

Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 3}{x - 2}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

- A. $-1 - \frac{3}{(x-2)^2}$. B. $1 + \frac{3}{(x-2)^2}$. C. $-1 + \frac{3}{(x-2)^2}$. D. $1 - \frac{3}{(x-2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y' &= \frac{(-x^2 + 2x - 3)'(x - 2) - (-x^2 + 2x - 3)(x - 2)'}{(x - 2)^2} \\ &= \frac{(-2x + 2)(x - 2) - (-x^2 + 2x - 3) \cdot 1}{(x - 2)^2} = \frac{-x^2 + 4x - 1}{(x - 2)^2} = -1 + \frac{3}{(x - 2)^2}. \end{aligned}$$

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. $1 + \frac{3}{(x+2)^2}$. B. $\frac{x^2 + 6x + 7}{(x+2)^2}$. C. $\frac{x^2 + 4x + 5}{(x+2)^2}$. D. $\frac{x^2 + 8x + 1}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^2 + 2x - 3)'(x + 2) - (x + 2)'(x^2 + 2x - 3)}{(x + 2)^2} = \frac{(2x + 2)(x + 2) - (x^2 + 2x - 3)}{(x + 2)^2} \\ &= \frac{(2x + 2)(x + 2) - (x^2 + 2x - 3)}{(x + 2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 7}{(x + 2)^2} = 1 + \frac{3}{(x + 2)^2}. \end{aligned}$$

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ bằng biểu thức nào sau đây

- A. $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$. B. $y' = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$.
C. $y' = (2x - 2)(x^2 - 2x + 5)$. D. $y' = \frac{1}{2x - 2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$$\text{Vì } y' = -\frac{(x^2 - 2x + 5)'}{(x^2 - 2x + 5)^2} = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}.$$

Câu 50. Đạo hàm của $y = \frac{1}{2x^2 + x + 1}$ bằng :

- A. $\frac{-(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$. B. $\frac{-(4x - 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$. C. $\frac{-1}{(2x^2 + x + 1)^2}$. D. $\frac{(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$$y = \frac{1}{2x^2 + x + 1} \Rightarrow y' = \frac{-(2x^2 + x + 1)'}{(2x^2 + x + 1)^2} = \frac{-(4x + 1)}{(2x^2 + x + 1)^2}$$

Câu 51. Cho hàm số $f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} \forall x \neq 1$

(II) $f'(x) > 0 \forall x \neq 1$.

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$$f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-1} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x-1)^2} > 0 \forall x \neq 1$$

Câu 52. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I): $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

(II): $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$.

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I); (II) đều sai.

D. Cả (I); (II) đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ ta có:

$$\forall x \neq 1, \text{ ta có: } f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(x^2 + x - 1)' \cdot (x-1) - (x-1)' \cdot (x^2 + x - 1)}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+1) \cdot (x-1) - 1 \cdot (x^2 + x - 1)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x + x - 1 - x^2 - x + 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \Rightarrow \text{(II) đúng.}$$

$$\text{Mặt khác: } f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 1 - 1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2} = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} \Rightarrow \text{(I) đúng.}$$

Câu 53. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x(1-3x)}{x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-9x^2 - 4x + 1}{(x+1)^2}$.

B. $\frac{-3x^2 - 6x + 1}{(x+1)^2}$.

C. $1 - 6x^2$.

D. $\frac{1 - 6x^2}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$. Có: $y = \frac{x(1-3x)}{x+1} = \frac{-3x^2 + x}{x+1}$, nên:

$$y' = \frac{(-3x^2 + x)' \cdot (x+1) - (x+1)' \cdot (-3x^2 + x)}{(x+1)^2} = \frac{(-6x+1) \cdot (x+1) - 1 \cdot (-3x^2 + x)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-6x^2 - 6x + x + 1 + 3x^2 - x}{(x+1)^2} = \frac{-3x^2 - 6x + 1}{(x+1)^2}.$$

Chọn B

Câu 54. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{-3x^2 - 13x - 10}{(x^2 + 3)^2}$.

B. $\frac{-x^2 + x + 3}{(x^2 + 3)^2}$.

C. $\frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$.

D. $\frac{-7x^2 - 13x - 10}{(x^2 + 3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - v'.u}{v^2}$. Ta có:

$$y = \frac{-2x^2 + x - 7}{x^2 + 3} \Rightarrow y' = \frac{(-2x^2 + x - 7)' \cdot (x^2 + 3) - (x^2 + 3)' \cdot (-2x^2 + x - 7)}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(-4x+1) \cdot (x^2 + 3) - 2x \cdot (-2x^2 + x - 7)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{-4x^3 - 12x + x^2 + 3 + 4x^3 - 2x^2 + 14x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}.$$

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x^2+3x+3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{2x^2 + 10x + 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

B. $\frac{-2x^2 - 10x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

C. $\frac{x^2 - 2x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

D. $\frac{-2x^2 - 5x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có

$$y' = \frac{(2x+5)' \cdot (x^2+3x+3) - (2x+5) \cdot (x^2+3x+3)'}{(x^2+3x+3)^2}$$

$$= \frac{2(x^2+3x+3) - (2x+5) \cdot (2x+3)}{(x^2+3x+3)^2} = \frac{2x^2+6x+6-4x^2-6x-10x-15}{(x^2+3x+3)^2}$$

$$= \frac{-2x^2 - 10x - 9}{(x^2 + 3x + 3)^2}.$$

Câu 56. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. B. $\frac{-4x+4}{(x^2-2x+5)^2}$. C. $\frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$. D. $\frac{2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$y' = \frac{-(2x-2)}{(x^2-2x+5)^2} = \frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}.$$

Câu 57. Hàm số $y = 2x+1 + \frac{2}{x-2}$ có y' bằng?.

A. $\frac{2x^2+8x+6}{(x-2)^2}$. B. $\frac{2x^2-8x+6}{x-2}$. C. $\frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$. D. $\frac{2x^2+8x+6}{x-2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 2 - \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}.$$

Câu 58. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{(x-1)(x+3)}$ bằng biểu thức nào sau đây ?.

A. $\frac{1}{(x+3)^2(x-1)^2}$. B. $\frac{1}{2x+2}$. C. $-\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$. D. $\frac{-4}{(x^2+2x-3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có : } y = \frac{1}{(x-1)(x+3)} = \frac{1}{x^2+2x-3} \Rightarrow y' = -\frac{(x^2+2x-3)'}{(x^2+2x-3)^2} = -\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}.$$

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$. Đạo hàm y' của hàm số là.

A. $\frac{-13x^2-10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. B. $\frac{-13x^2+5x+11}{(x^2-5x+2)^2}$. C. $\frac{-13x^2+5x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. D. $\frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}.$$

$$y' = \frac{(2x^2+3x-1)'(x^2-5x+2) - (2x^2+3x-1)(x^2-5x+2)'}{(x^2-5x+2)^2}.$$

$$y' = \frac{(6x+3)(x^2-5x+2) - (2x^2+3x-1)(2x-5)}{(x^2-5x+2)^2} = \frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}.$$

Câu 60. Hàm số nào sau đây có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$

A. $y = x^2 - \frac{1}{x}$.

B. $y = 2 - \frac{2}{x^3}$.

C. $y = x^2 + \frac{1}{x}$.

D. $y = 2 - \frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Vì $y' = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Câu 61. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^3}$.

B. $\frac{-3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$.

C. $\frac{-3}{x^4} - \frac{2}{x^3}$.

D. $\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Ta có $y' = \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{3x^2}{x^6} + \frac{2x}{x^4} = -\frac{3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$

Câu 62. Hàm số nào sau đây có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$?

A. $y = \frac{x^3 - 1}{x}$

B. $y = \frac{3(x^2 + x)}{x^3}$

C. $y = \frac{x^3 + 5x - 1}{x}$

D. $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Kiểm tra đáp án A $y = \frac{x^3 - 1}{x} = x^2 - \frac{1}{x} \Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{x^2}$ đúng.

Câu 63. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x + \frac{2}{3x^2}\right)^2$

A. $y' = \left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 - \frac{4}{3x^3}\right)$

B. $y' = 2\left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 + \frac{4}{3x^3}\right)$

C. $y' = \left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 + \frac{4}{3x^3}\right)$

D. $y' = 2\left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 - \frac{4}{3x^3}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = 2\left(x + \frac{2}{3x^2}\right)\left(1 - \frac{4}{3x^3}\right)$

Câu 64. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^3$

A. $y' = 3\left(4 + \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

B. $y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x - \frac{5}{x^2}\right)^2$

C. $y' = \left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

D. $y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$$

Câu 65. Cho hàm số $y = \sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\frac{3x^2 + 2x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

B. $\frac{3x^2 + 2x + 1}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

C. $\frac{9x^2 + 4x}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

D. $\frac{9x^2 + 4x}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Công thức $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} u'$

Câu 66. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}$

A. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

B. $y' = \frac{3x^2 + 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

C. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 - 2}}$

D. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$$

Câu 67. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1 - 2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{-4x}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$

C. $\frac{2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$

D. $\frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y = \sqrt{1 - 2x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1 - 2x^2)'}{2\sqrt{1 - 2x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$$

Câu 68. Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng.

A. $\frac{3\sqrt{x}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{x}}{2x}$

C. $\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{x}}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $f(x) = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$.

Câu 69. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

B. $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

C. $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

D. $\frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = (x^3 - 5)' \sqrt{x} + (x^3 - 5)(\sqrt{x})' = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{7x^3 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}.$$

Câu 70. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$ là :

A. $\frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

C. $\frac{x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

D. $\frac{x - 6x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$$

Câu 71. Đạo hàm của $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1}$ bằng:

A. $\frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

B. $\frac{6x - 2}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

C. $\frac{3x^2 - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Áp dụng công thức $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$$y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1} \Rightarrow y' = \frac{(3x^2 - 2x + 1)'}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} = \frac{6x - 2}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}.$$

Câu 72. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

B. $\frac{4x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

C. $\frac{2x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

D. $\frac{2x + 5}{\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Áp dụng công thức $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$$y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4} \Rightarrow y' = \frac{(2x^2 + 5x - 4)'}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}} = \frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}.$$

Câu 73. Tính đạo hàm các hàm số sau $y = x\sqrt{x^2 + 1}$

A. $\frac{2x^2 + 1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

B. $\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

C. $\frac{4x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

D. $\frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y' = x' \sqrt{x^2 + 1} + (\sqrt{x^2 + 1})' \cdot x = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} \cdot x$

$$= \sqrt{x^2+1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Câu 74. Đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x^2-2x}$ là

A. $y' = \frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x}}$. B. $y' = \frac{3x^2-4x}{\sqrt{x^2-2x}}$. C. $y' = \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$. D. $y' = \frac{2x^2-2x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

$$y = x\sqrt{x^2-2x} \Rightarrow y' = \sqrt{x^2-2x} + x \cdot \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} = \frac{x^2-2x+x^2-x}{\sqrt{x^2-2x}} = \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$$

Câu 75. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D=[0;+\infty)$ cho bởi $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm là:

A. $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$. B. $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$. C. $f'(x) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x}}{x}$. D. $f'(x) = x + \frac{\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$(u.v)' = u'.v + u.v'; \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \quad x' = 1.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = (x\sqrt{x})' = x' \cdot \sqrt{x} + x \cdot (\sqrt{x})' = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

Câu 76. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x+1)\sqrt{x^2+x+1}$.

A. $\frac{4x^2-5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ B. $\frac{4x^2+5x-3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ C. $\frac{4x^2+5x+3}{\sqrt{x^2+x+1}}$ D. $\frac{4x^2+5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = \sqrt{x^2+x+1} + (x+1) \cdot \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} = \frac{4x^2+5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$$

Câu 77. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + x\sqrt{x+1}$

A. $y' = 2x + \sqrt{x+1} - \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$ B. $y' = 2x - \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$
 C. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$ D. $y' = 2x + \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = 2x + \sqrt{x+1} + \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$$

Câu 78. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$

A. $y' = -\frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$ B. $y' = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$ C. $y' = \frac{2a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$ D. $y' = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = \frac{\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}}{(a^2 - x^2)} = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}$$

Câu 79. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

A. $y' = \frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$ B. $y' = -\frac{1}{x^2\sqrt{x}}$ C. $y' = \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$ D. $y' = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = -\frac{(x\sqrt{x})'}{x^3} = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$$

Câu 80. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$

A. $y' = \frac{1-3x}{\sqrt{(1-x)^3}}$ B. $y' = \frac{1-3x}{3\sqrt{(1-x)^3}}$ C. $y' = -\frac{1}{3} \frac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$ D. $y' = \frac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$y' = \frac{\sqrt{1-x} - \frac{1+x}{2\sqrt{1-x}}}{1-x} = \frac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$$

Câu 81. Cho hàm số $y = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \frac{-2(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^3}$ B. $f'(x) = \frac{-2(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3}$

C. $f'(x) = \frac{2(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ D. $f'(x) = \frac{2(1-\sqrt{x})}{1+\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right)' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) \frac{-2}{(1+\sqrt{x})^2} (\sqrt{x})' = -\frac{2}{\sqrt{x}} \frac{1-\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^3}$.

Câu 82. Hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2$ xác định trên $D = (0; +\infty)$. Có đạo hàm của $f(x)$ là:

A. $f'(x) = x + \frac{1}{x} - 2$.

B. $f'(x) = x - \frac{1}{x^2}$.

C. $f'(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

D. $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Sử dụng công thức đạo hàm hợp: $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$ và $\left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

Ta có: $f'(x) = \left[\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \right]' = 2 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)' = 2 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} \right)$
 $= 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \left(1 + \frac{1}{x} \right) = \left(1 - \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{1}{x} \right) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

Câu 83. Hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^3$ xác định trên $D = (0; +\infty)$. Đạo hàm của hàm $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

B. $f'(x) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

C. $f'(x) = \frac{3}{2} \left(-\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

D. $f'(x) = x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng công thức đạo hàm hợp: $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$ và $\left(\frac{1}{u} \right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

Ta có: $f'(x) = 3 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} \right) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \left(x - 2 + \frac{1}{x} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x} \right)$
 $= \frac{3}{2\sqrt{x}} \left(x - 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = \frac{3}{2} \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} \right)$.

Câu 84. Cho hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

B. $-\frac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

C. $\frac{x}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

D. $-\frac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B.

$$y' = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right)' = \frac{-(\sqrt{x^2+1})'}{x^2+1} = \frac{-(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} = \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)}.$$

Câu 85. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$. Để tính f' , hai học sinh lập luận theo hai cách:

(I) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'(x) = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

(II) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II)

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

$$\sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{x}{\sqrt{x-1}}.$$

Lại có $\left(\frac{x}{\sqrt{x-1}} \right)' = \frac{\sqrt{x-1} - \frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{x-1} = \frac{x-2}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$ nên cả hai đều đúng.

Câu 86. Cho hàm số $y = f(x) = (1-2x^2)\sqrt{1+2x^2}$. Ta xét hai mệnh đề sau:

(I) $f'(x) = \frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}}$ (II) $f(x).f'(x) = 2x(12x^4 - 4x^2 - 1)$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (II).

B. Chỉ (I).

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= (1-2x^2)' \sqrt{1+2x^2} + (1-2x^2) (\sqrt{1+2x^2})' = -4x\sqrt{1+2x^2} + (1-2x^2) \frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}} \\ &= \frac{-4x(1+2x^2) + (1-2x^2).2x}{\sqrt{1+2x^2}} = \frac{-2x-12x^3}{\sqrt{1+2x^2}} = \frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}} \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} f(x).f'(x) &= (1-2x^2)\sqrt{1+2x^2} \cdot \frac{-2x(1+6x^2)}{\sqrt{1+2x^2}} = -2x(1-2x^2)(1+6x^2) \\ &= -2x(-12x^4 + 4x^2 + 1) = 2x(12x^4 - 4x^2 - 1) \end{aligned}$$

Câu 87. Đạo hàm của hàm số $y = -2x^7 + \sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-14x^6 + 2\sqrt{x}$.

B. $-14x^6 + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

C. $-14x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

D. $-14x^6 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

Ta có $y' = (-2x^7 + \sqrt{x})' = -14x^6 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 88. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$ là

A. $y' = \frac{5}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

B. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

C. $y' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

D. $y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}} \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)' = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \cdot \sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}$.

Câu 89. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{1-2x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

B. $\frac{1}{-4\sqrt{x}}$.

C. $\frac{1-2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

D. $\frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Ta có

$$y' = \frac{(\sqrt{x})' \cdot (1-2x) - (1-2x)' \cdot \sqrt{x}}{(1-2x)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (1-2x) + 2\sqrt{x}}{(1-2x)^2}$$

$$= \frac{1-2x+4x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2} = \frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}.$$

Câu 90. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-3}{5+x} - \sqrt{2x}$ là:

A. $y' = \frac{13}{(x+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

B. $y' = \frac{17}{(x+5)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

C. $y' = \frac{13}{(x+5)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2x}}$.

D. $y' = \frac{17}{(x+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Cách 1: Ta có $y' = \frac{(2x-3)' \cdot (5+x) - (2x-3) \cdot (5+x)'}{(5+x)^2} - \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}}$
 $= \frac{2(5+x) - (2x-3)}{(5+x)^2} - \frac{2}{2\sqrt{2x}} = \frac{10+2x-2x+3}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}} = \frac{13}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}}$

Cách 2: Ta có $y' = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 1}{(5+x)^2} - \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}} = \frac{13}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}}$

Có thể dùng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{(cx+d)^2}$.

Câu 91. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là:

A. $y' = 2\sqrt{x^2+x} - \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

B. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{\sqrt{x^2+x}}$

C. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

D. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y' = (2x-1)' \cdot \sqrt{x^2+x} + (2x-1) \cdot (\sqrt{x^2+x})' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{(2x-1)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}} = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Câu 92. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

B. $\frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

C. $\frac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

D. $\frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$y' = \frac{(x-1)' \cdot \sqrt{x^2+1} - (x-1) \cdot (\sqrt{x^2+1})'}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} - (x-1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \frac{x^2+1-x^2+x}{(\sqrt{x^2+1})^3} = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

Câu 93. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ là:

A. $y' = -\frac{1}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})^2}$

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x-1}}$

C. $y' = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}$

D. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}{2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right) = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}.$$

Câu 94. Cho hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $1 + \frac{1}{x^2}$.

C. $x + \frac{1}{x} - 2$.

D. $1 - \frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có } f(x) = x + \frac{1}{x} - 2. \text{ Suy ra } f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

Câu 95. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{1-x^2}$

A. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

B. $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

D. $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = (\sqrt{x^2+1})' - (\sqrt{1-x^2})' = \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}} - \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Câu 96. $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

B. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}$

C. $\frac{3}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

D. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Sử dụng công thức $(\sqrt{u})'$ với $u = \frac{x^2+1}{x}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot \left(\frac{x^2+1}{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

Câu 97. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)$.

A. $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{(1+\sqrt{x})^2}$

B. $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

C. $y' = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

D. $y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

Đầu tiên sử dụng công thức $(u^a)'$ với $u = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

$$y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)'$$

$$\begin{aligned} \text{Tính } \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)' &= \frac{(1-\sqrt{x})'(1+\sqrt{x}) - (1+\sqrt{x})'(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})^2} \\ &= \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}(1+\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(1-x)}{(1+\sqrt{x})^2} = \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } y' = 2 \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$$

Câu 98. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

A. $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{\sqrt{x-1}(x-1)}$

D. $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = (\sqrt{x-1})' + \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-(\sqrt{x-1})'}{(\sqrt{x-1})^2} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}.$$

Câu 99. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$.

A. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

B. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}.x}\right)$

C. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

D. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Bước đầu tiên sử dụng $(u^\alpha)'$ với $u = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} y' &= 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2}\right) \\ &= 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right) \end{aligned}$$

Câu 100. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$.

A. $\frac{-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$

B. $\frac{3-x}{\sqrt{1-x}(1-x)}$

C. $\frac{3}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$

D. $\frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Sử dụng $\left(\frac{u}{v}\right)'$ được: $y' = \frac{(1+x)' \sqrt{1-x} - (\sqrt{1-x})' (1+x)}{(\sqrt{1-x})^2}$

$$= \frac{\sqrt{1-x} - \frac{(1-x)'}{2\sqrt{1-x}} \cdot (1+x)}{(1-x)} = \frac{2(1-x) + (1+x)}{2\sqrt{1-x} \cdot (1-x)} = \frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}.$$

Câu 101. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$.

A. $\frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$.

B. $\frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \right]$.

C. $\frac{1}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 - \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right]$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Đầu tiên áp dụng \sqrt{u} với $u = x + \sqrt{x + \sqrt{x}}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \left(x + \sqrt{x + \sqrt{x}} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot (x + \sqrt{x})' \right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \right].$$

Câu 102. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}}$ (áp dụng u chia v đạo hàm)

A. $\frac{-x}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$

B. $\frac{x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$

C. $\frac{-x+8}{(x^2+3)\sqrt{x^2+2}}$

D. $\frac{-x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \frac{(4x+1)' \sqrt{x^2+2} - (\sqrt{x^2+2})' \cdot (4x+1)}{(\sqrt{x^2+2})^2} = \frac{4 \cdot \sqrt{x^2+2} - \frac{(x^2+2)'}{2\sqrt{x^2+2}} \cdot (4x+1)}{(x^2+2)}$$

$$= \frac{4\sqrt{x^2+2} - \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}(4x+1)}{x^2+2} = \frac{4(x^2+2) - x(4x+1)}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}} = \frac{-x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$$

Câu 103. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$ (Áp dụng căn bậc hai của u đạo hàm).

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$. **B.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - x^2}{(x-1)^2}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$. **D.** $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \left(\frac{x^3}{x-1}\right)'$$

Ta có: $\left(\frac{x^3}{x-1}\right)' = \frac{(x^3)'(x-1) - (x-1)' \cdot x^3}{(x-1)^2} = \frac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$

Vậy $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

Câu 104. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^3}$.

A. $\frac{(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$. **B.** $\frac{(x-2)}{\sqrt{x-2}}$. **C.** $\frac{3(x-2)}{\sqrt{x-2}}$. **D.** $\frac{3(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Đầu tiên áp dụng $(\sqrt{u})'$ với $u = (x-2)^3$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^3}} \cdot \left((x-2)^3\right)' = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^3}} \cdot 3 \cdot (x-2)^2 = \frac{3(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$$

Câu 105. Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + \sqrt{1-2x})^3$.

A. $\frac{-6(1+\sqrt{1-2x})^2}{\sqrt{1-2x}}$. B. $\frac{-(1+\sqrt{1-2x})^2}{2\sqrt{1-2x}}$. C. $\frac{-(1+\sqrt{1-2x})^2}{\sqrt{1-2x}}$. D. $\frac{-6(1+\sqrt{1-2x})^2}{2\sqrt{1-2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Bước đầu tiên áp dụng $(u^a)'$ với $u = 1 + \sqrt{1-2x}$

$$y' = 3(1+\sqrt{1-2x})^2 \cdot (1+\sqrt{1-2x})' = 3(1+\sqrt{1-2x})^2 \cdot \frac{(1-2x)'}{2\sqrt{1-2x}} = \frac{-6(1+\sqrt{1-2x})^2}{2\sqrt{1-2x}}$$

Câu 106. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sqrt{x^2+1}+2x-1}$

A. $y' = \frac{x+2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$ B. $y' = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$
 C. $y' = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$ D. $y' = \frac{x+2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 2}{2\sqrt{\sqrt{x^2+1}+2x-1}} = \frac{x+2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x^2+1}+2x-1)}}$.

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Hãy chọn câu **sai**:

- A. $f'(1) = 1$. B. Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$.
 C. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$. D. $f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A

Ta có: $f(1) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x-1) = 1.$$

Vậy hàm số liên tục tại $x_0 = 1$. C đúng.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(2x-1) - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

Vậy hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 1$ và $\Rightarrow y' = -2 \sin 2x \Rightarrow y'' = -4 \cos 2x \Rightarrow y''(0) = -4$

Câu 108. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

A. $f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

B. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

C. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

D. $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Với $x < 1$ ta có: $f'(x) = 2x + 1$

Với $x > 1$ ta có: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Tại $x = 1$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = +\infty \text{ suy ra hàm số không có đạo}$$

hàm tại $x = 1$

Vậy $f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

Câu 109. Tìm a, b để các hàm số sau có đạo hàm trên \mathbb{R} . $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ -x^2 + ax + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

A. $\begin{cases} a = 13 \\ b = -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -11 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 23 \\ b = -21 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Với $x \neq 1$ thì hàm số luôn có đạo hàm

Do đó hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số có đạo hàm tại $x = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + b - 1$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a + b - 1 = 1 \Leftrightarrow a + b = 2$

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 1$;

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x^2 + ax + 1 - a}{x - 1} = a - 2$$

Nên hàm số có đạo hàm trên \mathbb{R} thì $\begin{cases} a+b=2 \\ a-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \end{cases}$.

Câu 110. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+1}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2+ax+b & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

A. $a=0, b=11$

B. $a=10, b=11$

C. $a=20, b=21$

D. $a=0, b=1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

. Tương tự như ý 1. **ĐS:** $a=0, b=1$.