

## **Dạng 40. Nguyên hàm hàm căn thức**

**Câu 14.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\begin{aligned}\int \left( x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx &= \int x^2 dx + \int \frac{3}{x} dx - 2 \int \sqrt{x} dx \\ &= \int x^2 dx + 3 \int \frac{1}{x} dx - 2 \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{3} x^3 + 3 \ln|x| - \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + C.\end{aligned}$$

**Câu 15.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{3}{2}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$f(x) = \int \sqrt{1+x^2} x dx = \int (1+x^2)^{\frac{1}{2}} x dx = \frac{1}{2} \int (1+x^2)^{\frac{1}{2}} d(1+x^2) = \frac{1}{3} (1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C.$$

**Câu 16.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{3x+2}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{9}{2}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{2}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\text{Ta có } \int f(x)dx = \int \sqrt{3x+2} dx = \int (3x+2)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{9} (3x+2)\sqrt{3x+2} + C.$$

**Câu 17.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3 + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int x\sqrt{1+x^2}dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{1+x^2}d(1+x^2) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2 + C.$$

**Câu 18.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ .

A.  $\int f(x)dx = (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sqrt[3]{3x+1} + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$

D.  $\int f(x)dx = \sqrt[3]{3x+1} + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int f(x)dx = \int \sqrt[3]{3x+1}dx = \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} \frac{d(3x+1)}{3} = \frac{1}{3} \int (3x+1)^{\frac{1}{3}} d(3x+1) = \frac{1}{3} \frac{(3x+1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C$$

$$\Rightarrow \int f(x)dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$$

**Câu 19.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{14}{1-x}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^5} + 14\ln|1-x| + C.$

B.  $\int f(x)dx = -\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 14\ln|1-x| + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - 14\ln|1-x| + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 14\ln|1-x| + C.$

*Lời giải tham khảo*

$$\int \left( \sqrt[3]{x^2} + \frac{14}{1-x} \right) dx = \int \left( x^{\frac{2}{3}} + 14 \cdot \frac{1}{1-x} \right) dx = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - 14\ln|1-x| + C.$$

 **BÀI TẬP TỰ LUYỆN** ✓

**Câu 20.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2\ln|\sqrt{x} + 1| + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x} + 1| + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x} + 1| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 21.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1} + 4}$ . nào sau đây là đúng?

A.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} - 2\ln(\sqrt{2x-1} + 4) + C.$

B.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1} + 4) + C.$

C.  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} - 4\ln(\sqrt{2x-1} + 4) + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1} + 4) + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 22.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = 2 \ln(\sqrt{x} + 1) + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2 \ln \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2 \ln \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2 \ln |x + \sqrt{x}| + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 23.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x + x\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{\sqrt{x} + x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{\sqrt{x} + 1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{\sqrt{x} + x + 1} + C.$

D.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{2\sqrt{x} + x} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 24.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 + k}$  với  $k \neq 0$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{k}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}} + C.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 25.** Cho  $F(x) = 3x + 1 = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 1}$  là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x - 1}}$  trên khoảng  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . Tính  $S = a + b + c$ .

A.  $S = 3.$

B.  $S = 0.$

C.  $S = 4.$

D.  $S = 2.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 26.** Tìm các giá trị của tham số  $a, b, c$  để  $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$  trong khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

A.  $a = 4, b = 2, c = 2.$

B.  $a = 1, b = -2, c = 4.$

C.  $a = -2, b = 1, c = 4.$

D.  $a = 4, b = -2, c = 1.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 27.** Trong các hàm số sau:

(I)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

(II)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 5$

(III)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(IV)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2$

Hỏi hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số  $F(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$ ?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (III).

C. Chỉ (II).

D. Chỉ (III) và (IV).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 28.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x\sqrt{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x| + C$ .    B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 + C$ .

C.  $\int f(x)dx = \left(x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}\right)^2 + C$ .

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x\sqrt{x^2} + \ln|x| + \frac{12}{5}\sqrt[5]{x^6} + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 29.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ .

A.  $\int f(x)dx = \sqrt{1+x^2} + C$ .

B.  $\int f(x)dx = \ln|a+x^2| + C$ .

C.  $\int f(x)dx = \sqrt{a^2+x^2} + C$ .

D.  $\int f(x)dx = \ln\sqrt{a^2+x^2} + C$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....