

**DẠNG 3: ĐẠO HÀM VÀ CÁC BÀI TOÁN GIẢI PT, BPT**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ . Phương trình  $y' = 0$  có nghiệm là:

- A.  $\{-1; 2\}$ .                      B.  $\{-1; 3\}$ .                      C.  $\{0; 4\}$ .                      D.  $\{1; 2\}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có : } y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 3.$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$  ( $k \in \mathbb{R}$ ). Để  $f'(1) = \frac{3}{2}$  thì ta chọn:

- A.  $k = 1$ .                      B.  $k = -3$ .                      C.  $k = 3$ .                      D.  $k = \frac{9}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có: } f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = (k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})' = k(\sqrt[3]{x})' + (\sqrt{x})'$$

$$\text{Đặt } y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y^3 = x \Rightarrow 3y^2 y' = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x})^2}.$$

$$f'(x) = k(\sqrt[3]{x})' + (\sqrt{x})' = \frac{k}{3(\sqrt[3]{x})^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}. \text{ Vậy để } f'(1) = \frac{3}{2} \text{ thì } \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 3.$$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{2}x^2 + 8x - 1$ . Tập hợp những giá trị của  $x$  để  $f'(x) = 0$  là:

- A.  $\{-2\sqrt{2}\}$ .                      B.  $\{2; \sqrt{2}\}$ .                      C.  $\{-4\sqrt{2}\}$ .                      D.  $\{2\sqrt{2}\}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2 - 4\sqrt{2}x + 8$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = 4x - \sqrt{x}$ . Nghiệm của phương trình  $y' = 0$  là

- A.  $x = \frac{1}{8}$ .                      B.  $x = \sqrt{\frac{1}{8}}$ .                      C.  $x = \frac{1}{64}$ .                      D.  $x = -\frac{1}{64}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C**

$$y' = 4 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow 8\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{64}.$$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = -4x^3 + 4x$ . Để  $y' \geq 0$  thì  $x$  nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây ?

A.  $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ .

B.  $\left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ .

C.  $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$ .

D.  $\left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn B**

Ta có  $y = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = -12x^2 + 4$ .

Nên  $y' \geq 0 \Leftrightarrow -12x^2 + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ .

**Câu 6.**  $f'(x) \geq 0$  với  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

A.  $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$

B.  $x \leq 1$

C.  $x \geq 0$

D.  $0 \leq x \leq 1$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $f'(x) = 6x^2 - 6x$ , suy ra  $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$

**Câu 7.**  $f'(x) < 0$  với  $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$

A.  $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$

B.  $-1 < x < 0$

C.  $x > 1$

D.  $x < 0$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $f'(x) = -8x^3 + 8x$ , suy ra  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = -3x^3 + 25$ . Các nghiệm của phương trình  $y' = 0$  là.

A.  $x = \pm \frac{5}{3}$ .

B.  $x = \pm \frac{3}{5}$ .

C.  $x = 0$ .

D.  $x = \pm 5$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A**

Ta có:  $y' = -9x^2 + 25$

$y' = 0 \Leftrightarrow -9x^2 + 25 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{5}{3}$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 - 5$ . Các nghiệm của phương trình  $y' = 0$  là

A.  $x = \pm 1$ .

B.  $x = -1 \vee x = \frac{5}{2}$ .

C.  $x = -\frac{5}{2} \vee x = 1$ .

D.  $x = 0 \vee x = 1$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D.**

$$y' = 6x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ . Tập nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  là

- A.  $\{0\}$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $\emptyset$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A.**

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{x - 1}$ . Tập nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  là

- A.  $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$ .                      B.  $\left\{-\frac{2}{3}; 0\right\}$ .                      C.  $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$ .                      D.  $\left\{-\frac{3}{2}; 0\right\}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\frac{x^3}{x-1}\right)' = \frac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

**Câu 12.** Tìm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  âm khi và chỉ khi.

- A.  $0 < x < 2$ .                      B.  $x < 1$ .                      C.  $x < 0$  hoặc  $x > 1$ .                      D.  $x < 0$  hoặc  $x > 2$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = -2\sqrt{x} + 3x$ . Để  $y' > 0$  thì  $x$  nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .                      B.  $\left(-\infty; \frac{1}{9}\right)$ .                      C.  $\left(\frac{1}{9}; +\infty\right)$ .                      D.  $\emptyset$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C.**

$$y = -2\sqrt{x} + 3x \Rightarrow y' = 3 - \frac{1}{\sqrt{x}}; y' > 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{1}{\sqrt{x}} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} > \frac{1}{3} \Rightarrow x > \frac{1}{9}.$$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = (2x^2 + 1)^3$ . Để  $y' \geq 0$  thì  $x$  nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A.  $\emptyset$ .                      B.  $(-\infty; 0]$ .                      C.  $[0; +\infty)$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C.**

$$y = (2x^2 + 1)^3 \Rightarrow y' = 12x(2x^2 + 1)^2 \Rightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = \sqrt{4x^2 + 1}$ . Để  $y' \leq 0$  thì  $x$  nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A.  $\emptyset$ .                      B.  $(-\infty; 0)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 0]$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D.**

$$y = \sqrt{4x^2 + 1} \Rightarrow y' = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}} \Rightarrow y' \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = \frac{3}{1-x}$ . Để  $y' < 0$  thì  $x$  nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

- A. 1.                      B. 3.                      C.  $\emptyset$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C.**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$y' = \frac{3}{(1-x)^2} > 0 \forall x \in D.$$

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1-3x+x^2}{x-1}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > 0$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .                      B.  $\emptyset$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Đáp án A**

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left( \frac{1-3x+x^2}{x-1} \right)' \\ &= \frac{(1-3x+x^2)'(x-1) - (1-3x+x^2)(x-1)'}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(-3+2x)(x-1) - (1-3x+x^2)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-1)^2 + 1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \end{aligned}$$

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = 3x^3 + x^2 + 1$ . Để  $y' \leq 0$  thì  $x$  nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây

- A.  $\left[-\frac{2}{9}; 0\right]$ .                      B.  $\left[-\frac{9}{2}; 0\right]$ .  
C.  $\left(-\infty; -\frac{9}{2}\right] \cup [0; +\infty)$ .                      D.  $\left(-\infty; -\frac{2}{9}\right] \cup [0; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Đáp án A**

$$y = 3x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow y' = 9x^2 + 2x$$

$$y' \leq 0 \Rightarrow -\frac{2}{9} \leq x \leq 0$$

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{5x-1}{2x}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 0$  là

- A.  $\emptyset$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      C.  $(-\infty; 0)$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Lưu ý:** Công thức đạo hàm nhanh  $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{2}{(2x)^2} < 0: \text{ vô nghiệm.}$$

**Chọn A.**

**Câu 20.**  $2xf'(x) - f(x) \geq 0$  với  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$

- A.  $x \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$                       B.  $x > \frac{1}{\sqrt{3}}$                       C.  $x < \frac{1}{\sqrt{3}}$                       D.  $x \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$

**Hướng dẫn giải:**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{Mặt khác: } f(x) > x + \sqrt{x^2} = x + |x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Nên } 2xf'(x) - f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2xf(x)}{\sqrt{x^2+1}} - f(x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3x^2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**Câu 21.**  $f'(x) > 0$  với  $f(x) = x + \sqrt{4-x^2}$ .

- A.  $-2 \leq x \leq \sqrt{2}$                       B.  $x \leq \sqrt{2}$                       C.  $-2 \leq x$                       D.  $x < 0$

**Hướng dẫn giải:**

TXĐ:  $D = [-2; 2]$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} > x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0 \\ x \geq 0 \\ 4-x^2 > x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0 \\ 0 \leq x < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < \sqrt{2}$$

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > 0$  là

A.  $(-\infty; 1) \setminus \{-1; 0\}$ .

B.  $(1; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; 1)$ .

D.  $(-1; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A.**

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{-x+1}{2\sqrt{x}\cdot(x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+1 > 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^3+1}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) \leq 0$  là

A.  $\left[-\infty; \sqrt{\frac{1}{2}}\right]$ .

B.  $\left[\sqrt{\frac{1}{2}}; +\infty\right)$ .

C.  $\left[-\infty; \sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]$ .

D.  $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{2}}; +\infty\right)$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D.**

$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^3+1}{(x^3+1)^2} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^3+1 \leq 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x) = 2mx - mx^3$ . Số  $x=1$  là nghiệm của bất phương trình  $f'(x) \leq 1$  khi và chỉ khi:

A.  $m \geq 1$ .

B.  $m \leq -1$ .

C.  $-1 \leq m \leq 1$ .

D.  $m \geq -1$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D**

Có  $f(x) = 2mx - mx^3 \Rightarrow f'(x) = 2m - 3mx^2$ . Nên  $f'(1) \leq 1 \Leftrightarrow 2m - 3m \leq 1 \Leftrightarrow m \geq -1$ .

**Câu 25.** Tìm  $m$  để các hàm số  $y = (m-1)x^3 - 3(m+2)x^2 - 6(m+2)x + 1$  có  $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

A.  $m \geq 3$

B.  $m \geq 1$

C.  $m \geq 4$

D.  $m \geq 4\sqrt{2}$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C**

Ta có:  $y' = 3[(m-1)x^2 - 2(m+2)x - 2(m+2)]$

Do đó  $y' \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m+2)x - 2(m+2) \geq 0$  (1)

•  $m=1$  thì (1)  $\Leftrightarrow -6x-6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$  nên  $m=1$  (loại)

•  $m \neq 1$  thì (1) đúng với  $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)(4-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4$$

Vậy  $m \geq 4$  là những giá trị cần tìm.

**Câu 26.** Tìm  $m$  để các hàm số  $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$  có  $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

A.  $m \leq \sqrt{2}$

B.  $m \leq 2$

C.  $m \leq 0$

D.  $m < 0$

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn C**

Ta có:  $y' = mx^2 - 2mx + 3m - 1$

Nên  $y' \leq 0 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx + 3m - 1 \leq 0$  (2)

- $m = 0$  thì (1) trở thành:  $-1 \leq 0$  đúng với  $\forall x \in \mathbb{R}$
- $m \neq 0$ , khi đó (1) đúng với  $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m(1-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1-2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Vậy  $m \leq 0$  là những giá trị cần tìm.

hoc360.net