

B – BÀI TẬP**DẠNG 1: TÍNH ĐẠO HÀN BẰNG CÔNG THỨC TẠI MỘT ĐIỂM HOẶC BẰNG MTCT**

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = 2x^2 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. -4. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $f'(x) = 4x \Rightarrow f'(-1) = -4$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ xác định trên \mathbb{R} . Giá trị $f'(-1)$ bằng:

- A. 4. B. 14. C. 15. D. 24.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có : $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$. Nên $f'(-1) = 24$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 1)^4$ tại điểm $x = -1$ là:

- A. -32. B. 30. C. -64. D. 12.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y' = 4(x^2 + 1)^3 (x^2 + 1)' = 8x(x^2 + 1)^3$
 $\Rightarrow y'(-1) = -64$.

Câu 4. Với $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$. Thì $f'(-1)$ bằng:

- A. 1. B. -3. C. -5. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1} = x - 1 + \frac{4}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2} \Rightarrow f'(-1) = 0$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = \sqrt{x^2}$. Giá trị $f'(0)$ bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có : $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$

$\Rightarrow f'(x)$ không xác định tại $x = 0$

$\Rightarrow f'(0)$ không có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. $y'(0)$ bằng:

A. $y'(0) = \frac{1}{2}$.

B. $y'(0) = \frac{1}{3}$.

C. $y'(0) = 1$.

D. $y'(0) = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{\sqrt{4-x^2} - x \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2} = \frac{4}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^3}$$

$$\Rightarrow y'(0) = \frac{1}{2}.$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(-8)$ bằng:

A. $\frac{1}{12}$.

B. $-\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y^3 = x \Rightarrow 3y^2 \cdot y' = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x})^2}$$

$$\Rightarrow y'(-8) = \frac{1}{12}.$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ bởi $f(x) = \frac{2x}{x-1}$. Giá trị của $f'(-1)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -2 .

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(-1) = -\frac{1}{2}.$$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là:

- A. $y'(1) = -4$. B. $y'(1) = -5$. C. $y'(1) = -3$. D. $y'(1) = -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow y'(1) = -5.$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Tính $y'(0)$ bằng:

- A. $y'(0) = \frac{1}{2}$. B. $y'(0) = \frac{1}{3}$. C. $y'(0) = 1$. D. $y'(0) = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = f'(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \right)' = \frac{x' \cdot \sqrt{4-x^2} - x \cdot (\sqrt{4-x^2})'}{4-x^2} = \frac{\sqrt{4-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}}{4-x^2}$$

$$\Rightarrow y'(0) = \frac{\sqrt{4}}{4} = \frac{1}{2}.$$

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$, đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là:

- A. $y'(1) = -4$. B. $y'(1) = -3$. C. $y'(1) = -2$. D. $y'(1) = -5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 + x}{x - 2} = x + 3 + \frac{6}{x - 2} \Rightarrow y' = 1 - \frac{6}{(x - 2)^2} \Rightarrow y'(1) = 1 - 6 = -5.$$

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(8)$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $-\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Với $x > 0$

$$f'(x) = \left(x^{\frac{1}{3}} \right)' = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(8) = \frac{1}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot 2^{-2} = \frac{1}{12}.$$

Đáp án B.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1}$. Đạo hàm của hàm số tại $x = 1$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 0 D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{4x+1}$. Khi đó $f'(2)$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y' = \frac{2}{\sqrt{4x+1}}$ nên $f'(2) = \frac{2}{3}$.

Chọn A.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{1-x}{2x+1}$ thì $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ có kết quả nào sau đây?

- A. Không xác định. B. -3. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Hàm số không xác định tại $x = -\frac{1}{2}$ nên $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ không xác định

Chọn A.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 1}{2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$. Giá trị $f'(0)$ là:

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. Không tồn tại. D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$f'(0) = \frac{(3x^2 + 2x + 1)' \cdot 2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1} - (3x^2 + 2x + 1) \cdot (2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1})'}{(2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1})^2}$$

$$= \frac{(6x + 2)2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1} - (3x^2 + 2x + 1) \frac{9x^2 + 4x}{\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}}{(2\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1})^2} = \frac{9x^4 + 6x^3 - 9x^2 + 8x + 4}{4(3x^3 + 2x^2 + 1)\sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}}$$

$$f'(0) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Câu 18. Cho $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}$. Tính $f'(-1)$.

- A. -14 B. 12 C. 13 D. 10

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Bước đầu tiên tính đạo hàm sử dụng công thức $\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)' = \frac{-\alpha}{x^{\alpha+1}}$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4} \Rightarrow f'(1) = -1 - 4 - 9 = -14$$

Câu 19. Cho $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2$. Tính $f'(1)$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $f'(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2\right)' = -\frac{1}{x^2} - \frac{(\sqrt{x})'}{x} + 2x = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} + 2x$

Vậy $f'(1) = -1 - \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

Câu 20. Cho $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$. Tính $f'(1) + f'(-1) + 4f(0)$

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $f'(x) = (x^5 + x^3 - 2x - 3)' = 5x^4 + 3x^2 - 2$

$f'(1) + f'(-1) + 4f(0) = (5 + 3 - 2) + (5 + 3 - 2) + 4 \cdot (-2) = 4$

Câu 21. Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Tính $f'(0)$

A. $\frac{1}{4}$

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$f'(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\right)' = \frac{x' \cdot \sqrt{4-x^2} - x(\sqrt{4-x^2})'}{(\sqrt{4-x^2})^2} = \frac{\sqrt{4-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}}{(4-x^2)} = \frac{4}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}}$$

Vậy $f'(0) = \frac{1}{4}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{-3x+4}{2x+1}$ tại điểm $x = -1$ là

A. $-\frac{11}{3}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. -11 .

D. $-\frac{11}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$f'(x) = \frac{-11}{(2x+1)^2} \Rightarrow f'(-1) = \frac{-11}{1} = -11.$$

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+9}{x+3} + \sqrt{4x}$ tại điểm $x=1$ bằng:

A. $-\frac{5}{8}$.

B. $\frac{25}{16}$.

C. $\frac{5}{8}$.

D. $\frac{11}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$f'(x) = \frac{-6}{(x+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4x}}$$

$$f'(1) = \frac{-6}{(1+3)^2} + \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 1}} = \frac{5}{8}.$$

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = k \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

A. $k=1$.

B. $k = \frac{9}{2}$.

C. $k=-3$.

D. $k=3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(k \cdot x^{\frac{1}{3}} + \sqrt{x} \right)' = k \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}k = 1 \Leftrightarrow k = 3$$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ tại điểm $x=0$ là kết quả nào sau đây?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D = (0; +\infty)$.

$x=0 \notin D \Rightarrow$ không tồn tại đạo hàm tại $x=0$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. Câu .

B. 3.

C. -2 .

D. -6 .

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$\text{Có } f(x) = 2x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 \Rightarrow f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 = 6.$$

Câu 27. Cho hàm số $y = \sqrt{1-x^2}$ thì $f'(2)$ là kết quả nào sau đây?

A. $f'(2) = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{3}}$.

C. $f'(2) = \frac{-2}{\sqrt{-3}}$.

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có $f'(x) = (\sqrt{1-x^2})' = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

Không tồn tại $f'(2)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x}{x-1}$. Giá trị $f'(1)$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -2 .

D. Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có $f'(x) = \left(\frac{2x}{x-1}\right)' = \frac{2(x-1) - 2x}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$

Suy ra không tồn tại $f'(1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = (3x^2 - 1)^2$. Giá trị $f'(1)$ là

A. 4.

B. 8.

C. -4.

D. 24.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có $f'(x) = 2(3x^2 - 1)(3x^2 - 1)' = 12x(3x^2 - 1) \Rightarrow f'(1) = 24$

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x = \sqrt{2}$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}$

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

A. 14.

B. 24.

C. 15.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ suy ra $f'(1) = 4$

Chọn D.