chỉ III . C. Chỉ II . D. Chỉ I và III .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 48. Cho hàm số $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$ trên khoản $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

B. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$.

C. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$.

D. $F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 49. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$.

- A. $\int f(x) dx = \tan x - x + C$.
- B. $\int f(x) dx = \tan x + x + C$.
- C. $\int f(x) dx = -\tan x - x + C$.
- D. $\int f(x) dx = -\tan x + x + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos(x^2)$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin x + C$.
- B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin x + C$.
- C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin(x^2) + C$.
- D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin(x^2) + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin^2 x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right) \cos 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 52. Cho $a \neq 0$, C là hằng số. Mệnh đề nào dưới đây *sai*?

A. $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$. B. $\int \cos(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$.

C. $\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{\alpha(\alpha + 1)} (ax + b)^{\alpha + 1} + C$. D. $\int e^{ax + b} dx = \frac{1}{a} e^{ax + b} + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 53. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos x$.

A. $\int f(x) dx = \cos 2x - \sin x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\cos 2x + \sin x + C$. D. $\int f(x) dx = \sin^2 x + \sin x + C$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 54. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} - \sin 2x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \ln|x| - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \ln|x| + \frac{1}{2} \cos 2x$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....